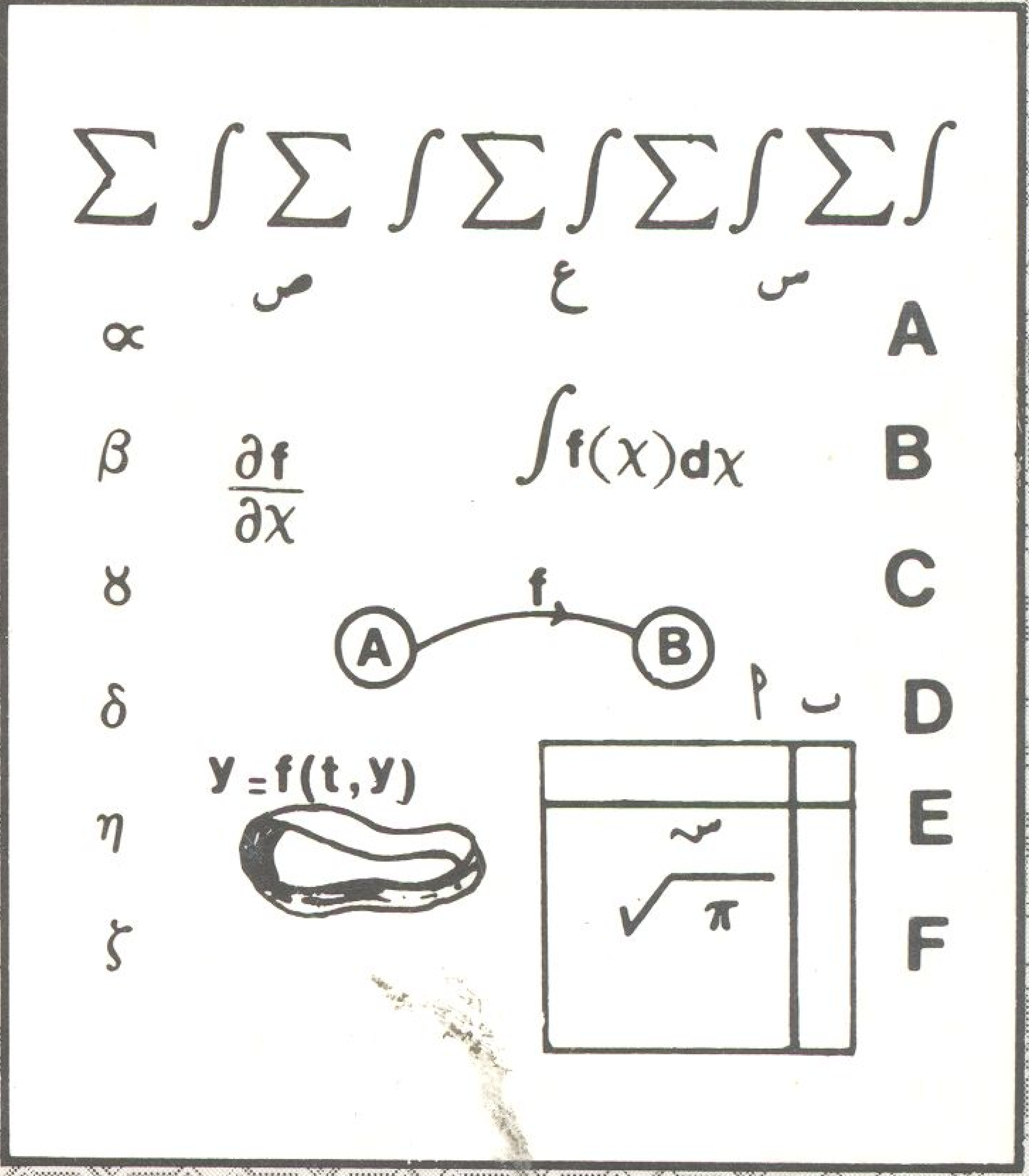
مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
إدارة التأليف والترجمة

موسوعة الكويت العلمية

الرياضيات



رئيس لجنة التأليف:
د. فوزي مصطفى دنان
الأعضاء:
د. سعد طه باقر
د. صابر نصر العايدي
د. هاني رضا فران
مستشار الموسوعة:
د. عدنان السيد هاشم العقيل

الجزء الثاني

من (ث) إلى (ص)

كاتب وكتاب
الطبعة الأولى
١٩٨٤
الكويت

مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
إدارة التأليف والترجمة
موسوعة الكويت العلمية

موسوعة الرياضيات

الجزء الثاني

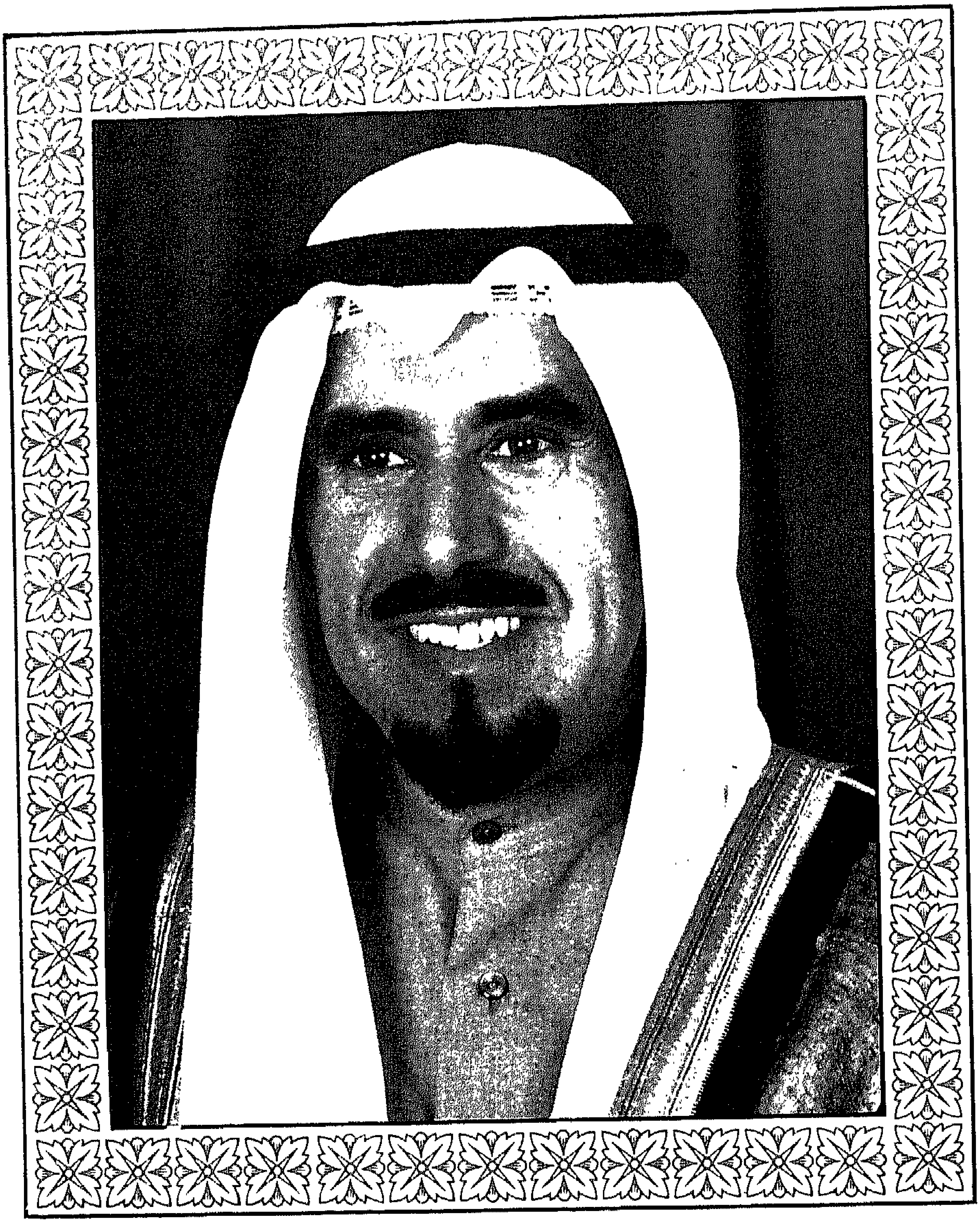
من (ث) إلى (ص)

رئيس لجنة التأليف :
د . فوزي مصطفى دنان
الأعضاء :
د. سعد طه باقر
د. صابر نصر العايدي
د. هاني رضا فران
مستشار الموسوعة :
د . عدنان السيد هاشم العقيل

كاتب وكتاب
الطبعة الأولى
١٩٨٤
الكويت

جميع الحقوق محفوظة

الطبعة الأولى
١٤٠٤هـ
١٩٨٤ م



صاحب السمو الشيخ جابر الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ سعد العبد الله السالم الصباح
ولي العهد ورئيس مجلس الوزراء

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ لِّتَبۡتَغُواْ فَضۡلٗا مِّن رَّبِّكُمۡ وَلِتَعۡلَمُواْ عَدَدَ ٱلسِّنِينَ وَٱلۡحِسَابَ ﴾.

(صدق الله العظيم)

سورة الإسراء: آية ١٢.

الفهرست العام لموسوعة الرياضيات

الجزء الأول : من (أ) إلى (ت)

تقديم موسوعة الرياضيات 11

مقدمة موسوعة الرياضيات 13

الحرف (أ) 15

الحرف (ب) 155

الحرف (ت) 211

فهرست هذا الجزء

الجزء الثاني : من (ث) إلى (ص)

الحرف (ث) 361

الحرف (ج) 387

الحرف (ح) 435

الحرف (خ) 469

الحرف (د) 495

الحرف (ذ) 547

الحرف (ر) 555

الحرف (ز) 591

الحرف (س) 613

الحرف (ش) 657

الحرف (ص) 683

الجزء الثالث : من (ض) إلى (ل)

الحرف (ض) 697
الحرف (ط) 707
الحرف (ظ) 731
الحرف (ع) 733
الحرف (غ) 791
الحرف (ف) 813
الحرف (ق) 859
الحرف (ك) 925
الحرف (ل) 987

الجزء الرابع : من (م) إلى (ي)

الحرف (م) 1021
الحرف (ن) 1423
الحرف (هـ) 1469
الحرف (و) 1489
الحرف (ي) 1517

تقديم موسوعة الرياضيات

إن في تراثنا العربي الإسلامي كنوزاً من الكلمات والمصطلحات والتراكيب وأدوات التطوير، وأساليب للإثراء والنمو؛ تشكل معينًا لا ينضب من الألفاظ التي تجعل لغتنا العربية وعاء لا يضيق بمعنى، وتعبيرًا لا يقصر عن دلالة، ورحابة لا تعجز عن احتواء الجديد.

«وإذا كان العرب اليوم قد قصّروا لأسباب متنوعة ومتعددة، عن خدمة لغتهم وقعدوا عن إدامتها وإثرائها، فإن هذا لا يعني أنها أصبحت كذلك لأنها في الأصل كذلك. وقديماً قيل: عدم العلم بالشيء لا يلزم عدم الشيء. فعدم معرفة العرب المعاصرين بحدود لغتهم وأعماقها، لا يلزم عنه بوجه من الوجوه أن يبقى حكم الناس أسيرًا لهذا الواقع الذي فرضوه عليها، ولم تفرضه هي عليهم»[(١)].

وما أحوجنا اليوم ـ في عصر نسعى فيه إلى مواكبة التكنولوجيا ـ إلى تضافر الجهود، وشحذ الهمم في سبيل العناية بلغتنا العربية، عناية أسلافنا، وأن نحتفي بها مثل حفاوة السابقين الأولين من العرب والمسلمين، حين كانت لغتهم تعيش أيام مشاعرهم وضمائرهم، خاصة وأن ما نقدمه من الموسوعة الرياضية يشير إلى مدى ما يمكن أن تصل إليه الجهود التي نأمل لها الاستمرار والتكاتف والتنسيق.

---

(١) التعريب ضرورة في الجامعات العربية، عبد الوهاب محمد عامر. مجلة اتحاد الجامعات العربية، العدد التاسع، آذار ١٩٧٦م.

كما وأن عملية التعريب الفني ونقل المعلومات والثقافات لم تكن وليدة يومها، وإنما هي أمر قام به العرب ونهضوا به منذ القدم، فقد تمكَّن القدماء في عصور الحضارة الإسلامية من صياغة علوم وثقافات لم تكن تخطر على بال أي عربي من قبل، فطوَّعوا هذه العلوم والثقافات، كما طوَّعوا اللغة العربية لتعبر عن أدق المعاني، فأخذوا ونقلوا ثقافات وفلسفات عن اليونانية والفارسية منذ ظهور الإسلام.

فاستطاع العرب بلغتهم الأصيلة أن يتذوقوا فلسفة أرسطو، كما تمتعوا بما في حوزة بطليموس من بحث وعلم[١]. وكانت اللغة العربية أداة علمائنا العظام في الكتابة والتعبير في الفيزياء والفلك والرياضة.

وتراثنا العلمي القديم ـ ما نقل منه إلى العربية وما نقل منها إلى غيرها من اللغات ـ يفتح لنا آفاقاً لا يحدّها بصر، ومساحات لا يصل إلى نهايتها عقل، وإن في تجارب أسلافنا خير منارات تهدينا إلى سواء السبيل.. والله الموفق.

مستشار موسوعة الكويت العلمية

د. عدنان السيد هاشم العقيل

---

(١) دور التراث العربي في تعريب التعليم الجامعي، حميد عبيد الكبيسي. دراسات عربية وإسلامية، القاهرة ١٩٨٢م.

مقدمة موسوعة الرياضيات

لا شك في أن النهضة العلمية هي إحدى مقومات حضارة أية أمة من الأمم، ويكتمل بناء هذه النهضة ببناء لغة علمية تكون أداة طيّعة يتم من خلالها نشر هذه النهضة على أوسع نطاق والارتقاء بها إلى أعلى مستوى. ولقد كان علم الرياضيات، وما زال، أحد الأسس المتينة التي تُبنى عليها كافة الفروع العلمية التطبيقية منها والنظرية. ولا بد أن نذكر هنا بكل الفخر والاعتزاز التراث العربي والإسلامي واللغة العلمية العربية التي واكبته، واللذين كان لهما كبير الأثر في الحضارة الإنسانية حتى يومنا هذا.

وإيماناً منا في المساهمة لإعادة بناء تلك الحضارة العربية، فقد طرحنا مشروع الموسوعة الرياضية الذي لاقى تجاوباً كبيرًا من مؤسسة الكويت للتقدم العلمي التي أخذت على عاتقها تمويل هذا المشروع مع عدد من المشاريع المهمة سعيًا منها إلى إرساء قواعد نهضة علمية عربية حقيقية.

ولا يسعنا إلا أن نتقدم بالشكر والامتنان إلى «مؤسسة الكويت للتقدم العلمي» ممثّلة بمديرها العام السيد الدكتور عدنان العقيل الذي لم يبخل أبداً بتقديم المشورة والخبرة من أجل صدور هذا العمل في أفضل صورة، كما نشكر له تعاونه الدائم معنا إلى أقصى الحدود.

كما نشكر هنا السيد الدكتور مصطفى محمود حلمي، مشرف إدارة التأليف والترجمة، لجهوده المبذولة من أجل تخطي العقبات في ظهور هذا العمل إلى النور.

كذلك نتوجه بالشكر إلى جميع المختصين اللغويين الذين تمت استشارتهم من أجل وضع أو نحت المصطلحات العلمية، ونخص بالذكر الدكتور عبد الله الدنان، الذي ساهم في إدخال عدد من المصطلحات العربية وفي تطويع اللغة العربية لتساير الاشتقاقات اللغوية العلمية.

كذلك فإننا نشكر كل من ساهم في إبداء الملاحظات القيمة حول هذه الموسوعة، ونخص بالذكر الدكتور أحمد سليم سعيدان، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي في تاريخ الرياضيات عند العرب والمسلمين.

كما نتوجه بالشكر إلى الأستاذ منير البعلبكي، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي عن موسوعة المورد، والذي أبدى عدداً من الملاحظات القيمة، كما أننا نعتز بمباركته للأسلوب والمنهجية التي اتبعناها في إنجاز هذه الموسوعة.

كما نشكر الآنسة انشراح عوض والآنسة إيمان القدسي، من أجل تعاونهما الكامل معنا في أعمال السكرتارية المتعلقة بالموسوعة والتي تتطلب دأباً ومثابرة.

ولا يسعنا أيضًا إلّا أن نتقدم بالشكر إلى جميع الجنود المجهولين الذين قاموا بطباعة هذه الموسوعة بكل دقة وأمانة. والتي نتناول في نصوصها شرحًا مفصلاً ومختصرًا في ترتيب هجائي، لأهم المصطلحات الرياضية.

وأخيراً، إذ ندفع هذا العمل إلى القراء فإننا لا ندَّعي الكمال، ولكننا سعينا إلى ذلك في محاولة جادة مضنية. ولذا، فإننا نفتح صدورنا رحبة لجميع الملاحظات والتوجيهات والانتقادات التي تساعدنا في وضع هذه الموسوعة بالصورة الأفضل، آملين أن نساهم بدورنا في إغناء المكتبة العربية العلمية.

والله الموفق.

ث

CONSTANT **ثابت**

هو شيء أو عدد معين. أو هو رمز يمثل نفس الشيء طيلة دراسة معينة أو طيلة سلسلة من العمليات الرياضية. ويمكن اعتبار الثابت على أنه متغير يأخذ قيمة واحدة فقط.

انظر متغير.

- **ثابت مطلق:**

ثابت لا تتغير قيمته بتاتاً. مثلاً الأعداد هي ثوابت مطلقة.

- **ثابت اختياري:**

رمز يستخدم للدلالة على ثابت غير معين. ففي معادلة الدرجة الأولى العامة $ax+b=0$ نجد أن a و b ثابتان اختياريان حيث $a\neq0$ و b يرمزان إلى أي عددين حقيقيين. كذلك فإن ثابت التكامل ــ أنظر أدناه ــ هو ثابت اختياري.

- **دالة ثابتة:**

هي دالة يحتوي مداها على عنصر واحد فقط. أي أن $f(x)=a$ لجميع قيم x في مجال الدالة ولأجل عنصر a.

- **ثابت التكامل:**

ثابت اختياري يجب إضافته لناتج التكامل اللامحدود لكي نحصل على جميع مقابلات المشتق (المكامل). فمثلاً $\int X^3dx=\frac{x^4}{4}+c$ حيث c هو ثابت

التكامل، ويمكن أن يكون أي عدد كان. وباستخدام مبرهنة القيمة الوسطى نجد أن $\frac{x^4}{c}+c$ هي كل القيم الممكنة للتكامل $\int X^3dx$.

أنظر **وسط**: مبرهنة القيمة الوسطى للمشتقات.

- **ثابت التناسب أو التغير:**

انظر **تغير**: تغير طردي.

- **سرعة ثابتة وسرعة عددية ثابتة:**

إذا قطع جسم متحرك (ليس بالضرورة على استقامة واحدة) مسافات متساوية في فترات زمنية متساوية فنقول إن سرعة الجسم العددية ثابتة. ونقول إن سرعته ثابتة إذا قطع الجسم مسافات متساوية في نفس الاتجاه بفترات زمنية متساوية الأمر الذي يعني أن السرعة اللحظية تساوي نفس المتجه عند كل من نقاط مسار الجسم.

انظر **سرعة**. وتسمى السرعة الثابتة أحياناً **بالسرعة المنتظمة أو الحركة المنتظمة**.

- **حد ثابت في معادلة أو في دالة:**

هو حد لا يحتوي على أي من متغيرات المعادلة أو الدالة.

- **ثابت جوهري:**

نعرّف الثوابت الجوهرية لمعادلة معينة على أنها مجموعة من ثوابت اختيارية تحقق أحد الشروط التالية: (1) لا يمكن الاستعاضة عنها بمجموعة تحتوي على عدد أقل من الثوابت تعين معادلة جديدة لنفس عائلة المنحنيات الممثلة بالمعادلة الأصلية؛ أو (2) تساوي في عددها عدد النقاط اللازمة لتحديد عضو وحيد في عائلة المنحنيات الممثلة بالمعادلة؛ أو (3) تشكل ثوابت اختيارية في معادلة معينة $y=f(x)$ عدد ثوابتها الاختيارية يساوي أصغر رتبة لمعادلة تفاضلية التي يكون حلها $y=f(x)$.

مثلاً، تمثل المعادلة $y=ax+b$ عائلة مستقيمات ولها ثابتان جوهريان هما a و b. وذلك لأنها تحتاج لنقطتين على الأقل لتحديد مستقيم وحيد (عدا الرأسي) في العائلة. كذلك فإن $y=ax+b$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y''=0$

ذات الرتبة الثانية. أما المعادلة $ax+by+c=0$ التي تمثل عائلة مستقيمات فليس لها ثلاثة ثوابت جوهرية بل اثنان فقط لأنه يمكن تحديد أي مستقيم بنقطتين فقط. كذلك فإن الثوابت الاختيارية a و b و c في المعادلة $y^2+bxy-abx-(a-c)y-ac=0$ ليست ثوابت جوهرية لأنه يمكن تحليل المعادلة إلى $(y-a)(y+bx+c)=0$، ولها نفس عائلة المنحنيات المتمثلة بالمعادلة $y=ax+b$. وبذلك يكون للمعادلة اثنان من الثوابت الجوهرية. ويعرف عدد الثوابت الجوهرية في معادلة معينة على أنه عدد الثوابت الاختيارية الناتجة بعد اختزال المعادلة وتكون الثوابت A_1 و A_2 و . . . A_n ثوابت جوهرية في المعادلة:

$$y = A_1 u_1(x) = A_2 u_2(x) + \dots + A_n u_n(x)$$

إذا وفقط إذا كانت الدوال $u_1, u_2, \dots, u_n$ مستقلة خطياً.

- **ثابت التجاذب:**

انظر تجاذب.

- **ثوابت لامي:**

انظر لامي.

FIXED — ثابت

- **نظرية النقطة الثابتة لبروور:**

انظر بروور.

- **نظرية النقطة الثابتة لبرخوف وبوانكاريه:**

انظر بوانكاريه.

- **النقطة الثابتة:**

هي النقطة التي لا تتحرك بفعل تحويل أو دالة معينة. فمثلاً: النقطة $x=3$ ثابتة بالنسبة للتحويل $T(x)=4x-9$.

SECONDARY — ثانوي

- **قطر المعين الثانوي:**

انظر معين.

● **أجزاء المثلث الثانوية:**

أجزاء المثلث مثل الارتفاع، الزوايا الخارجية، المستقيم الأوسط وأجزاء أخرى فيما عدا الأضلاع والزوايا الداخلية.

انظر رئيسي: أجزاء المثلث الرئيسية.

SECOND **ثاني**

● **ثانية الزاوية:**

جزء واحد من ستين من الدقيقة أوجزء واحد من 3600 من الدرجة ويرمز للثانية بالإشارة ″ فمثلاً نقرأ ″10 عشر ثوانٍ.

● **مشتق ثان:**

مشتق المشتق الأول.

انظر مشتق.

● **مبرهنة القيمة الوسطى الثانية:**

انظر وسط ـ مبرهنة القيمة الوسطى للمشتقات ومبرهنة القيمة الوسطى للتكاملات.

● **عزم ثانٍ:**

(1) نفس عزم العطالة.

(2) (إحصاء).

انظر عزم ـ عزم التوزيع.

● **ثانية زمنية:**

جزء واحد من ستين من الدقيقة.

CONFIDENCE **ثقة**

● **فترة ثقة:** انظر أدناه، مجموع ثقة.

● **مجموعة ثقة:**

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينة عشوائية حجمها n ومأخوذة على متغير عشوائي X يتبع دالة التوزيع التراكمي $(F(x|\vec{\theta})$ حيث $\vec{\theta}=(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$

متجه الوسطاء الذي يقع في فضاء الوسيط Ω (حيث $\Omega\subseteq R^k$). ولتكن $g(\vec{\theta})$ دالة حقيقية أو متجهية القيمة معرفة على Ω. **مجموعة ثقة** للدالة $g(\vec{\theta})$ **بمستوى ثقة** $(1-\alpha)$ (حيث $0<\alpha<1$) هي مجموعة عشوائية $S(X)$ (أي تعتمد على العينة العشوائية) وتحقق الشرط $Pr(g(\vec{\theta}) \epsilon S(X)|\vec{\theta}) \geq 1-\alpha$ لأجل جميع قيم $\vec{\theta}$ في Ω. ويسمى المقدار ($\inf_{\theta\epsilon\Omega} Pr(g(\vec{\theta}) \epsilon S(x)|\vec{\theta}$ **معامل الثقة** لمجموعة الثقة $S(X)$. وإذا شكلت $S(X)$ منطقة بالمعنى الرياضي فتسمى **منطقة ثقة**. أما إذا شكلت $S(X)$ فترة بالمعنى الرياضي وكانت $S(X)$ حقيقية القيمة فنسمي $S(X)$ **فترة ثقة** ونكتب هذه الفترة بشكل $L(X)<g(\vec{\theta})<U(X)$ حيث $L(X), U(X)$ هما الحدان العلوي والسفلي للفترة على التوالي. أما طول الفترة فهو $U(X)-L(X)$. ويمكن أن تحتوي فترة الثقة على طرف منته واحد، مثل $L(X)<g(\vec{\theta})<\infty$ التي تسمى **فترة ثقة سفلية** أو $-\infty<g(\vec{\theta})<U(X)$ التي تسمى فترة ثقة علوية.

مثال (1): فترة ثقة بمستوى $(1-\alpha)$ لوسط توزيع طبيعي معلوم التباين σ^2، هي:

$$\bar{X}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}(\sigma/\sqrt{n})\mu<\bar{X}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}(\sigma/\sqrt{n})$$

حيث $\bar{X}=\sum_{i=1}^{n}X_i/n$ و $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ هو المئين $100(1-\frac{\alpha}{2})$ للتوزيع الطبيعي المعياري.

مثال (2): ليكن $N(\mu,\sigma^2)$ توزيعاً طبيعياً بوسط μ وتباين σ^2 كلاهما مجهول. وبذلك يكون متجه الوسطاء $\vec{\theta}=\binom{\mu}{\sigma^2}$ حيث $\vec{\theta}\epsilon\Omega=(-\infty,\infty)\times(0,\infty)$ إذا كانت $g(\vec{\theta})=\mu$ فإن فترة الثقة على μ بمستوى ثقة $1-\alpha$ هي:

$$X-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(S/\sqrt{n})<\mu<\bar{X}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}(S/\sqrt{n})$$

حيث $S=[\sum_{i=1}^{n}(X_1-\bar{X})^2/(n-1)]^{1/2}$ و $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ هو المئين $100(1-\frac{\alpha}{2})$ لتوزيع t

بدرجات حرية (n−1). وفترة الثقة العلوية على μ بمستوى ثقة (1−α) هي $-\infty<\mu<\bar{X}+t_{1-\alpha}(S/\sqrt{n})$ وإذا كانت $g(\vec{\theta})=\sigma^2$ فإن فترة الثقة على σ^2 بمستوى ثقة 1−α هي:

$$(n-1)\, S^2/x^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < \sigma^2 < (n-1)S^2/\, x^2_{\frac{\alpha}{2}}$$

حيث x^2 و $x^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$ هما المئين $100(\frac{\alpha}{2})$ و $100(1-\frac{\alpha}{2})$ لتوزيع مربع كاي بدرجات حرية (n−1).

أما إذا كانت $\vec{\theta}=\binom{\mu}{\sigma^2}=g(\vec{\theta})$ دالة متجهية القيمة فيمكن إنشاء منطقة ثقة على μ,σ^2 بمستوى ثقة (1−α) كالآتي: نجد القيم a و b و c التي تحقق العلاقتين (وذلك من جدول التوزيع الطبيعي) وجدول توزيع مربع كاي:

$$\Pr\left(-a<\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<a\,|\,\theta\right)=\sqrt{1-\alpha}$$

و

$$\Pr\left(b<\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}<c\,|\,\sigma^2\right)=\sqrt{1-\alpha}$$

وبما أن $\bar{X}$ و S^2 مستقلان إحصائياً فنكتب الاحتمال المشترك،

$$\Pr\left(-a<\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<a;\ b<\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}<C\,|\,\vec{\theta}\right)=1-\alpha$$

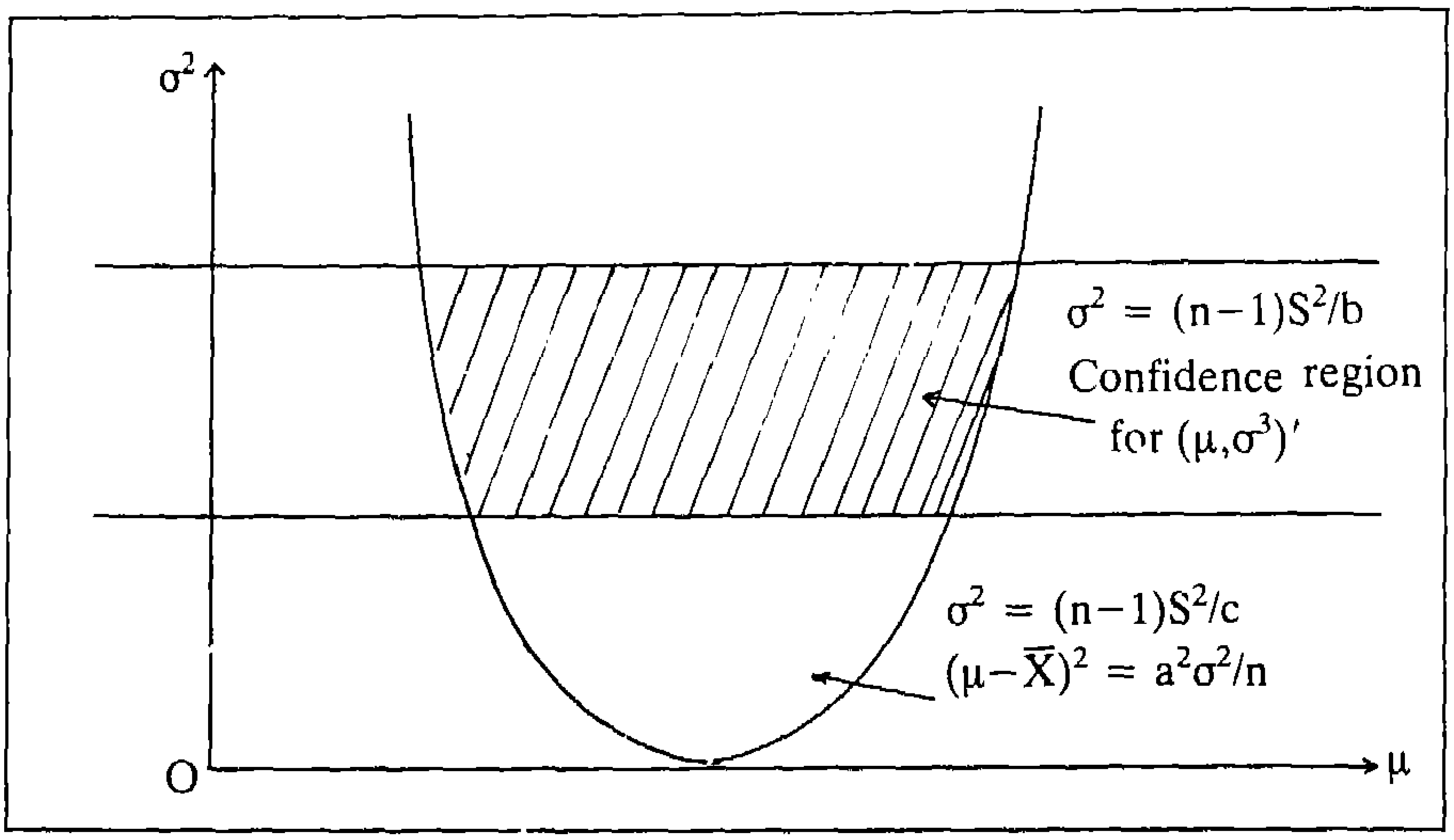
الذي يمكن أن يكتب بالشكل:

$$\Pr\left((\mu-\bar{X})^2\leq a^2\sigma^2/n,\ \frac{(n-1)S^2}{c}<\sigma^2<\frac{(n-1)S^2}{b}\,|\,\vec{\theta}\right)=1-\alpha$$

وبذلك تكون منطقة الثقة على $g(\vec{\theta})=\binom{\mu}{\sigma^2}$ مجموعة كل قيم μ,σ^2 التي تحقق:

$$\left\{(\mu,\sigma^2)':\ (\mu-\bar{x})^2<a^2\sigma^2/n,\ \frac{(n-1)S^2}{c}<\sigma^2<\frac{(n-1)S^2}{b}\right\}$$

ولرسم هذه المنطقة نرسم حدودها أولاً وذلك بجعل المتباينات متساويات ونرسم العلاقات الناتجة كدوال في μ و σ^2 فنحصل على الشكل التالي:



● **مجموعة ثقة أكثر دقة بانتظام:**

هي مجموعة ثقة $S(X)$ بمستوى $(1-\alpha)$ على $g\,(\vec{\theta})$ بحيث إذا كانت $S^*(X)$ أي مجموعة ثقة أخرى على $g\,(\vec{\theta})$ بنفس مستوى الثقة.

فإن $Pr(g\,(\vec{\theta'})\ \epsilon S^*\,(X)|\,\vec{\theta}) \leq Pr(g\,(\vec{\theta'})\ \epsilon(X)|\,\vec{\theta}\,)$ لأجل جميع قيم $\vec{\theta}$ و $\vec{\theta'}$ في Ω وبحيث $\vec{\theta'} \neq \vec{\theta}$ وهذا يعني أن احتمال احتواء $S(X)$ على قيم خاطئة $g\,(\vec{\theta'})$ للدالة $g(\vec{\theta})$ هو أصغر ما يمكن.

● **مجموعة ثقة غير متحيزة:**

هي مجموعة ثقة $S(X)$ بمستوى ثقة $1-\alpha$ على $g\,(\vec{\theta})$ بحيث أن $Pr(g\,(\vec{\theta'})\ \epsilon S(X)|\,\vec{\theta}) \leq 1-\alpha$ لأجل جميع قيم $\vec{\theta}$ و $\vec{\theta'}$ في Ω وبحيث $\vec{\theta'} \neq \vec{\theta}$.

TRIPLY ثلاثاً

أي يحتوي على صفة معينة ثلاث مرات أو يكرر عملية معينة ثلاث مرات.

● **نظام سطوح متعامد ثلاثاً:**

انظر متعامد.

THREE ثلاثة

● **قاعدة الثلاثة:**

القاعدة التي تنص على أن حاصل ضرب وسطي التناسب يساوي حاصل ضرب طرفيه. وتفيد هذه القاعدة في إيجاد أحد أعداد التناسب عند معرفة ثلاثة الأعداد الأخرى. فإذا كان $\frac{6}{3} = \frac{x}{4}$ فإن $3x=24$ ، $x=8$.

● **مبرهنة الدوائر الثلاث:**

انظر هادامارد.

● **مسألة النقاط الثلاثة:**

هي المسألة التالية: لتكن A و B و C ثلاث نقاط على استقامة واحدة، ولتكن S نقطة رابعة. إذا عرفت المسافة AB والمسافة BC وإذا عرفت الزاويتان ASB و BSC فإن المطلوب هو معرفة المسافة SB وهذه هي مسألة إيجاد بعد السفينة S عن النقطة B على الساحل.

● **هندسة ثلاثية الأبعاد:**

دراسة الأشكال الهندسية بثلاثة (أو أقل) أبعاد.

انظر هندسة ـ هندسة مجسمة؛ وانظر بعد.

TERNARY ثلاثي

● **عملية ثلاثية:**

أي عملية يتم إجراؤها على ثلاثة أشياء. مثلاً إيجاد أوسط ثلاثة أعداد. وبصورة أدق فإن العملية الثلاثية هي دالة مجالها مجموعة عناصرها ثلاثيات مرتبة.

انظر ثنائي ـ عملية ثنائية.

● **نظام الأعداد الثلاثي:**

نظام لكتابة الأعداد الحقيقية باستخدام الأساس 3 بدلاً من الأساس في

النظام العشري. فمثلاً العدد $146\frac{5}{27}$ في النظام العشري يجب أن يكتب بشكل 12102.012 في النظام الثلاثي لأن:

$$12102.012 = 1 \times 3^4 + 2 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^0$$
$$+ 0 \times 3^{-1} + 1 \times 3^{-1} + 2 \times 3^{-3} = 146\frac{5}{27}$$

ثلاثي TRIPLE

يتكون من ثلاثة أشياء.

- **تكامل ثلاثي:**

انظر تكامل ـ تكامل مكرر.

- **ثلاثية دوال توافقية مترافقة:**

هي ثلاث دوال توافقية $x(u,v)$, $y(u,v)$, $z(u,v)$ معرفة على مجال مشترك D بحيث تحقق هذه الدوال $E=G, F=0$ وتعطي هذه الدوال تطبيقات متزاوية للمجال D على سطوح أصغرية.

- **جداء ثلاثي لثلاثة متجهات:**

هو الكمية السُلَّمية $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C})$ حيث $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{C}$ ثلاثة متجهات والنقطة تمثل الضرب السلمي للمتجهات و × تمثل الضرب المتجهي. ويكتب هذا الجداء بشكل $(\vec{A}\vec{B}\vec{C})$ أو $[\vec{A}\ \vec{B}\ \vec{C}]$ إذا كان $\vec{A} = a_1i+a_2j+a_3k$ و $\vec{B} = b_1i+b_2j+b_3k$, $\vec{C} = c_1i+c_2j+c_3k$ ، فإن الجداء الثلاثي $[\vec{A}\ \vec{B}\ \vec{C}]$ يساوي معين معاملات k,j,i أي أن:

$$\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

ويتضح من هذا المعين أن أي تغيير دوروي بين المتجهات لا يغير من قيمة الجداء الثلاثي.

● جذر ثلاثي لمعادلة:

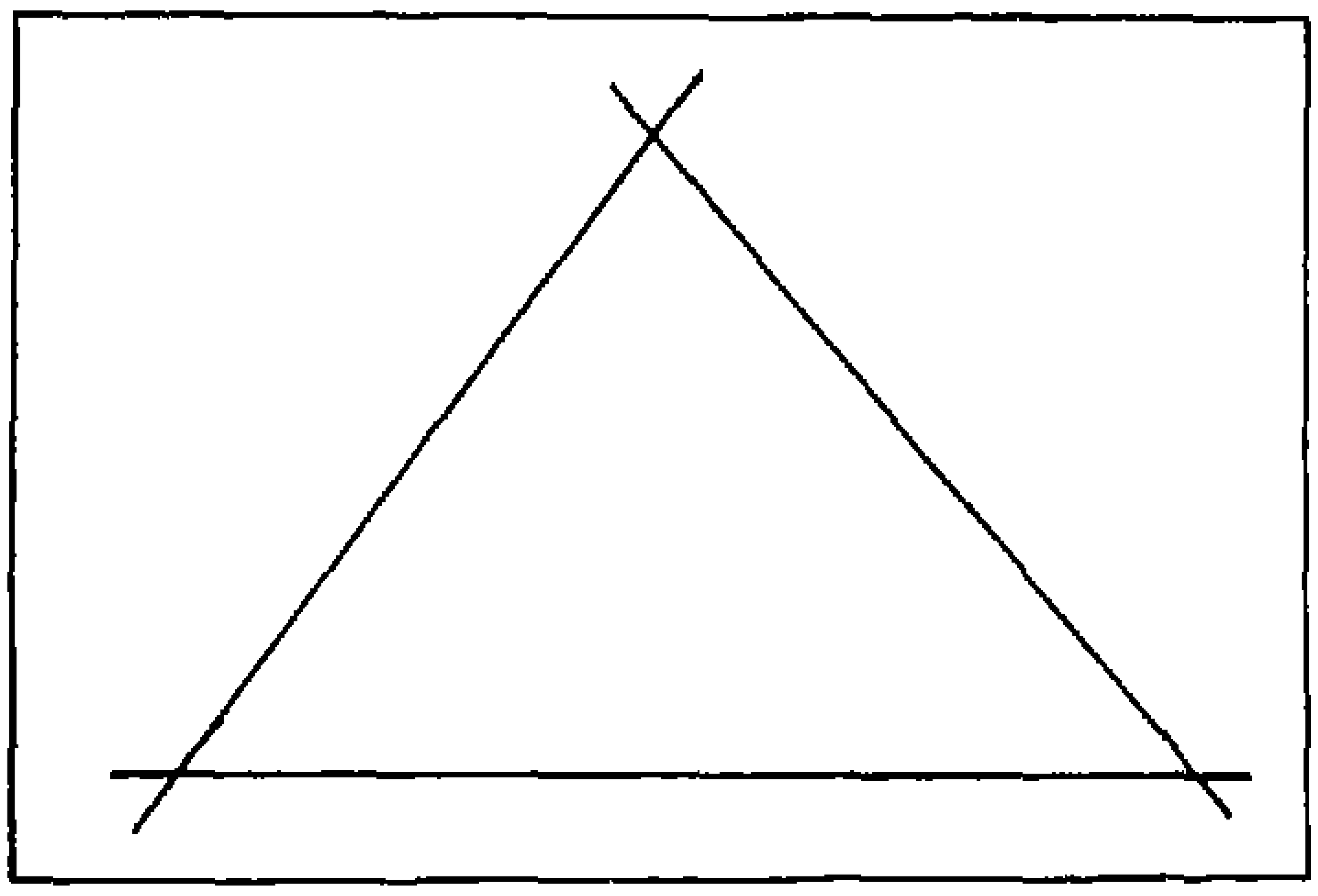
جذر يتكرر ثلاث مرات.

انظر مضاعف ــ جذر مضاعف.

● مرتبة ثلاثية:

مجموعة تتكون من ثلاثة عناصر يلقب أحدها بالعنصر الأول، وآخر بالعنصر الثاني والأخير بالعنصر الثالث. وتكتب المرتبة الثلاثية بشكل (a,b,c) حيث a هو العنصر الأول و b هو العنصر الثاني و c هو العنصر الثالث. وإذا كانت c,b,a أعداداً حقيقية فإن (a,b,c) يستخدم للدلالة على متجه ذي ثلاث مركبات أو يستخدم للدلالة على أي شيء آخر يمكن تعيينه بثلاثة أعداد مثل نقطة بالاحداثيات الكروية.

● ثلاثي الأضلاع:



ثلاثي الأضلاع هو الشكل المكون من ثلاثة خطوط غير متلاقية والنقاط المعينة بواسطة هذه الخطوط. في الهندسة الإسقاطية ثلاثي الأضلاع يساوي المثلث.

انظر ذاتي الثنوية.

ثلاثي الحدود TRINOMIAL

كثير حدود يتكون من ثلاثة حدود مثل $3x^2+2x-5$.

● مربع كامل ثلاثي الحدود:

انظر مربع.

ثلاثي الشعب TRIDENT

● ثلاثي الشعب لنيوتن:

هو منحنى تكعيبي معرف بالمعادلة: $xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$ حيث

$a\neq0$. ويقطع هذا المنحى محور x في نقطة واحدة أو في ثلاث نقاط ويكون مقارباً لمحور y عندما يكون الحد الثابت d لا يساوي صفراً. أما إذا كان $d=0$ فإن المعادلة تتحلل إلى العامل $x=0$ وهو محور y والعامل $y=ax^2+bx+c$ وهو قطع ناقص.

ثلاثي القوائم — TRIRECTANGULAR

له ثلاث زوايا قائمة.

مثال: المثلث الكروي يمكن أن يحتوي على ثلاث زوايا قائمة. والزاوية ثلاثية القوائم هي زاوية ثلاثية تكون زواياها الزوجية الثلاث قائمة.

ثلاثي الورقات — TREFOIL

انظر **متعدد الأوراق**.

ثَلْث — TRISECTION

هو عملية التجزئة إلى ثلاثة أجزاء متساوية.

- **ثَلْث الزاوية:**

هو مسألة ثلث الزاوية باستخدام الفرجار وحرف مستقيم فقط. وقد برهن وانتزل استحالة ذلك عام 1874. ويمكن ثلث أية زاوية باستخدام المنقلة أو باستخدام صدفي الدائرة لباسكال أو باستخدام صدفي نيكوميدس، أو باستخدام منحنى نظير ألفا لماكلورين.

انظر **منحنى نظير ألفا**.

ثماني — OCTONARY or OCTAL

- **نظام العد الثماني:**

هو نظام في العد يعتمد 8 كأساس للعد بدلاً من 10.

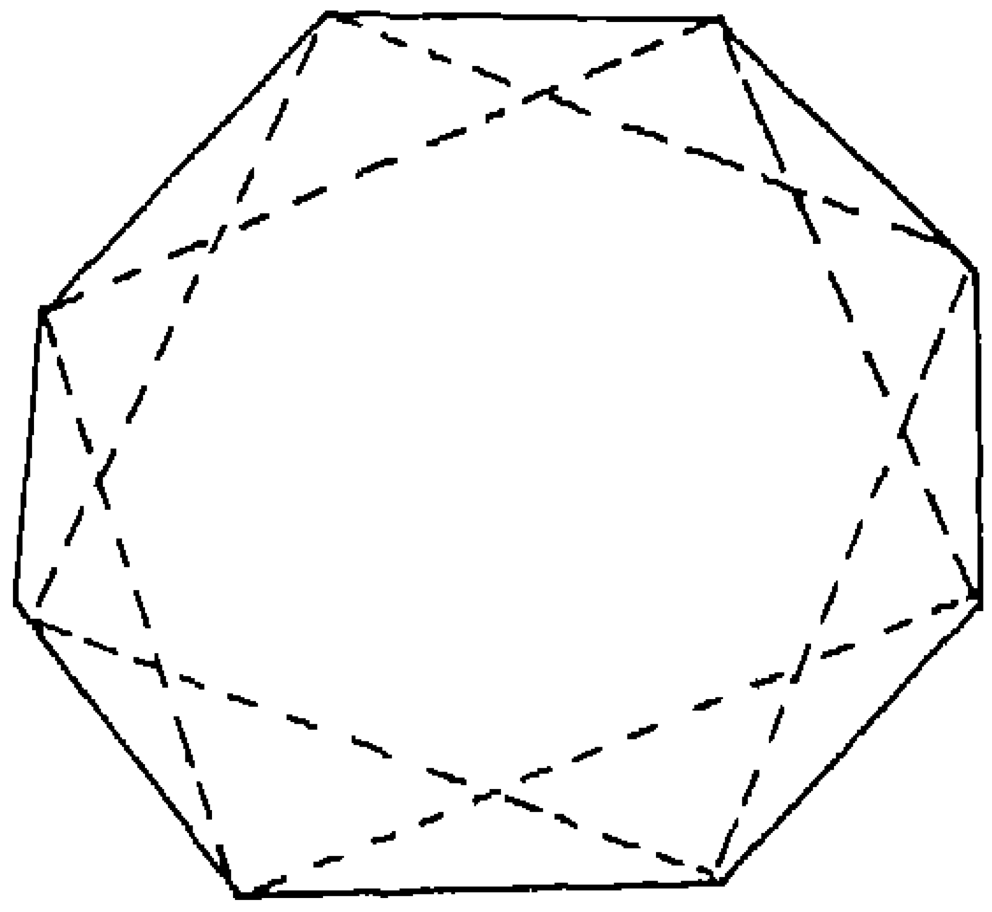
انظر **أساس**.

ثماني OCTAGON

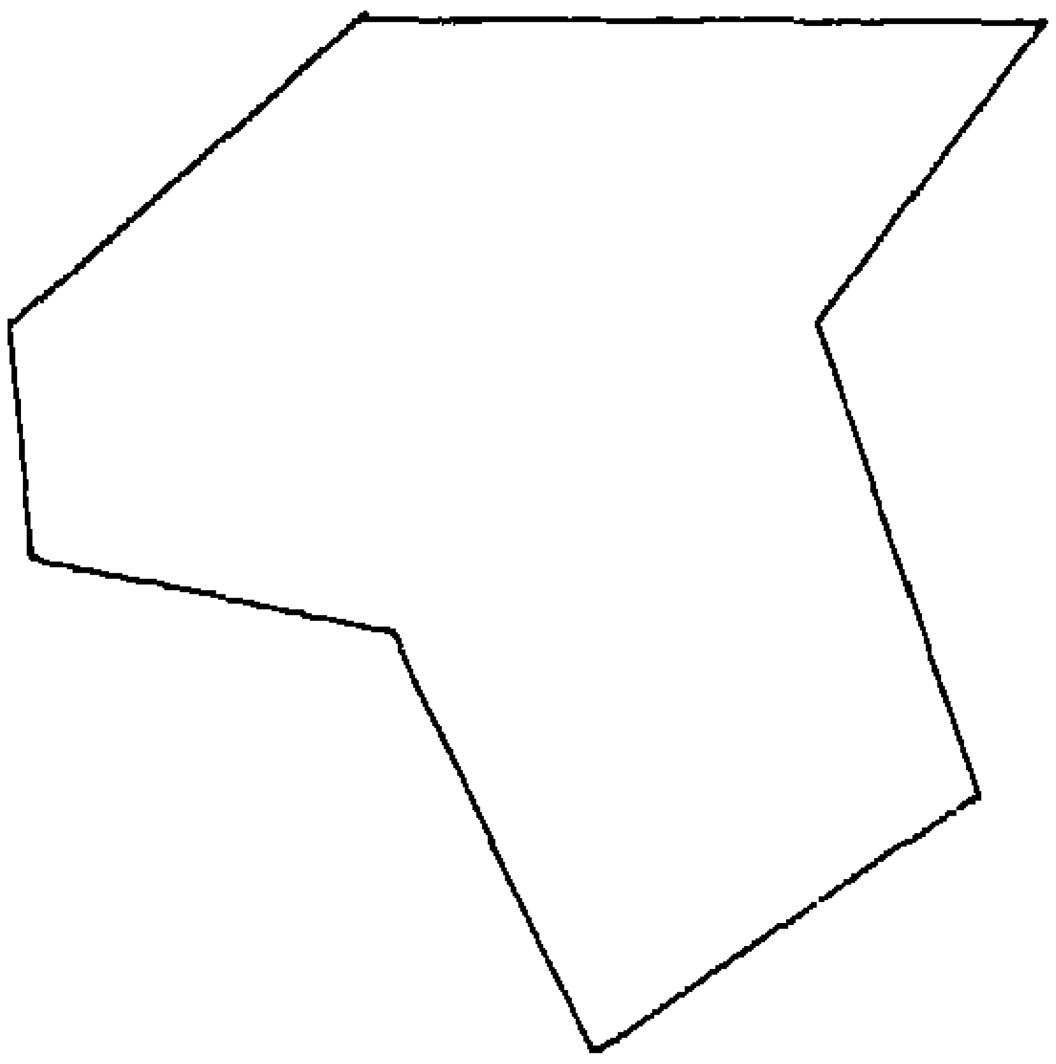
هو مضلع عدد أضلاعه يساوي ثمانية.

● **ثماني نظامي (مثمن):**

هو ثماني تساوت أضلاعه وزواياه.



مثمن



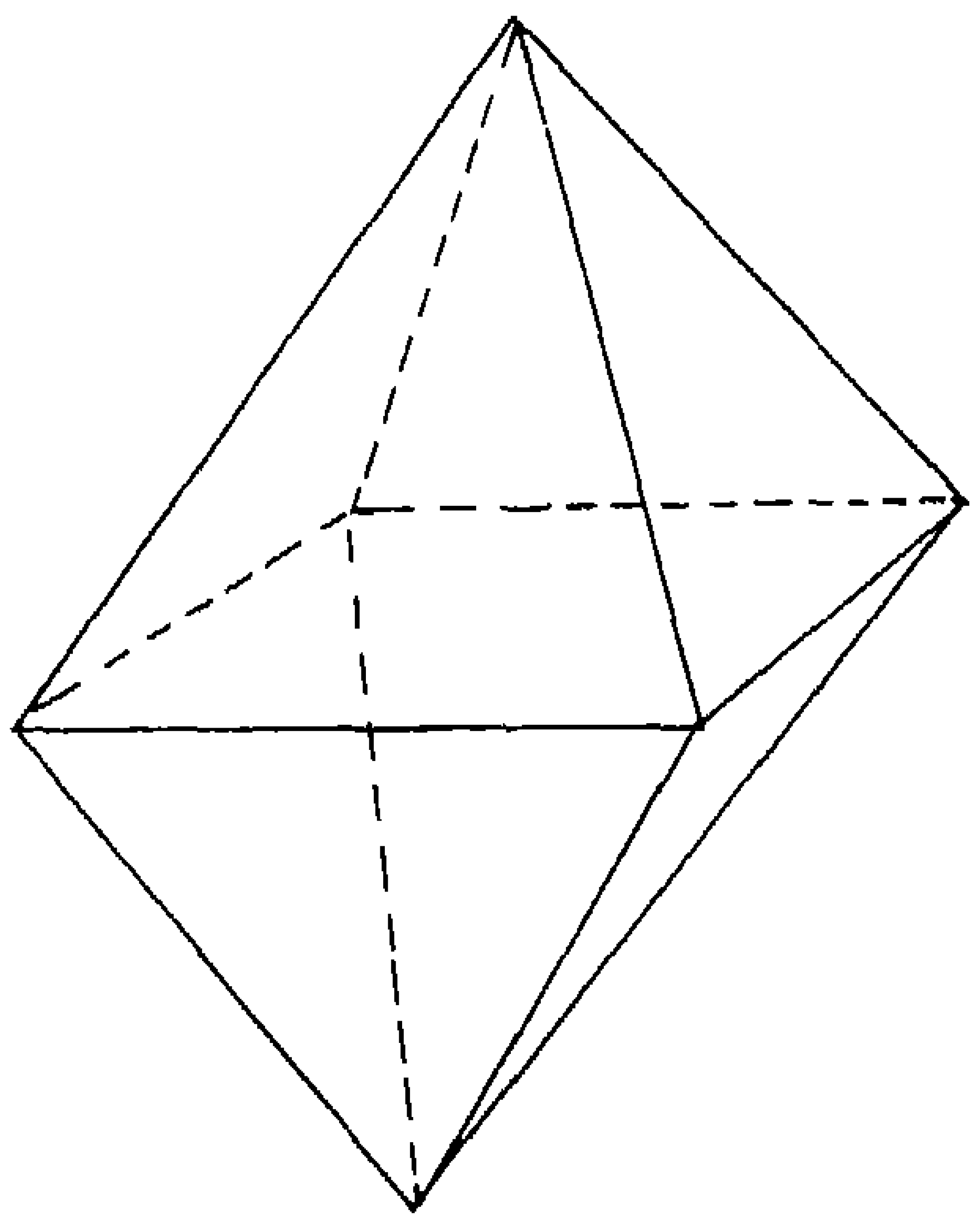
ثماني

ثماني الوجوه OCTAHEDRON

هو كثير وجوه كما في الشكل.

● **ثماني الوجوه المنتظم:**

هو ثماني وجوه تساوت وجوهه المثلثية. ويسمى أيضاً مثمن الوجوه. وتعطى مساحة مثمن الوجوه بالعلاقة $S=2\sqrt{3}a^2$ أما حجمه فهو $V=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ حيث a هو طول الحرف.



DYAD ثناء

يعرف الثناء بأنه زوج من المتجهات موضوعة بجوار بعضها دون تحديد عملية ضرب بينهما. فإذا كان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متجهين، فإن $\vec{A}\vec{B}=\phi$ يسمى ثناء. ويمكن النظر للثناء على أنه مؤثر يؤثر على المتجهات بالضرب النقطي أو التصالبي.

فمثلاً $\vec{A}(\vec{B}.\vec{F})=\phi.\vec{F}$ ، $(\vec{F}.\vec{A})\vec{B}=\vec{F}.\phi$

$(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{F}=\phi\times\vec{F}$, $(\vec{F}\times\vec{A})\times\vec{B}=\vec{F}\times\phi$،

ويسمى مجموع ثنائين بالمتجه الثناوي.

لنفرض أن $\phi_1 = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$ متجه ثناوي فإننا نقول إن $B_3A_3+B_2A_2+B_1A_1=\phi_2$ **مرافق لـ** ϕ_1. ويسمى المتجه الثناوي ϕ_1 متناظراً إذا كان $\phi_2=\phi_1$ كما ويسمى ϕ_1 متناظراً تخالفياً إذا كان $\phi_1=-\phi_2$ ويقال ان المتجهين الثناويين ϕ و ϕ' **متساويان** إذا كان $r.\phi'=r.\phi$, $\phi'.r=\phi.r$ لكل المتجهات r. ويعرف الجداء النقطي لثناءين AB و CD بأنه الثناء (B.C)AD.

BINARY ثنائي

- **نظام الأعداد الثنائي:**

هو نظام عددي يمثل الأعداد الحقيقية مستعملاً العدد 2 كأساس له بدل العدد 10. ونحتاج في هذه الحالة إلى الرقمين 0 و 1 فقط. مثلاً: في الترميز الثنائي فإن العدد 11001 يساوي 25 في الترميز العشري، لأن:

$$1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = 25$$

كما أننا نرى في المثل أعلاه كيفية التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري. أما العكس، أي التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي فيتم عن طريق تكرار القسمة على 2. مثلاً العدد 9 في الترميز العشري يساوي 1001 في الترميز الثنائي لأن $2^3+1=9$ وكما هو الحال بالنسبة للترميز العشري فإن العدد

الحقيقي يكون منطقاً إذا وفقط إذا كان تمثيله بالترميز الثنائي متكرراً ولا منتهياً بعد الفاصلة. مثلاً العدد ...0.010000 يساوي $\frac{1}{4}$ والعدد ...0.10101010 يساوي $\frac{2}{3}$ وذلك لأنه مجموع المتسلسلة الهندسية:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots$$

الحساب في النظام الثنائي مهم ومفيد لصلته بالحاسبات الالكترونية حيث يشير الصفر لانقطاع التيار الكهربائي والواحد لمروره. ومن مرادفات نظام الأعداد الثنائي نظام الأعداد الثناوي وهو يستخدم بنفس المعنى.

أنظر **أساس** ـ أساس نظام عددي.

- **عملية ثنائية:**

وهي العملية التي يجري تطبيقها على كائنين أو شيئين اثنين، مثلاً نجمع أي عددين، نأخذ اتحاد أي مجموعتين وهكذا. نقول إن مجموعة ما **مغلقة** بالنسبة إلى عملية ثنائية معرفة عليها إذا كانت حصيلة تطبيق العملية على أي عنصرين من المجموعة تعطي عنصراً من المجموعة. مثلاً مجموعة الأعداد الطبيعية مغلقة بالنسبة لعملية الجمع وغير مغلقة بالنسبة لعملية القسمة. أما المجموعة {2,5,11} فهي غير مغلقة بالنسبة لعملية الجمع، مثلاً لأن 2+5=7 ليس في المجموعة. أما التعريف الدقيق للعملية الثنائية على مجموعة S فهو أنها دالة مجالها S×S أو مجموعة الأزواج المرتبة (x,y)، x,y∈S. وتكون المجموعة مغلقة إذا كان المجال المقابل لهذه الدالة S أيضاً.

انظر **ثلاثي** ـ عملية ثلاثية.

ثنائي التربيع — BIQUADRATIC

- **معادلة ثنائية التربيع:**

هي معادلة جبرية من الدرجة الرابعة، أو رباعية الدرجة وشكلها العام هو:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

حيث a,b,c,d هي أعداد حقيقية.

ثنائي التوافق BIHARMONIC

● **مسألة القيم الحدودية الثنائية التوافق:**

انظر حدود.

● **دالة ثنائية التوافق:**

هي حل للمعادلة التفاضلية الجزئية من المرتبة الرابعة $\nabla\nabla u=0$ حيث ∇ هو مؤثر لابلاس $\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ وتكون الدالة بذلك حلاً للمعادلة:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}+2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2\partial z^2}+2\frac{\partial^4 u}{\partial z^2\partial x^2}=0$$

كما إنه بالإمكان تعريف الدالة ثنائية التوافق إذا كان لدينا إثنان أوأربعة أو أي عدد من المتغيرات المستقلة.

ثنائي الثنوية BIDUAL

ليكن E فضاء معيراً. إذا رمزنا لثنوي E بالرمز E' فإن ثنائي الثنوية هو الفضاء الثنوي للفضاء E'. أي أن ثنائي الثنوية هو الفضاء $E''=(E')'$.

انظر **ثنوي**.

ويسمى E'' أيضاً **بالمرافق الثاني** للفضاء E. ونذكر بأن الثنوي E' هو فضاء الأشكال المستمرة الخطية على E.

ثنائي الحد BINOMIAL

هو كثير حدود مؤلف من حدين اثنين مثلاً 7x+8y.

انظر **ثلاثي الحدود**.

● **معاملات ثنائية الحد:**

هي المعاملات في منشور $(x+y)^n$ مثلاً $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ والمعاملات الثنائية الحد من المرتبة 2 هي 1,2,1. أما في المرتبة n فإن المعامل الذي يأتي ترتيبه

في المكان $r+1$ يساوي $\frac{n!}{r!(n-r)!}=\binom{n}{r}$، وهو عدد توافقات عدد n من الأشياء إذا أخذنا منها r شيئاً في كل مرة، ولهذا العدد رموز أخرى مستعملة منها $_nC_r$، $C(n,r)$، C_r^n. ونرى بسهولة أن مجموع المعاملات هو 2^n ويمكن إثبات ذلك عن طريق وضع $x=y=1$ في منشور $(x+y)^n$.

انظر **باسكال** ــ مثلث باسكال.

- **تفاضل ثنائي الحد:**

هو تفاضل من الشكل $x^m(a+bx^n)^p\,dx$ حيث a,b أي عددين ثابتين و m,n,p أعداد منطقة.

- **توزيع ثنائي الحد:**

نقول ان المتغير العشوائي X موزع بشكل ثنائي الحد أو أنه متغير عشوائي ثنائي الحد إذا كان هناك عدد صحيح n وعدد p. بحيث يكون X عدد النجاحات في تجربة مستقلة من تجارب برنولي، حيث ان احتمال النجاح في كل تجربة هو p. يكون مدى X المجموعة $\{0,1,2,...,n\}$ واحتمال k نجاحاً هو $P(x=k)=\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$، حيث $q=1-p$، فمثلاً لو رمينا ثلاث قطع نقد معدنية، فإن $p=\frac{1}{2}$ واحتمال الحصول على 0,1,2,3 طرة هو $\frac{1}{8}$، $\frac{3}{8}$، $\frac{3}{8}$، $\frac{1}{8}$، وليست هذه الأعداد سوى حدود منشور $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^3$ بواسطة مبرهنة ثنائي الحد بشكل عام، نقول:

$$(p+q)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^kq^{n-k}=\sum_{k=0}^{n}P(X=k)$$

أما وسط التوزيع الثنائي الحد فهو np وتباينه npq كما أن الدالة المولدة للعزم هي $M(t)=(q+pe^t)^n$ إذا كان n كبيراً فيمكن تقريب التوزيع الثنائي الحد بواسطة توزيع طبيعي وسطه np وتباينه npq. كما يمكن تقريبه بواسطة توزيع بواسون وسطه np إذا كان n كبيراً طبعاً.

انظر **برنولي** ــ توزيع برنولي، اختبار برنولي، **مركزي** ــ مبرهنة النهاية المركزية، **عزم** ــ دالة توليد العزم، **متعدد الحدود** ــ توزيع متعدد الحدود، **طبيعي** ــ توزيع طبيعي، **بواسون** ــ توزيع بواسون.

- **معادلة ثنائية الحد:**

هي معادلة من الشكل $x^n - a = 0$.

- **نشر ثنائي الحد:**

هو النشر الذي تعطيه مبرهنة ثنائي الحد.

- **صيغة ثنائي الحد:**

هي الصيغة التي تعطيها مبرهنة ثنائي الحد.

- **متسلسلة ثنائي الحد:**

هي نشر ثنائي الحد يحتوي على عدد لا منته من الحدود، أي أنه نشر للكمية $(x+y)^n$ حيث n ليست عدداً طبيعياً ولا هي صفر. ويكون النشر من هذا النوع متقارباً ومجموعه $(x+y)^n$ إذا كان $|y|<|x|$ أو إذا كان $x=y\neq0$ و $n>-1$ أو إذا كان $x=-y\neq0$ و $n>0$. مثلاً:

$$\sqrt{3} = (2+1)^{1/2} = 2^{1/2} + 1/2(2)^{1/2} - (1/2)^3(2)^{-2/3} + \ldots$$

- **أصم ثنائي الحد:**

انظر أصم.

- **مبرهنة ثنائي الحد:**

هي مبرهنة أو قاعدة لنشر أي قوة لثنائي الحد. ويمكننا كتابة هذه المبرهنة كما يلي:

$$(x+y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \ldots + y^n$$

وذلك إذا كان n عدداً صحيحاً موجباً ويكون معامل $(x^{n-r}y^r)$ هو الكمية $\frac{n!}{r!(n-r)!}$. أما بشكل عام فإن المبرهنة تقول: الحد الأول في منشور $(x+y)^n$ هو x^n والحد الثاني فمعامله n وعوامله x^{n-1} و y. وعندما نستمر فإن قوة x تنقص واحداً كل مرة بينما تزيد قوة y واحداً، ونستطيع الحصول على معامل الحد التالي من معامل الحد الموجود بأن نضرب في قوة x ونقسم على قوة y مضافاً إليها واحداً.

مثلاً $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$.

● توزيع ثنائي الحد السالب:

نقول إن المتغير العشوائي X هو متغير عشوائي ثنائي الحد سالب أو أن له توزيعاً ثنائي الحد سالباً إذا كان هناك عددان r,p بحيث يكون X هو عدد المحاولات المستقلة في تجارب برنولي والتي ينبغي إجراؤها وذلك للحصول على r نجاحاً، علماً بأن احتمال النجاح هو p. مدى X هو المجموعة اللامنتهية ...,r , r+1, r+2 واحتمال عدد n من المحاولات هو $P(x=n)=\binom{n-1}{r-1}p^r q^{n-r}$ إذا كان $n\geq r$ وكان $q=1-p$ فإن الوسط هو r/p والتباين هو rq/p^2 ودالة توليد العزم هي $M(t)=e^{tr}p^r(1-qe^t)^{-r}$ ويقال لهذا التوزيع أيضاً توزيع باسكال.

إذا كان r=1 نقول إن X **هو متغير عشوائي هندسي** أو أن له **توزيعاً هندسياً** ويكون في هذه الحالة فإن $P(X=n)=pq^{n-1}$ إذا كان $n\geq 1$. الوسط يكون $^1/_p$ والتباين $^q/_{p^2}$، إذا أخذنا $Y=X-1$ فإن البعض يسمي Y أحياناً المتغير العشوائي الهندسي (Y هو عدد المحاولات قبل النجاح الأول) ونحصل في هذه الحالة على $P(y=n)=pq^n$ إذا كان $n\geq 0$ أما الوسط فهو $^q/_p$.

ثنائي الخطية BILINEAR

نقول عن عبارة رياضية أنها ثنائية الخطية إذا كانت خطية في كل من متغيرين أو موضعين. مثلاً الدالة $f(x,y)=3xy$ هي خطية في x وفي y لأن:

$$f(x_1 + x_2, y) = 3(x_1 + x_2)y$$
$$= 3x_1y + 3x_2y$$
$$= f(x_1, y) + f(x_2, y)$$

كذلك $f(\lambda x,y) = 3\lambda xy = \lambda f(x,y)$ وهذا ينطبق على y أيضاً. مثال آخر الجداء $<x, y>$ السلمي للمتجهات والذي نعرفه كما يلي، إذا كان:

$$\overrightarrow{x} = x_1\overrightarrow{i} + x_2\overrightarrow{j} + x_3\overrightarrow{k},\ \overrightarrow{y} = y_1\overrightarrow{i} + y_2\overrightarrow{j} + y_3\overrightarrow{k}$$

فإن $<\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}> = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$. ويمكن التأكد بسهولة من أن الجداء السلمي ثنائي الخطية. ويسمى كل من العبارتين في المثالين السابقين **شكلاً ثنائي الخطية**.

انظر شكل.

الدالة F المعرفة كما يلي: $F(u,v) = {}_0\int^1 t^2\, u(t,x)\, v(t,x)dt$ عند كل نقطة x هي دالة ثنائية الخطية في u و v حيث u و v هما دالتان بالمتغيرين x,t.

ثنائي الدرجة QUADRIC

هو كثير حدود بحيث يكون كل حد من حدوده من الدرجة الثانية. أي هي عبارة متجانسة من الدرجة الثانية.

مثال (1): $ax^2 + bxy + cy^2$ هو كثير حدود ثنائي الدرجة y,x.

مثال (2): $x^2z^3 + xy + y^2z$ هو كثير حدود ثنائي الدرجة بالنسبة لـ y,x.

- **ثنائيات الدرجة المتباثرة:**

  انظر **متباثر**.

- **سطح ثنائي الدرجة:**

هو سطح معرف في الاحداثيات الديكارتية بمعادلة جبرية من الدرجة الثانية فمثلاً السطح الذي تعطيه المعادلة $z = f(x,y)$ بحيث $f(x,y) = x^2 + y^2$.

وفي الحقيقة فإن جميع مجسمات القطع الناقص والزائد والمكافىء مثلاً هي سطوح ثنائية الدرجة.

انظر **مجسم قطع ناقص**، **مجسم قطع زائد**، **مجسم قطع مكافىء**؛ انظر **مخروطي**.

- **متجانسة جبرية ثنائية الدرجة:**

  انظر **متجانسة جبرية**.

- **منحن ثنائي الدرجة:**

هو منحن معرف في الاحداثيات الديكارتية بمعادلة جبرية من الدرجة الثانية. مثلاً المنحنى الذي تعطيه المعادلة $y = f(x)$ بحيث $f(x) = x^2-7$.

ثنائي الشرط BIOCONDITIONAL

انظر تكافؤ ــ تكافؤ القضايا.

ثنائي الفرع BIPARTITE

● تكعيبي ثنائي الفرع:

هو المحل الهندسي للمعادلة $y^2 = x(x-a)(x-b) \quad 0<a<b$ المنحنى متناظر حول محور x ويقطع هذا المحور عند نقطة الأصل والنقطتين $(a,0), (b,0)$ ويسمى هذا المنحنى ثنائي الفرع لأن له فرعين منفصلين تماماً.

ثنائي القائمة BIRECTANGULAR

أي أن له زاويتين قائمتين، مثلاً المثلث الكروي الثنائي القائمة هو المثلث الكروي الذي يحتوي على زاويتين قائمتين.

● ثنائي المتجه:

ثنائي المتجه هو حاصل الجداء الخارجي لمتجهين.

ثنائي المتغير (إحصاء) BIVARIATE

يتعلق بمتغيرين عشوائيين.

● توزيع ثنائي المتغير:

انظر توزيع.

● توزيع طبيعي ثنائي الحد:

هو توزيع المتجه العشوائي (X_1, X_2) الذي تكون دالة كثافته:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \text{xp}\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1})$$

$$-2\rho\frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2}+(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2})^2]\}; -\infty<x_1, x_2<\infty$$

وحيث μ_1 و μ_2 و σ_1 و σ_2 و ρ ثوابت بشرط $-1 < \rho < 1$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ ومن خواص هذا التوزيع:

(1) μ_1 و μ_2 هما التوقعان الرياضيان لـ x_1 و x_2 على الترتيب.

(2) σ_1 و σ_2 هما الانحرافان المعياريان للمتغيرين x_1 و x_2 على الترتيب.

(3) ρ هو معامل الترابط بين x_1 و x_2.

(4) التوزيع الهامشي للمتغير x_1 هو توزيع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2. والتوزيع الهامشي للمتغير x_2 هو توزيع طبيعي وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2.

(5) التوزيع الشرطي للمتغير x_1 (بتثبيت x_2) هو توزيع طبيعي وسطه $\mu_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\rho(x_2 - \mu_2)$ وتباينه $\sigma_1^2(1-\rho^2)$ والتوزيع الشرطي للمتغير x (بتثبيت x) هو توزيع طبيعي وسطه $(x_1 - \mu_1) \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \mu_2$ وتباينه $\sigma_2^2(1-\rho^2)$.

ثنائي التكافؤ BIVALENT

- **مجموعة ثنائية التكافؤ:**

هي مجموعة تكون F_σ و G_δ في آن واحد.

انظر F_σ و G_δ.

وفيما يلي نورد بعض خواص هذه المجموعات:

(1) متممة **المجموعة الثنائية التكافؤ** تكون ثنائية التكافؤ.

(2) الاتحادالمنتهي لمجموعات ثنائية التكافؤ يكون ثنائي التكافؤ.

(3) التقاطع المنتهي لمجموعات ثنائية التكافؤ يكون ثنائي التكافؤ.

وإذا افترضنا أن كل المجموعات المغلقة هي مجموعات G_δ فإنه يمكن برهنة ما يلي:

(أ) إذا كانت G و H مجموعتين منفصلتين وكل منهما G_δ فإنه يوجد مجموعة ثنائية التكافؤ B بحيث $H \subset B$ و $B \cap G = \phi$.

(ب) إذا كانت G مجموعة G_δ وكانت F مجموعة F_δ بحيث $G \subset F$ فإنه يوجد مجموعة ثنائية التكافؤ B بحيث $G \subset B \subset F$.

(جـ) إذا كانت $\{G_i\}$ متتالية من مجموعات G_δ بحيث $\bigcap_{i=1}^{\infty} G_i = \phi$

فإنه يوجد متتالية $\{B_i\}$ من المجموعات الثنائية التكافؤ بحيث $\bigcap_{i=1}^{\infty} B_i = \phi$

و $B_i \subset G_i$.

ثنائي المنوال BIMODAL

● **توزيع ثنائي المنوال:**

هو توزيع له منوالان، أي أن هناك قيمتين مختلفتين تبرزان دائمًا أكثر تكراراً من أي من القيم المجاورة.

ثنائي الناظم BINORMAL

انظر ناظم ـ ناظم لمنحنٍ أو سطح.

ثنوي DUAL

● **الصيغ الثنوية:**

هي صيغ تربطها علاقة تشبه العلاقة بين المبرهنات الثنوية.

انظر **ثنوية** ـ مبدأ الثنوية في الهندسة الإسقاطية ومبدأ الثنوية في المثلث الكروي.

ثَنَوِيَّة DUALITY

● **مبرهنة الثنوية لبوانكاريه:**

تنص المبرهنة على أن أعداد بتي B_G^p ذات البعدية p لمنطو قابل للتوجيه ومتماثل باستمرار مع مجموعة النقط لمعقد مبسَّطي بعديته n تحقق المعادلة: $B_G^p = B_G^{n-p}$ حيث G هي الزمرة التي **سلاسلها وزمرها الشباهية** معرفة.

ولقد برهن بوانكاريه هذه المبرهنة في الحالة التي تكون فيها G زمرة الأعداد المنطقة، ثم تبعه فِبْلن فأثبت المبرهنة عندما تكون G زمرة الأعداد

الصحيحة مقياس 2. أما ألكسندر فقد أثبت المبرهنة عندما تكون G زمرة الأعداد الصحيحة مقياس P حيث P عدد أولي.

انظر بتي ـ عدد بتي **وشباهي** ـ زمرة شباهية.

● **مبدأ الثنوية في الهندسة الإسقاطية:**

هو المبدأ الذي ينص على أنه إذا كانت إحدى المبرهنات الثنوية صائبة فإن الأخرى بدورها صائبة. فمثلاً:

(1) **في المستوى:**

تكون النقطة والمستقيم **عناصر ثنوية** أما عمليتا رسم مستقيم مار بنقطة وتحديد نقطة على مستقيم فهما **عمليتان ثنويتان**. كما أن عمليتي رسم مستقيمين مارين بنقطة واحدة ووصل نقطتين بمستقيم تكونان **عمليتين ثنويتين**.

ونقول ان الشكلين A و B ثنويان إذا حصلنا على A من B باستبدال العنصر الثنوي بكل عنصر في B والعملية الثنوية بكل عملية في B.

مثال: الشكل A يتكون من ثلاثة مستقيمات مارة بنقطة واحدة والشكل B يتكون من ثلاث نقط واقعة على مستقيم واحد. كما نسمي المبرهنتين I و II **بمبرهنتين ثنويتين** إذا أمكن الحصول على إحداهما من الأخرى باستخدام كل عنصر وكل عملية بالعنصر الثنوي والعملية الثنوية على الترتيب.

(2) **في الفضاء:**

تكون النقطة والمستوى عنصرين ثنويين ويعرف العنصر الثنوي والعملية الثنوية بنفس الطريقة المعرفين بها في المستوى.

● **مبدأ الثنوية في المثلث الكروي:**

وينص هذا المبدأ على أنه لكل صيغة متعلقة بالأضلاع ومكملات الزوايا المقابلة للأضلاع نستطيع الحصول على صيغة أخرى صحيحة بتبادل كل ضلع مع مكملة الزاوية المقابلة له. وتسمى الصيغة الناتجة **بالصيغة الثنوية**.

ثنية FLEXION

والثنية إسم يطلق على معدل تغير ميل المنحنى. أي المشتق الثاني للدالة.

THETA ثيتا

الحرف الثامن من الحروف اليونانية. رمزه الصغير θ ورمزه الكبير Θ.

● دوال ثيتا:

ليكن $q = e^{\pi i \tau}$ حيث τ عدد عقدي ثابت جزؤه الخيالي موجب. إن دوال ثيتا الأربعة هي (تكتب عادة بدون الإشارة الصريحة باعتمادها على τ):

$$\theta_1(z) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n q^{(n+1/2)^2} \sin (2n+1)z,$$

$$\theta_2(z) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} q^{(n+1/2)^2} \cos (2n+1)z,$$

$$\theta_3(z) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \cos 2nz,$$

$$\theta_4(z) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} \cos 2nz,$$

ويمكن البرهنة على العلاقات التالية:

$$\theta_1(z) = -\theta_2 (z + \tfrac{1}{2}\pi) = (-iq^{\frac{1}{4}} e^{iz})\, \theta_3 (z + \tfrac{1}{2}\pi + \tfrac{1}{2}\pi\tau)$$

$$= (-iq^{\frac{1}{4}} e^{iz})\, \theta_4 (z + \tfrac{1}{2}\pi\tau)$$

إن كل دوال ثيتا تحقق علاقة مشابهة للعلاقة $\theta_4(z+\pi) = \theta_4(z) = (-qe^{2iz})\, \theta_4(z+\pi\tau)$. ويقال لكل دالة من دوال ثيتا بأن لها خاصة شبيه مضاعف الدورية. إن دوال ثيتا هي دوال صحيحة.

THUE, AXEL (1863-1922) ثيو (أكسل)

رياضي نرويجي اختص بنظرية الأعداد.

● مبرهنة ثيو وسيغل وروث:

ليكن α عدداً أصم.. وليكن μ عدداً بحيث يوجد عدد لا منته من الأعداد المنطقة $\frac{p}{q}$ تحقق $< q^{-\mu}$ $|\frac{p}{q} - \alpha|$ إذا كان $\bar{\mu}(\alpha)$ هو الحد الأصغري

الأعلى لجميع الأعداد μ فإن $\bar{\mu}(\alpha) \geq 2$ لجميع قيم α. وإذا كان α عدداً جبرياً بدرجة n فقد برهن ليوفيل (1844) على أن $\bar{\mu}(\alpha) \leq n$ وبرهن ثيو (1908) على أن $\bar{\mu}(\alpha) \leq \frac{n}{2} + 1$ وبرهن سيغل (1921) على أن $\bar{\mu}(\alpha) \leq 2\sqrt{n}$ وبرهن دايسون (1947) على أن $\bar{\mu}(\alpha) \leq \sqrt{2n}$ وبرهن روث (1955) على أن $\bar{\mu}(\alpha) = 2$.

ج

جاذب ATTRACTOR

١ ـ الجاذب الضعيف:

لتكن M مجموعة جزئية من فضاء الطور X للنظام الديناميكي (X,R,π).

تسمى M جاذباً ضعيفاً إذا كانت منطقة الجذب الضعيف $A_u(M)$ (للمجموعة M) جواراً للمجموعة M.

٢ ـ الجاذب:

تسمى M جاذباً إذا كانت منطقة الجذب $A(M)$ (للمجموعة M) جواراً للمجموعة M.

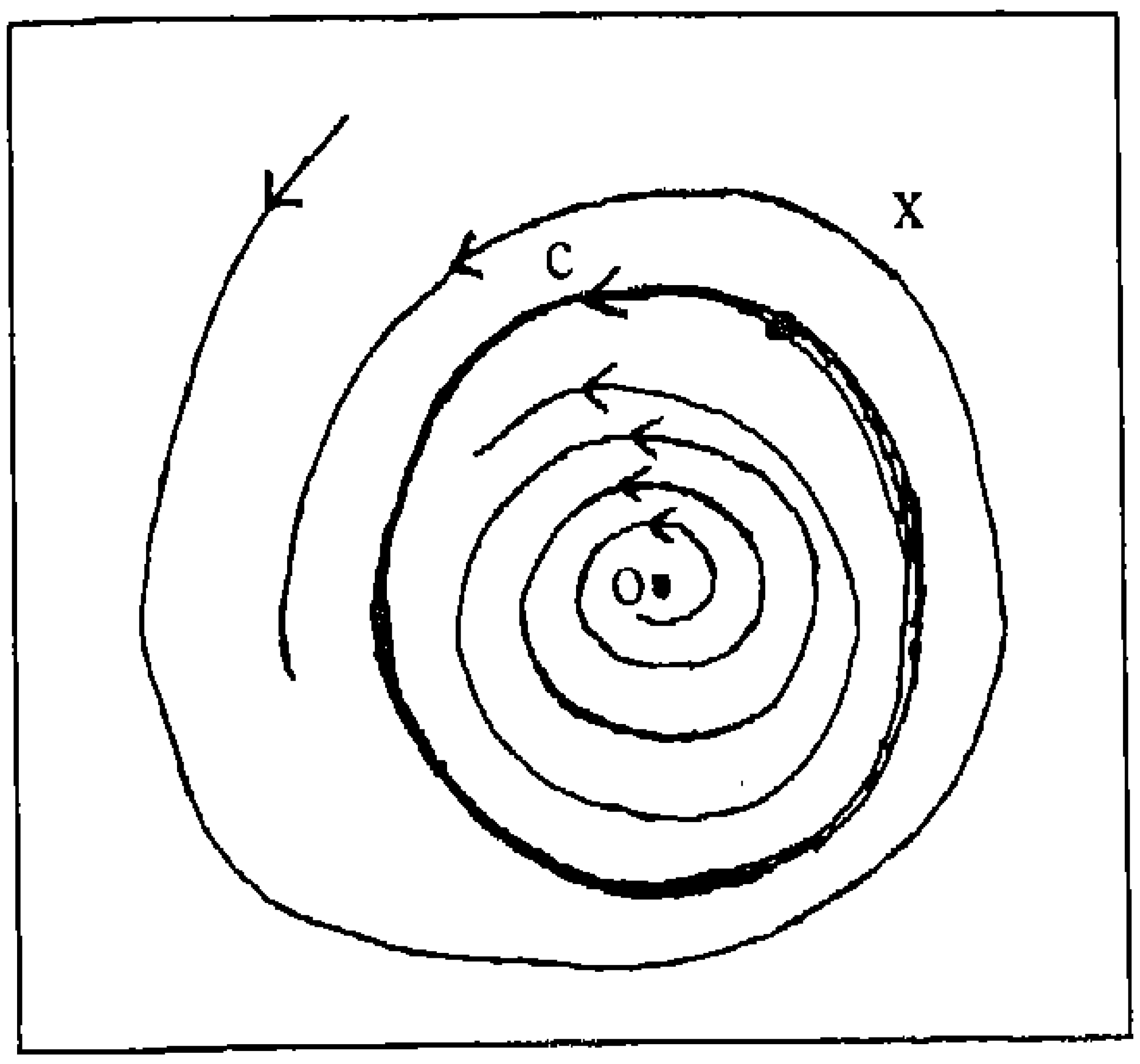
٣ ـ الجاذب المنتظم:

تسمى M جاذباً منتظماً إذا كانت منطقة الجذب المنتظم $A_u(M)$ (للمجموعة M) جواراً للمجموعة M.

انظر **منطقة جذب** ـ **منطقة جذب ضعيف**، **منطقة جذب ومنطقة جذب منتظم**.

وإذا كان $A_u(M) = X$ فإن M تسمى **بالجاذب الضعيف الشامل** وتضاف كلمة شامل بنفس الطريقة في حالة كل من الجاذب والجاذب المنتظم إذا كانت منطقة الجذب المقابلة تساوي الفضاء كله.

مثال: لنعتبر جملة المعادلات التفاضلية في R^2 (احداثيات قطبية) $\frac{dr}{dt} = r(1-r), \frac{d\theta}{dt} = 1$ والتي تعرف النظام الديناميكي (R^2,R,π). الشكل المرافق يوضح مدارات النقطة في هذا النظام، وهي تتكون من:



(1) نقطة راقدة O تقع على نقطة الأصل.

(2) نقطة دوريةمدارها الدائرة C.

(3) مدارات داخل الدائرة C تدور بشكل حلزوني نحو الدائرة C ومدارات خارج الدائرة تدور بشكل حلزوني نحو الدائرة C. إذا كانت x على الدائرة C فإن المجموعة {x} تكون جاذباً ضعيفاً ولكنها ليست جاذباً. وهذا سببه أن $L^{+}(y) = C$ لكل نقطة $y \in R^2$. وإذا كانت M (جاذباً ضعيفاً) (جاذباً) (جاذباً منتظماً) فإن منطقة الجذب المقابلة $\{A_u(M)\}$ $\{A(M)\}$ $\{A_u(M)\}$ تكون مجموعة مفتوحة.

جاذبية GRAVITY

- **تسارع الجاذبية:**

  انظر تسارع ـ تسارع جسم ساقط.

- **مركز الجاذبية:**

  هو إسم مرادف لمركز الكتلة.

  انظر مركز ـ مركز الكتلة.

جامد IDEMPOTENT

وتعرف الكمية **الجامدة** بأنها تلك الكمية التي لا تتغير إذا ضربت بنفسها. وكمثال على الكميات الجامدة نورد المصفوفة المحايدة:

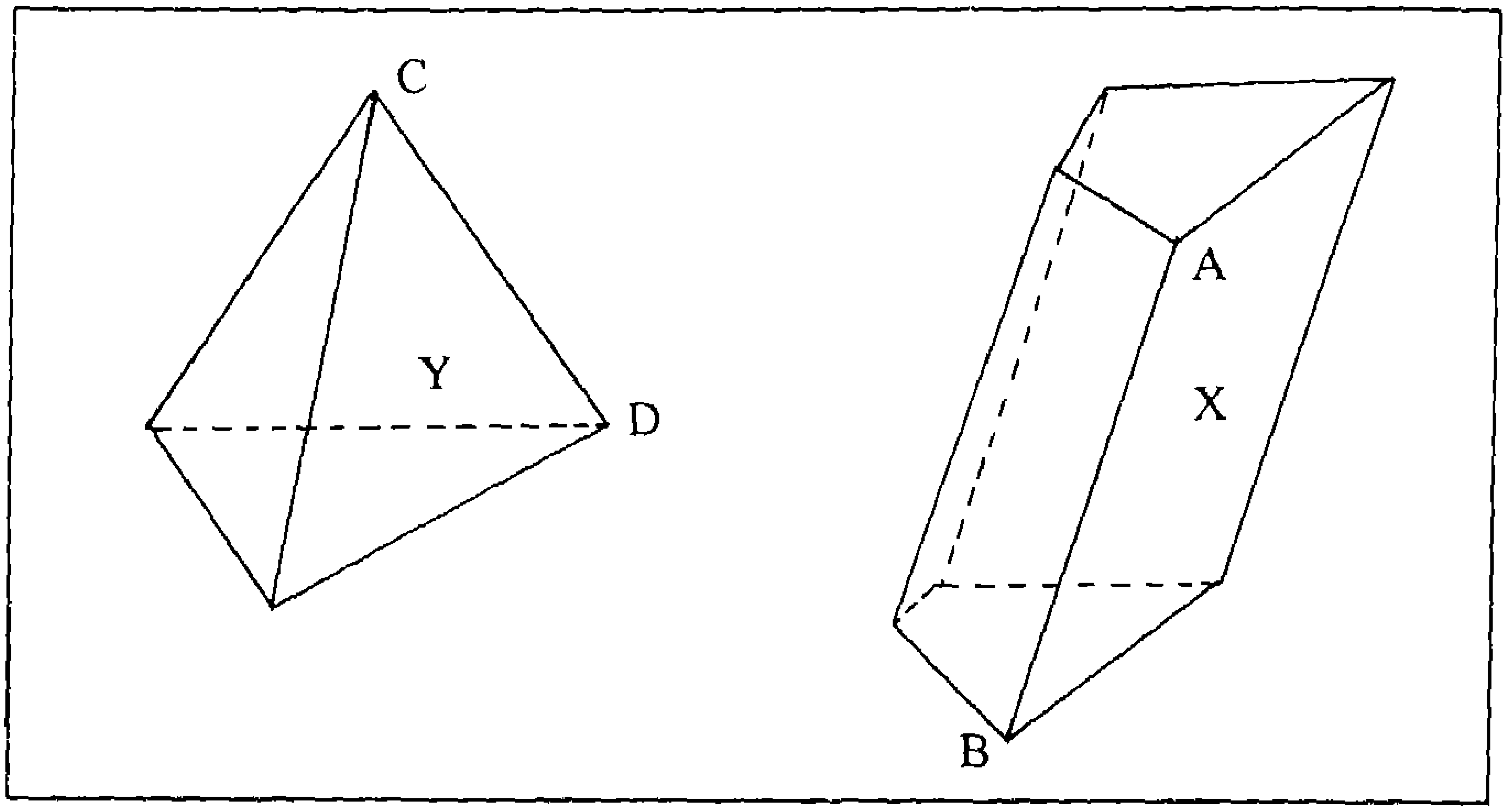
$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}$$

والمصفوفة
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

جانبي LATERAL

● **حرف جانبي ووجه جانبي** (لهرم أو لموشور):

هو الحرف أو الوجه الذي لا يكون جزءاً من القاعدة، وكما يبدو من الشكل، فإن AB ،CD هما حرفان جانبيان و X و Y هما وجهان جانبيان.



● **سطح جانبي ومساحة جانبية**:

السطح الجانبي لسطح ذي قواعد مثل المخروط أو الاسطوانة هو هذا السطح محذوفاً منه القاعدة. وهكذا فإن المساحة الجانبية هي مساحة السطح الجانبي.

انظر مخروط، اسطوانة، هرم، موشور.

جانبي SLANT

● **ارتفاع جانبي**:

الارتفاع الجانبي **للمخروط الدائري القائم** هو الطول المشترك لعناصر المخروط.

الارتفاع الجانبي **لجذع المخروط الدائري القائم** هو طول القطعة من عنصر المخروط الذي تقطعه قاعدتا الجذع.

الارتفاع الجانبي للهرم المنتظم هو الارتفاع المشترك لأوجهه الجانبية.

الارتفاع الجانبي لجذع الهرم المنتظم هو الارتفاع المشترك لأوجهه (المسافة العمودية بين الأضلاع المتوازية في أوجهه).

الجبر ALGEBRA

---

(1) هو تعميم لعلم الحساب، فالحقائق الحسابية $1 + 1 + 1 = 1 \times 3$ ، $4 + 4 + 4 = 3 \times 4,\ 2 + 2 + 2 = 3 \times 2,$ هي حالات خاصة من القضية الجبرية $x + x + x = 3x$ حيث أن x أي عدد.

إننا نستعمل الحرف كرمز لأي عدد في مجموعة معينة (مجموعة الأعداد الحقيقية مثلاً) كما ترتبط هذه الحروف بقوانين معينة وتكون هذه القوانين صحيحة لو استبدلنا بالحرف أياً من عناصر المجموعة. ومن الممكن أن نفرض بعض الشروط على الحرف الذي يمثل مجموعة معينة وقد تعني هذه الشروط ألا يأخذ الحرف سوى قيمة واحدة كما يحدث مثلاً في دراسة المعادلات من الشكل $2x + 1 = 9$. ففي هذه الحالة لا يأخذ x سوى قيمة واحدة هي 4.

(2) نظام منطقي يجري التعبير عنه بواسطة الرموز الجبرية.

- **جبرية:**

الجبرية على حقل F (أو الجبرية الخطية) هي حلقة R وفضاء متجهي في نفس الوقت، كما تحقق الشرط $(ax)(by) = (ab)(xy)$ لكل الأعداد السلمية a,b وكل العناصر x,y في R. ويكون بعد الفضاء المتجهي مساوياً لمرتبة R. ونقول إن الجبرية تبديلية أو أن لها عنصر وحدة إذا كانت الحلقة تبديلية أو لها عنصر وحدة.

- **جبرية قسمة:**

هي جبرية وحلقة قسمة أيضاً.

- **الجبرية البسيطة:**

هي جبرية وحلقة بسيطة أيضاً. مجموعة الأعداد الحقيقية هي جبرية

قسمه وتبديلية على حقل الأعداد المنطقة. لو أخذنا n عدداً صحيحاً موجباً وأخذنا مجموعة المصفوفات المربعة ذات المرتبة n بحيث تكون عناصرها أعداداً عقدية (أو حقيقية) لحصلنا على جبرية غير تبديلية على حقل الأعداد الحقيقية، أي جبرية مؤلفة من كل المصفوفات من n×n وعناصرها من حقل معطى تكون جبرية بسيطة. كل جبرية ذات مرتبة n ولها عنصر وحدة تكون متماثلة مع جبرية المصفوفات من n×n.

- **جبر القضايا:**

انظر **بول، جبر بولي.**

- **جبرية مجموعات جزئية:**

جبرية المجموعات الجزئية لمجموعة X هي صنف من مجموعات X الجزئية يحتوي على متمم أي من عناصره وعلى اتحاد أي اثنين من تلك العناصر (أو تقاطع أي اثنين). تسمى هذه الجبرية **جبرية من σ** إذا كانت تحتوي على اتحاد أي متتالية من عناصرها. كل جبرية مجموعات جزئية هي جبرية بولية بالنسبة لعمليتي الاتحاد والتقاطع. لو أخذنا X أي مجموعة وأخذنا R حلقة من حلقات مجموعات X الجزئية، تكون R جبرية مجموعات X الجزئية إذا وفقط إذا كانت X واحدة من عناصرها R.

لو أخذنا أي صنف C من مجموعات X الجزئية وأخذنا تقاطع كل الجبريات التي تحتوي على C لحصلنا على أصغر جبرية تحتوي على C وتسمى بالجبرية المولدة بواسطة C. ولو أخذنا الجبريات من σ لحصلنا على الجبرية من σ المولدة بواسطة C. وكمثال، لتكن X مجموعة الأعداد الحقيقية (أو فضاء ذا n بعداً) فإن المجموعات القابلة للقياس، مجموعات بوريل، والمجموعات التي لها خاصة باير كلها أمثلة لجبريات من σ.

انظر **حلقة، حلقة مجموعات.**

- **جبرية بناخ:**

هي جبرية على حقل الأعداد الحقيقية (أو العقدية) بحيث تكون أيضاً فضاء بناخ حقيقياً (أو عقدياً) وتحقق الشرط التالي: $\|xy\| \leq \|x\|.\|y\|$

وذلك لكل x,y. وتسمى جبرية بناخ حقيقية أو عقدية حسب الحقل التي هي عليه. ولو أخذنا مجموعة الدوال المستمرة على الفترة المغلقة [0,1] لحصلنا على جبرية بناخ على حقل الأعداد الحقيقية وذلك إذا عرفنا ||f|| بأنها أكبر قيمة من قيم |f(x)| حيث أن x في [0,1]. ويسمي البعض جبرية بناخ **جبرية متجهية معيرة**.

- **جبرية بوليه:**

انظر بول.

- **مبرهنة الجبر الأساسية:**

انظر أساسي.

- **جبرية قياس:**

انظر قياس، **حلقة قياس** وجبرية قياس.

جبري ALGEBRAIC

- **مضيف جبري:**

انظر **مضيف**.

- **جمع جبري:**

انظر **مجموع**، **مجموع جبري**، **مجموع أعداد حقيقية**.

- **منحنى جبري:**

انظر **منحنى**.

- **انحراف جبري:**

انظر **انحراف**.

- **عبارة جبرية:**

هي عبارة تحتوي على الرموز والعمليات الجبرية فقط. مثلاً $2x + 3$, $x^2 + 2x + 4$, أما العمليات الجبرية فهي الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة، واستخراج الجذور، والرفع إلى قوى صحيحة أو كسرية. والرموز الجبرية هي حروف تمثل الأعداد والعمليات الجبرية.

● **معادلة جبرية:**

هي معـادلة تحتـوي على الـرموز والعمليـات الجبـريـة فقط. مثـلاً $3 = 2 - x + y$ وينطبق التعريف نفسه على الدالة الجبرية.

انظر دالة.

● **عبارة جبرية منطقة:**

هي عبارة نستطيع كتابتها على شكل كسر يكون كل من صورته ومخرجه كثير حدود.

● **عبارة جبرية صماء:**

هي عبارة جبرية غير منطقة. مثلاً $\sqrt{x+4}$.

● **امتداد جبري لحقل:**

انظر امتداد.

● **فَوسطح جبري:**

انظر فَوسطح.

● **ضرب جبري:**

انظر ضرب.

● **عدد جبري:**

(1) هو أي عدد حقيقي.

(2) هو أي جذر لمعادلة كثير الحدود ذات معاملات منطقة. وتكون درجة هذه المعادلة هي درجة العدد الجبري α. كما تسمى المعادلة معادلة أصغرية α إذا لم يكن هناك أية معادلة أخرى من درجة أقل وتقبل α جذراً لها.

● **عدد صحيح جبري:**

هو عدد جبري يحقق المعادلة الواحدية $x^n+a_1x^{n-1}+...+a^n=0$ التي تتكون معاملاتها من أعداد صحيحة. وتكون المعادلة الأصغرية لعدد صحيح جبري واحدية أيضاً. بمعنى أن معاملات الحد ذي الدرجة العليا تساوي واحداً.

انظر واحدية.

لو أخذنا أي عدد منطق فإن هذا العدد يكون عدداً صحيحاً جبرياً إذا وفقط إذا كان العدد صحيحاً عادياً. هذا وتشكل مجموعة الأعداد الجبرية **مجالاً صحيحاً**.

(3) لو أخذنا حقلاً F^* وأخذنا F حقلاً جزئياً من F^* فيدعى العنصر c من عناصر F^* جبرياً بالنسبة إلى F إذا كان c جذراً لكثير حدود معاملاته كلها في F. وخلاف ذلك نسمي c متسامياً بالنسبة إلى F.

- **براهين جبرية، حلول جبرية:**

هي البراهين والحلول التي تستعمل الرموز والعمليات الجبرية فقط.

- **طرح جبري:**

انظر طرح.

- **متنوعة جبرية:**

لنأخذ V فضاء متجهات ذا n بعداً، وله حقل عددي F. عندئذٍ فالمتنوعة الجبرية هي مجموعة جزئية من V بحيث تحقق كل نقطة $(x_1,\ldots,x_n)$ من نقاطها مجموعة من المعادلات كثيرات الحدود:

$$f_k(x_1,\ldots,x_n) = 0, \qquad k = 1,2,\ldots,m$$

- **سطح جبري أصم:**

انظر أصم.

جبرياً ALGEBRAICALLY

- **حقل تام جبرياً (حقل مغلق جبرياً):**

هو حقل F خاصته أن كل معادلة كثيرة الحدود وجميع معاملاتها في F لها جذر في F. وعلى سبيل المثال فإن كل حقل من حقل الأعداد الجبرية وحقل الأعداد العقدية هو تام جبرياً، ولو أخذنا F أي حقل فإننا نستطيع إيجاد حقل F' بحيث يكون F' امتداداً للحقل F وتامًّا جبرياً.

● **جداء كائنين:**

هو بالتعريف كائن ثالث يتم تعيينه من الكائنين الأصليين بعملية تسمى الضرب.

ونشير هنا إلى أن هناك عدداً من الأمثلة سوف ترد في سياق الشرح. انظر كذلك عقدي.

● **تقارب الجداء اللانهائي:**

نقول بأن الجداء اللانهائي Πu_n متقارب إذا أمكن إيجاد k بحيث تتقارب المتوالية $u_k, u_k.u_{k+1}, u_k.u_{k+1}.u_{k+2},...$ إلى نهاية مغايرة للصفر. فإذا كانت هذه النهاية صفراً أو لا نهاية فإننا نقول بأن الجداء اللانهائي **متباعد**. أما إذا لم تنته المتوالية السابقة إلى نهاية ما أو أصبحت لا نهاية فإن الجداء اللانهائي يسمى عندئذٍ **متذبذباً**. الشـرط اللازم والكافي لتقارب الجداء اللانهائي $\Pi(1+a_n)$ و $\Pi(1-a_n)$ هو تقارب المتسلسلة Σa_n حيث $a_n>0$ من أجل أي n. إذا تقاربت السلسلة Σa_n^2 فإن الجداء اللانهائي $\Pi(1+a_n)$ يتقارب إذا وفقط إذا تقاربت السلسلة Σa_n.

● **التقارب المطلق للجداء اللانهائي:**

نقول بأن الجداء اللانهائي $\Pi(1+a_n)$ متقارب مطلقاً إذا كانت السلسلة $\Sigma|a_n|$ متقاربة مطلقاً. فإذا تقارب الجداء اللانهائي بشكل مطلق فهو متقارب. الشرط اللازم والكافي لبقاء نهاية الجداء اللانهائي على حالها عندما نغير في ترتيب عوامل الجداء اللانهائي هو أن يكون الجداء اللانهائي متقارباً مطلقاً.

● **جداءالأعداد الحقيقية:**

لما كانت الأعداد الموجبة هي رموز تشير إلى الكثرة فإن جداء عددين موجبين A و B هو عدد يشير إلى الكثرةالمقابلة لمجموعة الكائنات المكونة من مجموعات عددها A وفي كل منها مجموعة عددها B. وقد تم تعميم هذا التعريف ليشمل الأعداد الحقيقية بكاملها.

● **جداء الإشارات الجبرية:**

$(+)(+) = +,\ (-)(-) = +,\ (-)(+) = (+)(-) = -$.

● **جداء ديكارتي:**

الجداء الديكارتي لمجموعتين A و B ونرمز له بـ A×B هو مجموعة الأزواج (x,y) بحيث x∈A و y∈B فإذا كانت عمليات الضرب والجمع والضرب بعدد معرفة على كل من المجموعتين A و B فإن نفس العمليات يمكن أن تعرف على A×B على النحو التالي:

$$(x_1,y_1)\ .\ (x_2,y_2) = (x_1\ .\ x_2,\ y_1\ .\ y_2)$$

$$(x_1,y_1) + (x_2,y_2) = (x_1 + x_2,\ y_1 + y_2)$$

$$(x,y) = (\alpha x,\ \alpha y)$$

نورد فيما يلي بعض الحقائق المتعلقة بالجداء الديكارتي لنماذج مختلفة من المجموعات:

(1) إذا كانت a و B زمرتين فإن A×B تشكل أيضاً زمرة. أما التمثيل المصفوفي لجداء ديكارتي لزمرتين فيعطى بالجداء المباشر للمصفوفتين الممثلتين للزمرتين الأصليتين.

(2) وإذا كان عنصر الواحدة هو العنصر الوحيد المشترك بين زمرتين جزئيتين H_1 و H_2 لزمرة G وكان أي عنصر من G هو جداء لعنصرين أحدهما من H_1 والآخر من H_2، كما أن أي عنصر من H_1 تبديلي مع أي عنصر من H_2. فإن G متماثلة مع الجداء الديكارتي $H_1 \times H_2$.

(3) إذا كانت A و B حلقتين فإن A×B حلقة.

(4) إذا كان A و B فضاءي متجهات (لهما نفس الضوارب العددية) فإن A×B هو فضاء متجهات.

(5) إذا كان A و B فضاءين طوبولوجيين فإن A×B هو فضاء طوبولوجي إذا تم تعريف المجموعة المفتوحة في A×B على أنها الجداء الديكارتي U×V حيث U و V هما مجموعتان مفتوحتان في A و B على الترتيب.

(6) إذا كـانت A و B زمرتـين طوبـولوجيتـين (أو فضـاءي متجهـات طوبولوجيين) فإن A×B هي زمرة طوبولوجية (أو فضاء متجهات طوبولوجي).

(7) إذا كان A و B فضاءين مقاسيين فإن دالة المسافة (المقاس) الاعتيادية المعرفة على A×B تعطى بالعلاقة:

$$d[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = [d(x_1, x_2)^2 + d(y_1, y_2)^2]^{1/2}$$

فإذا كان A = B = R حيث R فضاء الأعداد الحقيقية المقاسي (المقاس هنا هو $d(x,y) = |y-x|$) فإن R×R هو الفضاء المقاسي ثنائي البعد مع دالة المسافة الهندسية العادية.

(8) إذا كان A و B فضاءي متجهات معيرين فإن A×B هو فضـاء متجهـات معيـر حيث يتم تعـريف المعيـار مثـلاً بـالشكـل $\| (x,y) \| = [\| x \|^2 + \| y \|^2]^{1/2}$ أو بـالشكـل $\| (x,y) \| = \| x \| + \| y \|$ أو بـأي شكل آخر.

(9) إذا كان A و B **فضائي هيلبرت** فإن A×B هو فضاء هيلبرت إذا عرفنا المعيار بأحد الشكلين السابقين أو بأي شكل آخر مكافىء. وإذا تم تعريف **الجداء الداخلي** للعنصرين (x_1,y_1) و (x_2,y_2) بالشكل:

$$< (x_1,y_1), (x_2,y_2) > = < x_1,x_2 > + <y_1,y_2 >$$

وتجدر الإشارة هنا إلى أن كل ما سبق يمكن أن يعمم على جداء أي عدد منته من الفضاءات.

(10) الجداء الديكارتي للمجموعات $X\alpha$ حيث α هو عنصر من مجموعة الأدلة A يعرف على أنه مجموعة جميع الدوال x المعرفة على A حيث يكون $x(\alpha)$ عنصراً من $X\alpha$ من أجل أي $\alpha \epsilon A$ وهذا يعني أن أية نقطة من فضاء الجداء هي مجموعة من النقط تنتمي كل واحدة منها إلى إحدى المجموعات $A\alpha$.

وتكون النقطة $x(\alpha)$ عندئذٍ هي الاحداثي الألفاوي (أي الـ α) لنقطة x من الجداء. فإذا كانت كل واحدة من المجموعات $X\alpha$ فضاء طوبولوجياً فإن الجداءالديكارتي لها هو فضاء طوبولوجي أيضاً، إذا تم تعريف المجموعة

المفتوحة على أنها أي مجموعة تتكون من اتحاد مجموعات Y_α حيث $Y_\alpha = X_\alpha$ من أجل جميع عناصر A باستثناء عددٍ منتهٍ منها، و Y_α هي مجموعة مفتوحة من $X\alpha$ من أجل بقية عناصر A.

أما الجداء الديكارتي لعدد منته من الفضاءات الطوبولوجية $X_1, X_2, \ldots, X_n$ فإننا نقول إن المجموعة مفتوحة في الجداء إذا وفقط إذا كانت جداء لمجموعات $U_1, U_2, \ldots, U_n$ مفتوحة في الفضاءات $X_1, X_2, \ldots, X_n$ على الترتيب. ويمكن أن نبين أن هذا الاختيار للطوبولوجيا يجعل الجداء متراصاً إذا وفقط إذا كانت $X\alpha$ متراصة حيث $\alpha \epsilon A$. وتسمى هذه المبرهنة عادة **مبرهنة تيخونوف**.

ونشير أخيراً إلى أن عناصر جداء عدد غير منته من الفضاء تخضع أحياناً لشرط التقارب كأن نطلب أن يكون:

$$\| h \| = [\| h_1 \|^2 + \| h_2 \|^2 + \ldots]^{1/2} < \infty$$

حيث h هو عنصر الجداء الديكارتي لفضاءات هيلبرت $H_1, H_2, \ldots$ والمعرف بالشكل $h = (h_1, h_2, \ldots)$ و $h_n \epsilon H_n$ من أجل أي n.

● **جداء لا نهائي:**

الجداء اللانهائي هو الجداء الذي يحتوي على عدد غير منته من العوامل. ويشار إلى الجداء اللانهائي عادة بالحرف Π وهكذا نكتب:

$$\Pi\, a_n = a_1\, a_2 \ldots$$

مثال: $\ldots\ .\ 4/5\ .\ 3/4\ .\ 2/3\ .\ 1/2 = [\frac{n}{n+1}]\ \Pi$ هو جداء لانهائي.

نشير هنا إلى أن الجداء اللانهائي يكتب أحياناً $\prod_{n=1}^{\infty} a_n$ أو لضرورات اصطلاحية بالشكل $\Pi(1+a_n)$.

● **جداء مباشر:**

هو نفس الجداء الديكارتي الذي يسمى أيضاً **مجموعاً مباشراً**.

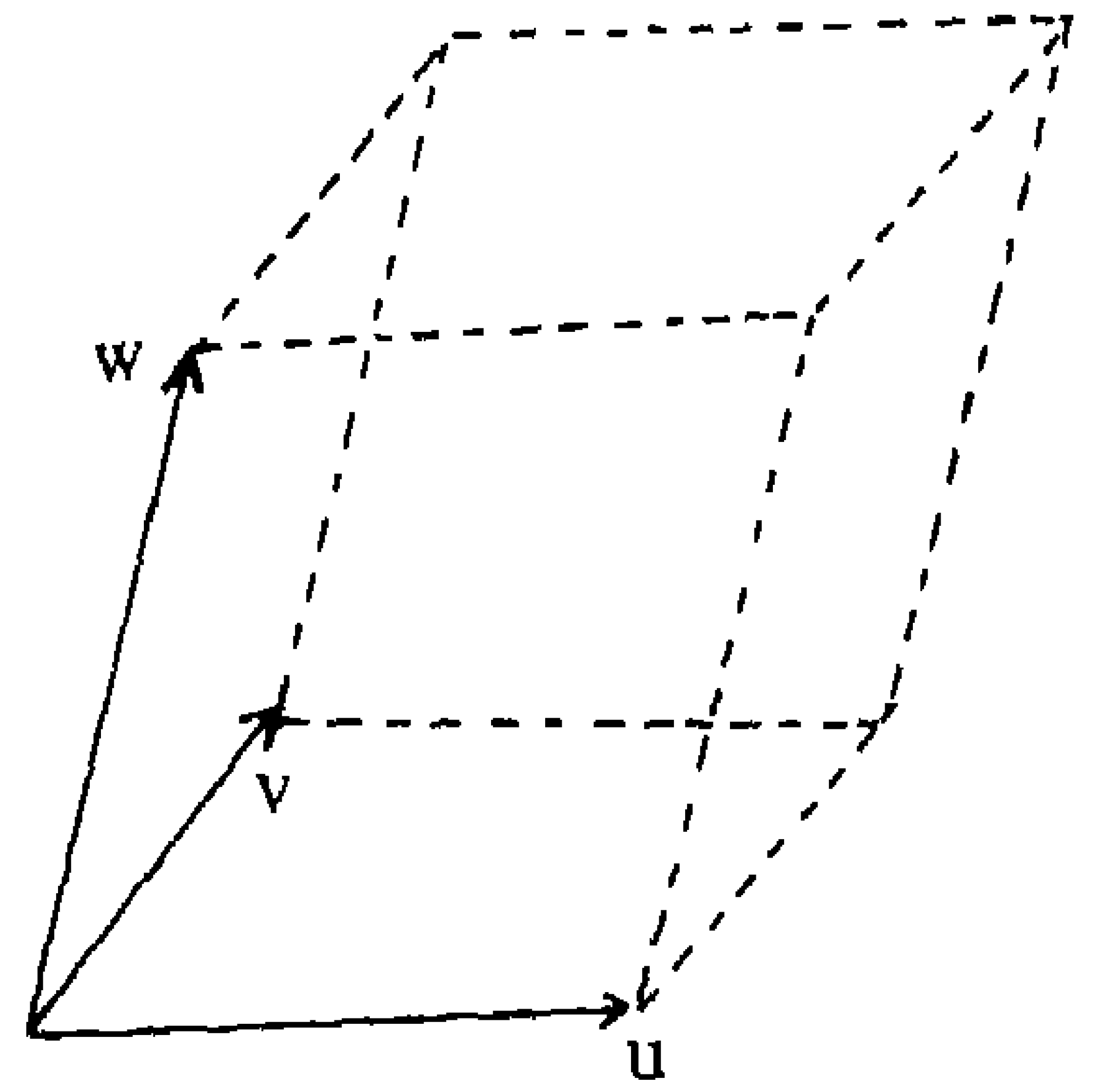
● **جداء مباشر للمصفوفات:**

لتكن لدينا المصفوفتان $A = (a_{ij})$، $B = (b_{mn})$ نعرف الجداء المباشر

للمصفوفتين A و B بأنه مصفوفة C عناصرها تتكون من الجداءات $a_{ij}b_{mn}$، بغض النظر عن مرتبتي المصفوفتين A و B. أما عن طريقة صف الجداءات في C فيمكن أن تتم بإعطاء قاعدة يتم على أساسها ترتيب هذه الجداءات كأن نقول مثلاً أن السطر الذي يحتوي على العنصر $a_{ij}b_{mn}$ يسبق السطر الذي يحتوي على العنصر $a_{k\ell}b_{rs}$ إذا كان $i<k$ أو إذا كان $m<r$ عندما $i=k$ ويتم ترتيب الأعمدة بصورة مشابهة.

- **جداء مختلط لمتجهات:**

لتكن لدينا المتجهات $\vec{w}$. $\vec{v}$. $\vec{u}$ فإن الجداء المختلط لهذه المتجهات هو بالتعريف $\vec{w}.(\vec{u} \times \vec{v})$ حيث X تعني الجداء المتجهي و . الجداء العددي ونرمز للجداء المختلط عادة بالرمز $(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$. ولا تتغير قيمة الجداء المختلط عند إجراء تبديل دوري للمتجهات الداخلة فيه. كما ان قيمة الجداء المختلط تعطى بحجم متوازي السطوح المنشأ على المتجهات الثلاثة.



- **جداء المصفوفات:**

لتكن لدينا المصفوفتان $A = (a_{ij}), B = (b_{k\ell})$ حيث $i,\ell = 1,2,\ldots,m$ و $k,j = 1,2,\ldots,2$ نعرف جداء مصفوفة ثالثة C تعطي عناصرها بالشكل $C_{ij} = \Sigma a_{is}b_{sj}$ ونكتب $AB = C$. ونلاحظ هنا أن ضرب مصفوفتين معرف فقط عندما يكون عدد أسطر A يساوي عدد أعمدة B. كما نشير إلى أن جداء المصفوفات المعرف كما سبق تجميعي ولكنه ليس تبديلياً.

● جداء مصفوفة بعدد:

لتكن $A = (a_{ij})$ مصفوفة و c عدداً فإن $cA = (ca_{ij})$ وعندئذٍ فإن $\det (cA) = c^n \det A$.

انظر مصفوفة.

● جداء جزئي:

انظر جزئي ـ جداء جزئي.

● جداء عددي لمتجهين ـ جداء متجهي لمتجهين:

انظر ضرب ـ ضرب المتجهات.

● جداءات العطالة: انظر عزم.

● جداء المعينات وكثيرات الحدود والمتجهات:

أنظر معينات، كثيرات حدود، متجه.

● صيغ الجداء: انظر مثلثات.

● نهاية جداء:

انظر نهاية ـ مبرهنات النهايات الأساسية.

● معامل ترابط عزم الجداء:

انظر معامل الترابط.

جدول — TABLE

سجل منظم لنتائج محسوبة مسبقاً، فائدته تسهيل العمليات الحسابية أوعرض البيانات بشكل ذي فائدة معينة.

أنظر دقة و مبادلة و توافق و تحويل و وفيات.

● جدول التكرار: انظر تكرار.

جدولي — TABULAR

● فروق جدولية:

الفروق بين قيم متتالية لدالة كما هي مسجلة في جدول. مثلاً الفروق

الجدولية لقيم اللوغاريتمات هي الفروق بين الأجزاء العشرية المتتالية في اللوغاريتم، حيث تسجل هذه الفروق اعتيادياً في عمود خاص بها. والفروق الجدولية للنسب المثلثية هي الفرق بين قيم متتالية للدالة المثلثية.

جذب ATTRACTION

● **منطقة الجذب:**

لتكن M مجموعة جزئية من فضاء طور الديناميكي (X,R,π). نعرف مناطق الجذب التالية للمجموعة M:

(1) تعرف منطقة الجذب الضعيف للمجموعة M بأنها المجموعة $A_u(M) = \{x \in X | L^+(x) \cap M \neq \phi\}$ حيث $L^+(x)$ **مجموعة النهايات** الموجبة للنقطة x.

انظر **مجموعة نهايات**.

(2) وتعرف منطقة الجذب للمجموعة M بأنها المجموعة:

$$A(M) = \{x \in X | L^+(x) \neq \phi,\ L^+(x) \subset M\}$$

(3) وتعرف **منطقة الجذب المنتظم** للمجموعة M بأنها المجموعة:

$$A_u(M) = \{x \in X | J^+(x) \neq \phi,\ J^+(x) \subset M\}$$

حيث $J^+(x)$ مجموعة إطالات النهايات الموجبة للنقطة x.

انظر **اطالات النهايات**.

نورد فيما يلي بعض خواص ومميزات هذه المجموعات:

(أ) وتكون $x \in A_u(M)$ إذا وفقط إذا وجدت متتالية $\{t_n\}$ من الأعداد الحقيقية، حيث $d(\pi(x,t_n),M) \to 0,\ t_n \to +\infty$.

(ب) تكون $x \in A(M)$ إذا وفقط إذا كان $d((x,t),M) \to 0$ عندما $t \to +\infty$.

(ج) وتكون $x \in A_u(H)$ إذا وفقط إذا كان لكل جوار V للمجموعة M جوار U للنقطة x و $T>0$ بحيث $\pi(U,t) \subset v$ لكل $t \geq T$.

● جذر ثنائي، جذر متساو، جذر بسيط، جذر ثلاثي، جذر متضاعف:

انظر متضاعف.

● جذر معادلة غير منته:

إذا اعتبرنا معادلة درجتها r كمعادلة ذات درجة n حيث $r<n$ فإن ما لا نهاية ∞ يكون جذراً لهذه المعادلة متضاعفاً $n-r$ من المرات. مثلاً إذا كان $a=0$ فإن المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ لها جذر لامنته واحد ولها جذران لا منتهيين إذا كان $a = b = 0$. وإذا عوضنا $\frac{1}{y}$ بدل x في تلك المعادلة التربيعية فإن عدد الجذور الصفرية للمعادلة الناتجة $a + by + cy^2 = 0$ يساوي عدد الجذور اللامنتهية للمعادلة الأصلية واستناداً لهذا الاصطلاح يتقاطع الخط المستقيم مع القطع الزائد دائماً في نقطتين يجوز أن تكون إحداهما أو كلتاهما نقطة اللانهاية.

انظر مثالي ـ نقطة مثالية.

● مبرهنة الجذر المنطق:

انظر منطق.

● جذر التطابق:

عدد لو عوض في تطابق باقي $f(x) \equiv 0 (\mathrm{mod}\ n)$ لجعل الطرف الأيسر قابلاً للقسمة على n. مثلاً يكون 8,3 جذرين للتطابق $x + 2 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ 5)$ لأن $2 + 8$ و$2 + 3$ قابلان للقسمة على 5.

● جذر المعادلة:

عدد عند تعويضه بدل المتغير في المعادلة يختزلها إلى متطابقة فتكون 2 جذراً للمعادلة:

$$2^2 + 3 . 2 - 10 = 0 \qquad x^2 + 3x - 10 = 0$$

وجرى الاصطلاح بالقول أن الجذر يحقق المعادلة أو أن الجذر هو حل للمعادلة. ولكن كلمة حل غالباً ما تعني إيجاد الجذر. وهناك عدة طرق لإيجاد

جذور المعادلات بصورة تقريبية. (انظر ما يلي: خطأ: طريقة الموضع الخطأ، غرايف، بياني: الحل البياني للمعادلة، هورنر: طريقة هورنر، نيوتن: طريقة نيوتن في التقريب). إن الخطوة الأساسية في تقريب قيمة الجذر هي عزل الجذر أي تحديد قيمتين بحيث يقع بينهما جذر واحد وواحد فقط كما في مبدأ الموضع التالي: إذا كانت $f(x)$ دالة مستمرة في الفترة $[a,b]$ وكانت إشارتا $f(a)$ و $f(b)$ مختلفتين فإنه يوجد جذر واحد على الأقل للمعادلة $f(x) = 0$ في الفترة (a,b). وكتفسير هندسي، إذا وقع منحنى دالة مستمرة في المتغير x على جانبي محور x في قيمتين $x = b,\ x = a$. ويمكن تغيير إشارات جذور المعادلة $f(x) = 0$ بالتعويض $x = -x'$ في المعادلة حيث تكون جذور المعادلة الجديدة $f(-x') = 0$ نفس جذور المعادلة الأصلية $f(x) = 0$ ولكن بإشارات سالبة.

ويمكن إنقاص جذور المعادلة $f(x) = 0$ بمقدار a إذا عوضنا $x = x' + a$ حيث $a>0$. إذا كان x_1 جذراً للمعادلة الأصلية $f(x) = 0$ يكون $x_1' = x_1 - a$ جذراً للمعادلة الجديدة $f(x' + a) = 0$.

مثلاً إذا عوضنا $x = x' + 2$ في المعادلة $x^2 - 3x + 2 = 0$ التي جذراها 2,1 نحصل على المعادلة الجديدة $(x')^2 + x' = 0$ والتي جذراها -1 و 0 وبتعويض $x = \frac{1}{x'}$ في المعادلة $f(x) = 0$ تكون جذور المعادلة الجديدة مقلوبات جذور المعادلة الأصلية.

انظر مقلوب ـ معادلة مقلوبة.

ترتبط جذور ومعاملات معادلة كثير الحدود بالعلاقات التالية:

* مجموع جذري المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ يساوي $-b/a$ وحاصل ضربهما يساوي c/a. وإذا كان $r_n, \ldots, r_1, r_1$ جذوراً لمعادلة كثير الحدود من درجة n:

$$x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

حيث يكون معامل x^n واحد فإن مجموع الجذور يساوي معامل x^{n-1} بعكس الإشارة، أي أن $r_1 + r_2 + \ldots + r_n = -a_1$.

* ومجموع حاصل ضرب الجذور مأخوذة أزواجاً بكل الطرق الممكنة يساوي معامل x^{n-2}، أي أن:

$$r_1r_2 + r_1r_3 + \dots + r_1r_n + r_2r_3 + \dots + r_{n-1}\, r_n = a_2$$

* ومجموع حاصل ضرب الجذور مأخوذة ثلاثة بكل الطرق الممكنة يساوي معامل x^{n-3} بعكس الإشارة، أي أن:

$$r_1r_2r_3 + r_1r_2r_4 + \dots + r_{n-2}\; r_{n-1}r_1 = -a_3$$

وهكذا دواليك. وأخيراً فإن حاصل ضرب جميع الجذور يساوي الحد الثابت بإشارة سالبة أو موجبة حسب كون n فردياً أو زوجياً، على الترتيب، أي أن:

$$r_1r_2r_3 \dots r_n = (-1)^n a_n$$

انظر **كاردانو، فيرارو، أساس، مبرهنة الجبر الأساسية**؛ وانظر **كثير الحدود ـ** معادلة كثير الحدود؛ وانظر **تربيعي ـ** معادلة تربيعية.

● **حقل الجذر:**

نفس حقل غالوا.

انظر **غالوا**.

● **جذر وسط مربع الانحراف:**

نفس **انحراف معياري**.

انظر انحراف.

● **جذر العدد.**

هو جذر من رتبة n (حيث n عدد صحيح) للعدد a هو عدد b إذا رفع لقوة n لنتج العدد a.

ويوجد n من الجذور (حقيقية أو خيالية) من رتبة n لكل عدد a لا يساوي صفراً. إذا كان a عدداً حقيقياً و n فردياً فيوجد جذر حقيقي واحد للعدد a. مثلاً، جذور العدد 27 التكعيبية هي 3 و $\frac{3}{2}(-1 \pm 3i)$. أما إذا كان $a>0$ و n زوجياً فيوجد للعدد a جذران حقيقيان متساويان في القيمة ومختلفان في الإشارة. مثلاً، الجذور من رتبة 4 للعدد 4 هي ± 2 و $\pm 2i$.

● الجذر التربيعي:

والجذر التربيعي للعدد a هو عدد b إذا ضرب بنفسه لنتج العدد a. لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان حقيقيان، ولكل عدد حقيقي سالب جذران تربيعيان خياليان. نرمز للجذر التربيعي الموجب للعدد a بالرمز $\sqrt{a}$.

● الجذر التكعيبي:

والجذر التكعيبي للعدد a هو العدد b الذي تكعيبه يساوي a. ولكل عدد حقيقي (عدا الصفر) جذر تكعيبي حقيقي واحد وجذران تكعيبيان خياليان. إذا كتبنا العدد العقدي (ويتضمن ذلك العدد الحقيقي) a بالصيغة $a = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ أو بالصيغة المكافئة $a = r[\cos(2k\pi + \theta) + i\sin(2k\pi + \theta)]$ فإن جذور العدد a من رتبة n هي:

$$\sqrt[n]{r}\,[\frac{\cos\,(2k\pi + \theta)}{n} + i\sin\frac{(2k\pi + \theta)}{n}]$$

حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$ و $\sqrt[n]{r}$ يمثل الجذر الحقيقي الموجب من رتبة n للعدد الحقيقي الموجب r.

انظر **دوموافر ـ مبرهنة دو موافر**.

● جذر الواحد:

جذور الواحد من رتبة n هي $\cos\,(\frac{2k\pi}{n}) + i\sin(\frac{2k\pi}{n})$ حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ وعدد هذه الجذور يساوي n وهي موزعة بصورة منتظمة حول دائرة الوحدة في المستوى العقدي. وتشكل جذور الواحد زمرة حيث الضرب هو عملية الزمرة.

● الجذر البدائي من رتبة n للواحد:

هو أي جذر من رتبة n للواحد بشرط ألا يكون هناك جذر للواحد من رتبة أقل من n. وتكون الجذور البدائية خيالية دائمًا فيما عدا الحالتين $n = 1$ و $n = 2$. فالجذر التربيعي البدائي للواحد هو 1. أما الجذران البدائيان التكعيبيان للواحد فهما $\frac{1}{2}(-1 \pm 3i)$ والجذران البدائيان من رتبة 4 للواحد هما $\pm i$.

● اختبار الجذر:

تكون المتسلسلة Σa_n ذات الحدود غير السالبة متقاربة إذا وجد عدد موجب r أقل من الواحد وعدد صحيح N بحيث $\sqrt[n]{a_n} \leq r$ لكل $n > N$، وتكون متباعدة إذا كان $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$ لعدد لا منته من قيم n. لنأخذ المتسلسلة:

$$1 + x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots + nx^n$$

حيث نجد أن $n^{\frac{1}{n}} x$ هو الجذر من رتبة n للحد n. بما أن $\lim_{n\to\infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$ فمن الممكن اختيار N بحيث $|n^{\frac{1}{n}} X_0| < 1$ لكل $n > N$ ولأي قيمة $|x_0| < 1$. ولذلك تكون هذه المتسلسلة متقاربة إذا كان $|x| < 1$ ويمكن استخدام اختبار الجذر في كل حالة يمكن فيها استخدام اختبار النسبة ولكن العكس غير صحيح.

وإذا كان $\lim_{n\to\infty} (a_n)^{\frac{1}{n}} = r$ تكون المتسلسلة Σa_n متقاربة إذا كان $r < 1$، ومتباعدة إذا كان $r > 1$. أما إذا كان $r = 1$ فيفشل الاختبار إلا إذا كان $a_n^{\frac{1}{n}} \geq 1$ لكل n أكبر من عدد معين N فتكون المتسلسلة في هذه الحالة متباعدة.

مرادف اختبار الجذر لكوشي.

جذر مضاعف — DOUBLE ROOT

● الجذر المضاعف:

لمعادلة جبرية هو جذر يتكرر مرتين بالضبط في المعادلة. فمثلاً المعادلة $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ لها الجذر المضاعف a لأن $(x-a)^2$ عامل للطرف الأيسر من المعادلة في حين أن $(x-a)^3$ ليست عاملاً لهذا الطرف. ويسمى الجذر المضاعف أحياناً بالجذر المتكرر أو الجذر المتضاعف. انظر **متضاعف**.

جذري — RADICAL

هو ما يتعلق بالجذر من حيث الإشارة المرفقة بكمية مثل $\sqrt{2}$ ونقرؤها «الجذر التربيعي للعدد 2» أما $\sqrt[3]{2}$ فنقرؤها «الجذر التكعيبي للعدد 2» وهكذا.

جذع FRUSTUM

● جذع المجسم:

هو الجزء المحصور من المجسم بين مستويين متوازيين يقطعانه.

انظر هرم ومخروط.

جرزة SHEAF

● جرزة مستويات:

هي كل المستويات المارة بنقطة معطاة، تسمى هذه النقطة بمركز الجرزة. يمكن إيجاد معادلة أي مستو في الجرزة عن طريق ضرب معادلات ثلاثة مستويات في الجرزة وليس بينها خط مشترك بواسطة وسطاء مختلفة ثم جمع الناتج.

انظر حزمة ـ حزمة مستويات.

ومن مرادفاتها: رزمة مستويات.

جزءاً جزءاً PIECEWISE

● دالة مستمرة جزءاً جزءاً:

(قطعياً) على R هي دالة f معرفة على R حيث يمكن تقسيم R إلى عدد منته من الأجزاء (القطع) بحيث تكون الدالة مستمرة داخل كل قطعة (جزء) وبحيث يكون للدالة نهاية منتهية عندما تسعى نقطة ما داخل كل جزء إلى أية نقطة حدودية في أي اتجاه. ومن الضروري وضع قيود على طبيعة هذه القطع كأن نشترط مثلاً أن حدود أي قطعة هي عبارة عن منحنيات بسيطة مغلقة إذا كانت القطع مناطق في المستوى، أما إذا كانت القطع على مستقيم فحدود القطعة يجب أن تتكون من نقطتين.

إذا كانت R محدودة فإن الدالة f تكون مستمرة جزءاً جزءاً إذا أمكن تجزئة R إلى عدد منته من القطع بحيث تكون الدالة مستمرة بانتظام داخل كل قطعة.

● منحنى أملس جزءاً جزءاً:

انظر أملس ــ منحنى أملس.

● جزء عشري في اللوغاريتم — MANTISSA

انظر لوغاريتم ــ مميز اللوغاريتم وجزؤه العشري.

جزئمئوي — CENTESIMAL

● نظام قياس الزوايا الجزئمئوي:

هو النظام الذي تقسم فيه الزاوية القائمة إلى 100 جزء متساو ويسمى كل منها درجة وتقسم الدرجة إلى 100 دقيقة والدقيقة إلى 100 ثانية. ولم يعد هذا النظام مستعملاً اليوم. كما يقول البعض كلمة غراد بدل كلمة درجة.

جزاء — PAYOFF

المقدار الذي ينالـه أحد اللاعبين في مبارة معينة، وبالنسبة لمباراة صفرية المجموع بلاعبين تعرف دالة الجزاء M(x,y) بأنها المقدار (موجب أو سالب) الذي يدفعه اللاعب المصغر عند استعماله الاستراتيجية البحتة y إلى اللاعب المعظم الذي يستخدم الاستراتيجية البحتة X. وإذا كانت هذه المباراة منتهية فنعرف مصفوفة الجزاء $\|a_{ij}\|$ يكون عنصرها العام a_{ij} يمثل المقدار (موجب أو سالب) الذي يدفعه اللاعب المصغر عند استخدامه الاستراتيجية البحتة j إلى اللاعب المعظم الذي يستخدم الاستراتيجية البحتة i.

انظر مباراة؛ وانظر لاعب.

جُزْئي — PARTIAL

● بواقي جزئية:

المعاملات المفروزة قسمة تركيبية. انظر تركيبي ــ قسمة تركيبية.

● **ترابط جزئي:**

انظر ترابط.

● **تفاضل جزئي:**

انظر تفاضل.

● **جداء جزئي:**

حاصل ضرب المضروب في مرتبة واحدة من الضارب الذي يحتوي على أكثر من مرتبة.

● **خارج قسمة جزئي:**

انظر كسر ـ كسر مستمر.

● **قاعدة السلسلة للمفاضلة الجزئية:**

انظر سلسلة ـ قاعدة السلسلة.

● **كسور جزئية:**

كسور يساوي مجموعها كسرًا معيَّنًا. **طريقة الكسور الجزئية** هي طريقة لإيجاد الكسور الجزئية لكسر مُعَيَّن حيث يُسَهِّل ذلك في مكاملة هذا الكسر، فمثلاً يمكن كتابة الكسر $1/(x^2-1)$ بشكل $\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$ لأجل قيم معينة A و B. ويمكن إيجاد قيم A و B بضرب طرفي المساواة بـ $(x-1)(x+1)$ فنحصل على $1 = A(x+1)+B(x-1)$ وبمساواة قوى x المتشابهة نحصل على المعادلتين $0 = A+B$ و $1 = A-B$ حلهما هو $A = 1/2$ و $B = -1/2$. إذا كان الكسر عبارة عن خارج قسمة كثير حدود بدرجة معينة r على كثير حدود بدرجة أكبر من r فإنه يمكن كتابة هذا الكسر بشكل كسور جزئية من الأنواع:

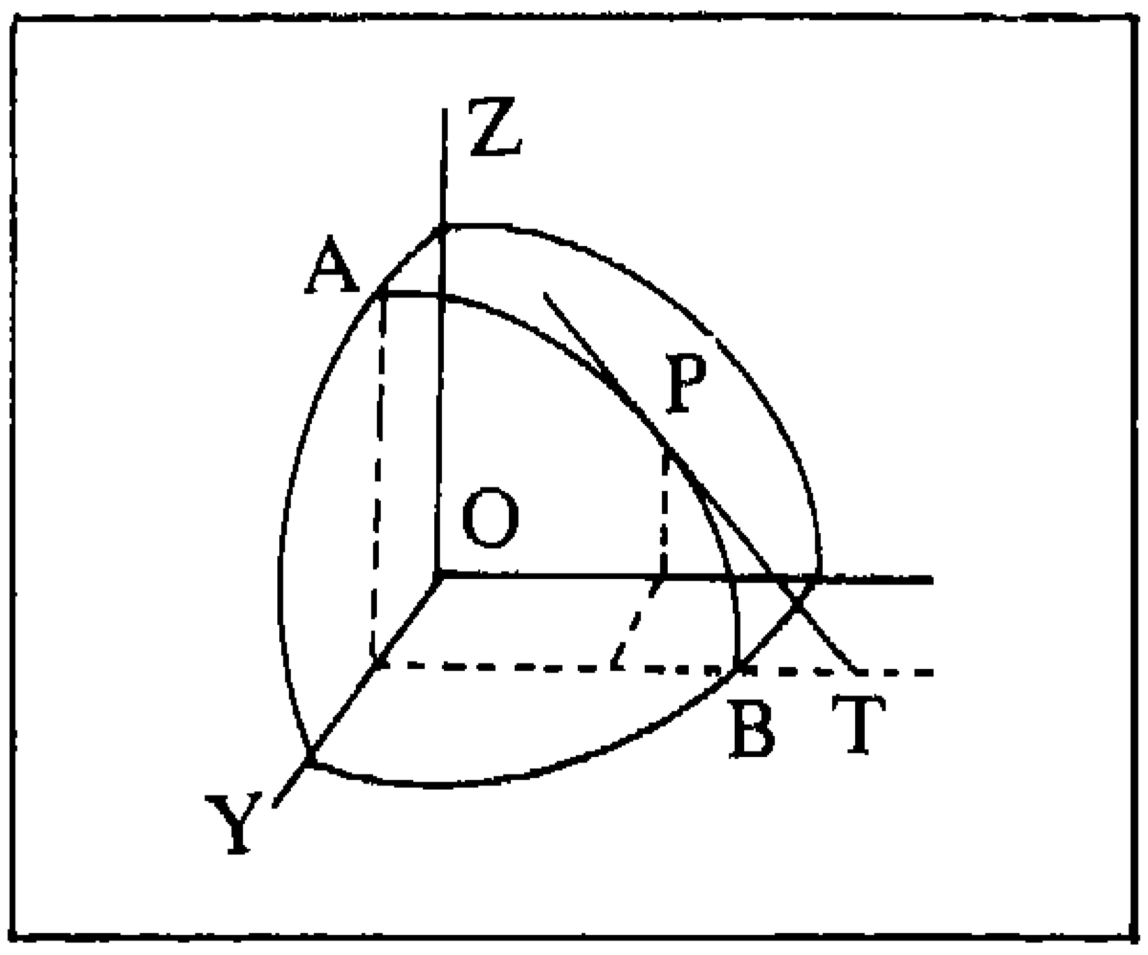
$$\frac{A}{x-a}, \frac{B}{(x-a)^n}, \frac{CX+D}{x^2+bx+c} \quad \frac{EX+F}{(x^2+bx+c)^n}$$

حيث n عدد صحيح موجب والمعاملات هي أعداد حقيقية إذا كانت المعاملات في الكسر الأصلي حقيقية.

● **مجموع جزئي لمتسلسلة لامنتهية:** انظر مجموع.

● مشتق جزئي:

هو مشتق دالة ذو عدة متغيرات (أكثر من واحد) بالنسبة لأحد هذه المتغيرات وباعتبار المتغيرات الباقية ثوابت، إذا كان $f(x,y)$ دالة بالمتغيرين y,x فنكتب المشتق الجزئي الأول للدالة f بالنسبة إلى x بشكل $\partial F(x,y/\partial x)$ أو بشكل $F_x(x,y)$ أو بشكل $f_1(x,y)$ وأحياناً نختصر ذلك بكتابة $\partial f/\partial x$ و fx و f_1. كذلك نكتب المشتق الجزئي الأول للدالة f بالنسبة إلى y بشكل $\partial f(x,y)/\partial y$ أو بشكل $f_y(x,y)$ أو بشكل $f_2(x,y)$ ونختصر ذلك بكتابة $\partial f/\partial y$ أو f_y أو f_2. فمثلاً إذا كانت $f(x,y) = x^3+ xy - y + 1$ فإن $\partial f/\partial x = 3x^2 + y$ و $\partial f/\partial y = x - 1$. من الناحية الهندسية تساوي x قيمة $\partial f/\partial x$ عند نقطة معينة (a,b) ميل مماس منحنى تقاطع السطح $Z = f(x,y)$ مع المستوى $y = b$ كذلك تساوي قيمة $\partial f/\partial y$ عند النقطة (a,b) ميل مماس منحنى تقاطع السطح $Z = f(x,y)$ مع المستوى $x = a$. وفي الشكل التالي تمثل $\partial f/\partial x$ عند النقطة P ميل المستقيم PT الذي يكون مماساً للمنحنى AB.



● المشتق الجزئي:

لمشتق جزئي يسمى مشتق جزئي من المرتبة الثانية. فإذا كان $\partial f/\partial x$ هو المشتق الجزئي للدالة f بالنسبة إلى x فإن $\frac{\partial}{\partial x}(\partial f/\partial x)$ الذي يكتب بشكل $\partial^2 f/\partial x^2$ أو f_{xx} أو f_{11} هو المشتق الجزئي من المرتبة الثانية (أو الثاني) للدالة f بالنسبة إلى x. كذلك فإن $\partial^2 f/\partial y\partial x = \frac{\partial}{\partial x}(\partial f/\partial x)$ (تختصر إلى f_{12} أو f_{xy}) هو المشتق من المرتبة الثانية للدالة f بالنسبة إلى x أولاً ثم بالنسبة إلى y ثانياً. فإذا كانت $f(x,y) = x^3+xy-y+1$ فإن $\partial f/\partial x = f_1 = 3x^2 + y$ و $\partial^2 f/\partial y\partial x = f_{12} = 1$ وبنفس الأسلوب تعرف المشتقات الجزئية ذات الرتب الأعلى.

● مشتق جزئي مختلط:

هو مشتق جزئي من المرتبة الثانية أو أكثر مأخوذاً بالنسبة إلى أكثر من متغير واحد. فمثلاً f_{12} هو مشتق جزئي مختلط من المرتبة الثانية، ولكن f_{11}

هو مشتق جزئي (غير مختلط) من المرتبة الثانية. واعتيادياً يكون $f_{12} = f_{21}$ أي أن ترتيب المفاضلة بالنسبة للمتغيرات لا يغير من النتيجة. وإن كلاً من الشرطين التاليين هو شرط كاف لتساوي f_{12} و f_{21} عند نقطة معينة (x_o,y_o): (1) تقع (x_o,y_o) في مجال f_{12} ويوجد لها جوار تكون f_{21} مستمرة فيه؛ و (2) تكون f_{21} مستمرة عند (x_0,y_0) ويوجد جوار للنقطة (x_0,y_0) ينتمي إلى تقاطع مجالي f_{21} و f_{12}. وقد أثبتت أول مبرهنة بشأن المساواة $f_{12}(x_0,y_0) = f_{21}(x_0,y_0)$ تحت شروط معينة من قبل برنولي (نيقولا الثاني).

- **معادلة تفاضلية جزئية:**

معادلة تحتوي على أكثر من متغير مستقل بالإضافة إلى احتوائها على مشتقات جزئية بالنسبة لهذه المتغيرات. وتسمى مثل هذه المعادلة **خطية**. إذا كانت من الدرجة الأولى في المتغيرات التابعة وفي المشتقات الجزئية لهذه المتغيرات. وهذا يعني أن كل حد في المعادلة الخطية إما أن يكون دالة معلومة في المتغيرات المستقلة أو أن يكون حاصل ضرب دالة معلومة في المتغيرات المستقلة في متغير تابع أو إحدى المشتقات الجزئية لمتغير تابع. ونُعَرِّف **مَرْتبة** المعادلة التفاضلية الجزئية بأنها أعلى مرتبة للمشتقات الجزئية التي تظهر في المعادلة.

- **معادلات تفاضلية جزئية زائدية أو ناقصية أو مكافئية:**

انظر **زائدي، ناقصي، مكافئي.**

جسر BRIDGE

- **جسر براوني:**

تسمى العملية التصادفية $\{w(t); 0\leq t\leq 1\}$ **جسر براوني** إذا تحققت الشروط التالية:

(1) $P_r(w(0) = 0) = P_r(w(1) = 0) = 1$.

(2) التوزيع المشترك للمتغيرات العشوائية $w(t_1), w(t_2), \ldots, w(t_k)$ هو التوزيع الطبيعي المتعدد المتغيرات من أجل أي $k\geq 1$ وأي مجموعة $0\leq t_1,t_2,\ldots,t_k\leq 1$.

(3) $E[w(t)] = 0$ لأجل كل $0 \leq t \leq 1$.

(4) $E[w(s)\, w(t)] = s(1-t)$ لأجل كل $0 \leq s \leq t \leq 1$ إذا كانت $\{X(t); t \geq 0\}$ هي عملية وينر (أي عملية الحركة البراونية) فإنه من الممكن تركيب الجسر البراوني $w(t)$ العلاقة $w(t) = X(t) - tX(1), 0 \leq t \leq 1$. وبالعكس يمكن تركيب عملية وينر من الجسر البراوني من العلاقة:

$$X(t) = (t+1)\, w\left(\frac{t}{t+1}\right), 0 \leq t < \infty$$

انظر تصادفي ـ عملية تصادفية؛ وانظر وينر ـ عملية وينر.

جسم — PARTICLE

- في الفيزياء:

هو أصغر جزء مادي من جسم مادي.

- في الرياضيات:

هو نفس نقطة مادية وتعني تمثيل الجسم بنقطة لها كتلة.

جسم — BODY

- جسم محدب:

انظر محدب ـ مجموعة محدبة.

جسم اسطواني — CYLINDROID

(1) هو سطح اسطواني بحيث تكون مقاطعه العمودية على العناصر قطوعاً ناقصة.

(2) هو سطح يكون اتجاه كل المستقيمات التي تتقاطع مع كل من منحنيين نبدأ بهما والتي تكون موازية لمستوى معطى.

جسم مخروطي CONICOID

هـو مجسم قطع نـاقص، مجسم قطع زائـد أو مجسم قطع مكـافىء. وهو لا يشير عادة إلى الحالات المضمحلة.

جغرافي GEOGRAPHIC

هو شيء يتعلق بسطح الكرة الأرضية.

● الاحداثيات الجغرافية:

هي احداثيات كروية تستخدم تمام العرض وخط الطول لنقطةعلى كرة نصف قطرها r.

● خط الاستواء الجغرافي:

انظر خط الاستواء.

جل BULK

● مقياس الجل:

انظر مقياس.

جمع ADDITION

● جمع الزوايا:

القطع الموجهة، الأعداد الصحيحة، الكسور، الأعداد الصماء، الأعداد المختلطة، المصفوفات والمتجهات.

انظر العناوين المختلفة التي تندرج تحت مجموع.

● جمع الأعداد العقدية:

انظر عقدي.

● جمع العشريات:

لجمع أعداد عشرية نضع فواصل الأعداد المضافة تحت بعضها ثم نجمع

كما نجمع الأعداد الصحيحة وتكون فاصلة المجموع مباشرة تحت فواصل الأعداد المضافة.

انظر مجموع ـ مجموع الأعداد الحقيقية.

- جمع الصيغ في علم المثلثات:

انظر علم المثلثات.

- جمع الحدود المتشابهة في الجبر:

وهو عملية جمع معاملات الحدود المتشابهة في عواملها الأخرى. مثلاً:

$$ab + bx = (a+b)x; \ 3x^2y - 2x^2y = x^2y, \ 2x + 3x = 5x$$

انظر غير متشابه.

- جمع المتسلسلات:

انظر متسلسلة.

- جمع الموترات:

انظر موتر.

- جمع جبري:

انظر مجموع ـ مجموع جبري ـ مجموع أعداد حقيقية.

- جمع حسابي:

انظر مجموع ـ مجموع حسابي.

- تناسب بواسطة الجمع:

انظر تناسب.

جمعي ADDITIVE

- دالة جمعية:

هي دالة f خاصتها أن تكون $f(z+y)$ معرفة ومساوية للمجموع $f(x)+f(y)$ كلما كانت $f(x)$ و $f(y)$ معرفتين. وكل دالة جمعية مستمرة تكون متجانسة بالضرورة.

نسمي الدالة **تحت جمعية** إذا كان $f(x_1 + x_2) \leq f(x_1) + f(x_2)$. ونسميها

فوق جمعية إذا كان $f(x_1 + x_2) \geq f(x_1) + f(x_2)$ وذلك لكل $x_1 + x_2$، $x_1 + x_2$ في مجال f يؤخذ عادة بالشكل $0 \leq x \leq a$.

● معكوس جمعي:

انظر معكوس.

● دالة جمعية على مجموعات:

وهي دالة ϕ معرفة على عائلة F من المجموعات بحيث تكون ϕ (x) عدداً وذلك لكل مجموعة X وتحقق الشرط التالي $\phi(xUY) = \phi(X) + \phi(Y)$ إذا كانت X و Y منفصلتين. (وتسمى ϕ أيضاً جمعية بشكل منته). أما إذا حققت ϕ الشرط التالي $\phi(\cup X_i) = \Sigma\phi(X_i)$ وذلك لكل عائة جزئية $\{X_i\}$ قابلة للعد ومنفصلة مثنى مثنى فإننا نسمي ϕ في هذه الحالة جمعية عدياً أو جمعية بشكل تام. وتسمى ϕ أيضاً تحت جمعية إذا كان $\phi(\cup X_i)<\Sigma\phi(X_i)$ (ومن غير الضروري في هذه الحالة أن نفترض بأن $\{X_i\}$ منفصلة مثنى مثنى).

أنظر قياس ـ قياس مجموعة.

جملة — SENTENCE

● جملة عددية:

انظر عددي.

● جملة مفتوحة:

نفس دالة افتراضية.

ج م ت خ دورية — PERIODIC SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

هي معادلة متجهية $f(t, x, x', \ldots, x^{(n)}) = 0$ بحيث:

$$f(t + w, x, x', \ldots, x^{(n)}) = f(t, x, x, x', \ldots, x^{(n)})$$

● مبرهنة فلوكية (Floquet):

لتكن لدينا المصفوفة الدورية A(t) (أي $A(t+w = A(t)$) المستمرة في

$-\infty<t<\infty$ وبحيث يكون $T>0$ هو دورها الأصغري. فإنه يوجد حل مصفوفي أساسي $\Phi(t)$ للمعادلة المتجهية (⋆) $x' = A(t)x$ يأخذ الشكل:

$$\Phi(t) = P(t)\,e^{Bt}$$

حيث $P(t)$ مصفوفة دالية (أي عناصرها دوال) دورية دورها T أما B فهي مصفوفة ثابتة موضوعة **بشكل جوردان القانوني**.

انظر **مصفوفة**.

ويمكن البرهان أنه إذا كان $A(-t) = -A(t)$ فإن جميع حلول المعادلة $x' = A(t)x$ دورية ذات دور T.

إذا كان $\Phi(t)$ حلاً مصفوفياً أساسياً للمعادلة المتجهية (⋆) وكان $\Phi(t+T) = \Phi(t)C$ فإن المصفوفة C تسمى **مصفوفة تحويل الدور**. وتعطى هذه المصفوفة عادة بالشكل $C = e^{BT}$.

- **ضوارب مميزة لجملة معادلات:**

هي القيم الذاتية للمصفوفة C.

- **أسس مميزة:**

هي القيم $(k = 1,2,\dots, n)$ $\mu_k = e^{\lambda_k T}$ حيث λ_k هي الضوارب المميزة للمعادلة $x' = A(t)x$ وتحقق الضوارب المميزة العلاقة المهمة:

$$\mu_1\mu_2 \dots \mu_n = \det \Phi(T) = \det \Phi(t_o) \exp \int_{t_o}^{T} SpA(s)ds$$

جملة معادلات تفاضلية عادية (ج م ت ع)

SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

هي مجموعة معادلات تفاضلية عددها n وتحتوي على n دالة مجهولة مع مشتقاتها وتكتب على الشكل

$f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n, x_1', x_2', \dots, x_n', x_1'', x_2'', \dots, x_n'', \dots) = 0$ حيث $i = 1, 2, \dots, n$

- **مرتبة ج م ت ع:**

هي مرتبة أعلى مشتق لإحدى الدوال المجهولة الواردة في المعادلات.

● درجة ج م ت ع:

هي درجة أعلى مشتق لأحدى الدوال المجهولة الواردة في المعادلات.

فإذا كانت ج م ت ع من المرتبة الأولى فإنها تكتب بالشكل

$$f_i(t, x_1, x_2, \ldots, x_n, x_1', x_2', \ldots, x_n') = 0$$

حيث $i = 1, 2, \ldots, n$ ولتسهيل التعامل مع ج م ت ع فإننا نستخدم الترميز المصفوفي حيث نضع

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad , \qquad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$$

وعندئذ نكتب المعادلات بالصورة المختصرة $f(t, x, x') = 0$ حيث f هو متجه من n مركبة و x متجه من n مركبة. فإذا كانت ج م ت ع محلولة بالنسبة للدوال $x_1', x_2', \ldots, x_n'$ فإنها تأخذ الشكل:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, \ldots, x_n)$$

أو $\dfrac{dx}{dt} = f(t, x)$

حيث x متجه من n مركبة و f متجه من n مركبة.

● ج م ت ع خطية من المرتبة الأولى:

هي مجموعة معادلات تكتب على شكل معادلة واحدة متجهية مختصرة كما يلي:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t)$$

حيث f متجه من n مركبة و x متجه مجهول من n مركبة و $A(t)$ هي مصفوفة $n \times n$ عناصرها دوال في المتغير t.

● **معادلة تفاضلية متجهية:**

هي المعادلة $f(t,x,x',\ldots,x^{(n)}) = 0$ حيث x هو متجه من n مركبة و f متجه من n مركبة.

انظر ج م ت ع خطية.

● **حل ج م ت:**

هو متجه

$$\phi(t) = \begin{pmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \vdots \\ \phi_n(t) \end{pmatrix}$$

يحول ج م ت إلى متطابقة أي مساواة من أجل جميع قيم t في فترة ما I.

● **ج م ت خطية (ج م ت خ):**

هي مجموعة المعادلات التي تكتب بصورة مختصرة كما يلي:

$$A_0(t)x^{(n)} + A_1(t)x^{(n-1)} + \ldots + A_{n-1}(t)x' + A_n(t)x = B(t)$$

حيث $A_i(t), i = 1, 2, \ldots, n$ هي مصفوفات عناصرها دوال في t وتتكون من n صفاً و n عموداً، أما x فهو متجه مجهول من n مركبة.

● **حل ج م ت خ من المرتبة الأولى:**

يعطى حل المعادلة المتجهية $\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t)$

والمحقق لشرط البدء $x(t_0) = c$ حيث c متجه ثابت بالعلاقة

$$\phi(t) = \Phi(t)c + \Phi(t) \int_{t_0}^{t} \Phi^{-1}(s)f(s)ds$$

حيث $\Phi(t)$ هي الحل المصفوفي الأساسي للمعادلة المتجانسة $\frac{dx}{dt} = A(t)x$.

الحل المصفوفي الأساسي للمعادلة المتجهية $x' = A(t)x$ هو المصفوفة

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \cdots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} \cdots & \phi_{nn} \end{pmatrix}, \det \Phi(t) \neq 0 \quad t \in I$$

التي أعمدتها

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \vdots \\ \phi_{n1} \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \vdots \\ \phi_{n2} \end{pmatrix}, \ldots, \phi_n = \begin{pmatrix} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{nn} \end{pmatrix}$$

تمثل حلولاً للمعادلة $x' = A(t)x$. وتسمى $\Phi(t)$ أيضاً **مصفوفة مجموعة الحلول الأساسية** $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n$ للمعادلة $x' = A(t)x$.

● **حل ج م ت خ متجانسة من المرتبة الأولى:**

يعطى الحل العام للمعادلة المتجهية $x' = A(t)x$ بالعلاقة $\phi(t) = \Phi(t)c$ حيث $\Phi(t)$ هي مصفوفة مجموعة الحلول الأساسية و c هو متجه ثابت. أما الحل الخاص لهذه المعادلة والذي يحقق شروط البدء $x(t_0) = x_0$ حيث x_0 هو متجه ثابت معلوم فهو $\phi(t, t_0) = \Phi(t)\Phi^{-1}(t_0)x_0$

فإذا اخترنا $\Phi(t)$ بحيث $\Phi(t_0) = I$ حيث I هي المصفوفة الواحدية من المرتبة n فإن $\phi(t, t_0) = \Phi(t)x_0$.

صيغة أستروغرادسكي ـ ليوفيل: إذا وضعنا $W(t) = \det\Phi(t)$ فإن $W(t)$ يسمى عادة معين رونسكي ويحقق العلاقة $W(t) = W(t_0) \exp \int_{t_0}^{t} SpA(s)ds$

حيث $A(t) = (a_{ij}(t)), SpA(t) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}(t)$

● **ج م ت ع خ ذات معاملات ثابتة:**

هي المعادلة $\frac{dx}{dt} = Ax$ حيث A مصفوفة ذات عناصر ثابتة. ويعطى حل هذه المعادلة بالشكل $\phi(t) = e^{At}c$

حيث c متجه ثابت أما e^{At} فيعرف بالعلاقة $e^{At} = I + {}^1\!/_2A + {}^1\!/_2A^2 + \ldots$

كما يمكن أن نعبر عن هذا الحل بالصورة

$$\psi(t) = e^{\lambda_1 t} c_1 + e^{\lambda_2 t} c_2 + \ldots + e^{\lambda_n t} c_n \quad (\text{مختلفة } \lambda_1, \ldots, \lambda_n)$$

حيث $c_1, c_2, \ldots, c_n$ هي المتجهات الذاتية الموافقة للقيم الذاتية $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ للمصفوفة. وتعطى هذه القيم عادة من المعادلة $\det(A - \lambda I) = 0$ التي نسميها **المعادلة المميزة** فإذا كان لهذه المعادلة جذور مضاعفة أو عقدية فإن صورة الحل $\phi(t)$ تأخذ شكلاً آخر.

انظر **معادلة تفاضلية عادية**.

- **ج م ت ع خ من المرتبة الثانية:**

وهي المعادلة $A(t)y'' + B(t)y' + C(t)y = F(t)$

أو المعادلة $[R(t)u' + Q(t)u]' - [Q^*(t)u' + P(t)u] = 0$

التي يمكن أن تؤول إلى ج م ت ع من المرتبة الأولى.

فإذا كانت المصفوفات P, Q, R متناظرة قلنا أن هذه المعادلة مقترنة ذاتياً وفيما عدا ذلك فالجملة غير مقترنة ذاتياً.

نشير هنا إلى أن P, Q, R, A, B, C, F هي مصفوفات ذات مرتبة n أما النجمة فتعني المرافق الهرميتي.

جنس SPECIES

- **جنس مجموعة من النقاط:**

لتكن G' المجموعة المشتقة لمجموعة G ولتكن G'' المجموعة المشتقة للمجموعة G' وهكذا. لتكن $G^{(n)}$ المجموعة المشتقة للمجموعة $G^{(n-1)}$ فإذا كانت واحدة من المجموعات $G', G'', \ldots$ خالية فإننا نقول إن المجموعة G هي من الجنس الأول، وإلا فهي من الجنس الثاني.

مثلاً: مجموعة الأعداد من الشكل $m + \frac{1}{n}$ حيث m, n عددان صحيحان، هي من الجنس الأول لأن $G'' = \phi$ مجموعة الأعداد المنطقة هي من الجنس الثاني لأن مجموعاتها المشتقة ليست سوى مجموعة الأعداد الحقيقية.

● **قانون الجنس** (علم المثلثات الكروية) :

نصف مجموع أي ضلعين في مثلث كروي ونصف مجموع الزاويتين المقابلتين هما من نفس الجنس. علمًا بأننا نقول عن ضلعين، أوعن زاويتين، أوعن ضلع وزاوية أنهما من نفس الجنس إذا كان كل منهما حادًّا أو كل منهما منفرجًا. ونقول إنهما من جنسين مختلفين إذا كان أحدهما حادًّا والآخر منفرجاً.

جنس GENUS

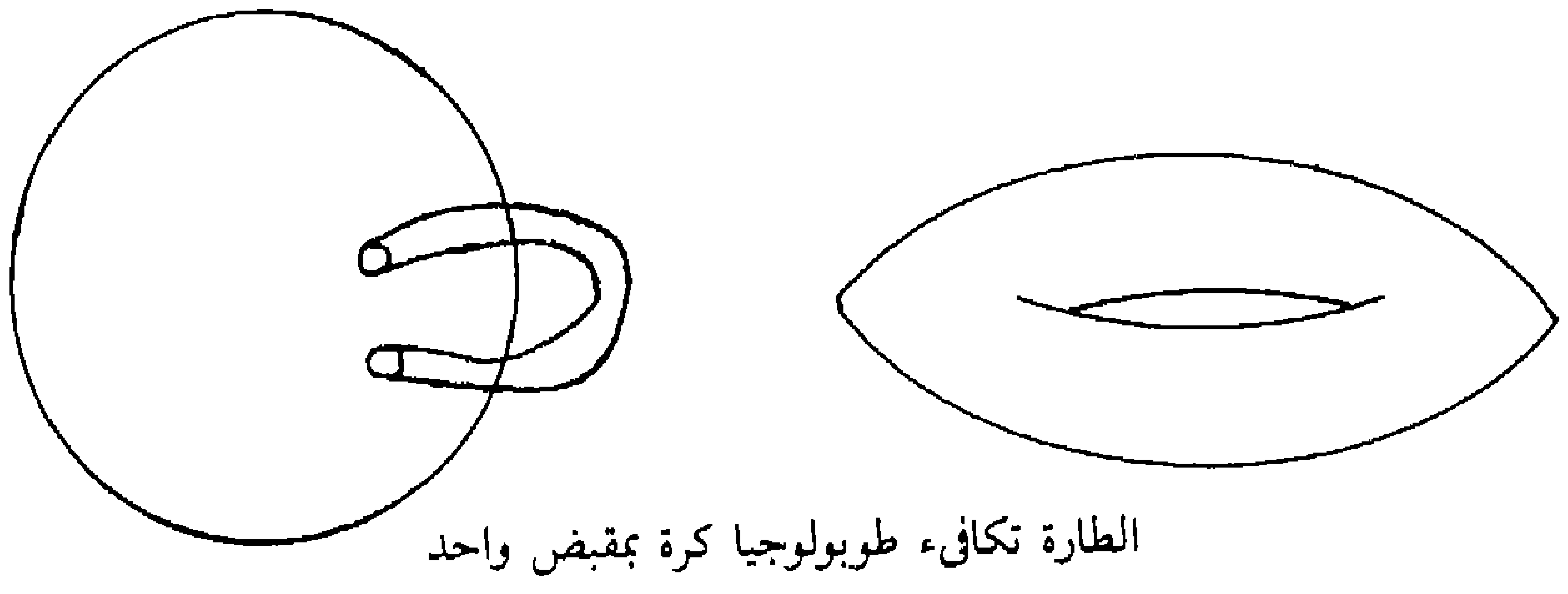
● **جنس السطح** :

من المعروف أن **السطح المغلق القابل للتوجيه** يكافىء طوبولجيا كرة فيها عدد زوجي 2p من الثقوب (بإزاحة أقراص) مقسمة إلى أزواج يصل كل منها مقبض يشبه شكله سطح نصف الطارة أي أن عدد المقابض يساوي p أما **السطح المغلق غير القابل للتوجيه** فإنه يكافىء طوبولوجيا كرة استبدل فيها بـ q من الأقراص عدد مماثل من **القبعات المتصالبة**. وتسمى الأعداد p و q **بجنس السطح** .

فمثلاً الطارة تكافىء طوبولوجيا الكرة بمقبض واحد (أي أن جنسها يساوي 1) أما **قنينة كلاين** فتكافىء كرة بقبعتين متصالبتين وبالتالي فإن جنسها يساوي 2.

والأسطوانة تكافىء كرة بثقبين أما **شريط موبيوس** فيكافىء كرة بقبعة متصالبة واحدة وثقب واحد.

ويعرف مميز أويلر لسطح ما بأنه يساوي العدد $2 - 2q - q - r$ حيث p عدد المقابض و q عدد القبعات المتصالبة و r عـدد الثقوب (أو المنحنيـات الحدودية) .



الطارة تكافىء طوبولوجيا كرة بمقبض واحد

جنسن، يوهان لودفيغ وليم فالديمار

JENSEN, JOHAN LUDVIG WILLIAM VALDEMAR (1859-1925)

عالم دانمركي في التحليل والجبر بالاضافة إلى كونه مهندساً.

● صيغة جنسن:

هي النتيجة النهائية لمبرهنة جنسن. وهذه الصيغة أساسية في النظرية الحديثة للدوال الصحيحة.

أنظر مبرهنة جنسن.

● متباينة جنسن (١):

$$f(\sum_{1}^{n} \lambda_i x_i) \leq \sum_{1}^{n} \lambda_i(f(x_i))$$

حيث f هي دالة محدبة و x_i هي قيم إختيارية في المنطقة التي تكون فيها الدالة f محدبة. أما λ_i فهي أعداد غير سالبة تحقق العلاقة $\sum_{1}^{n} \lambda_i = 1$.

● متباينة جنسن (٢):

هي المتباينة التي تقول بأن المجموع من المرتبة t هو دالة غير متزايدة بالنسبة للمتغير t حيث $t > 0$، وتكتب بالشكل: $(\sum_{1}^{n} a_i^s)^{\frac{1}{s}} \leq \sum_{1}^{n} (a_i^t)^{\frac{1}{t}}$

حيث t, s, a_i هي أعداد موجبة كما أن $s > t$.

● مبرهنة جنسن:

إذا كانت الدالة f تحليلية في القرص $|z| \leq R < \infty$ وكانت أصفار f في هذا القرص هي $a_1, a_2, \ldots, a_n$ وإذا كان : $f(0) \neq 0$ فإن

$$\frac{11}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \ln |f(Re^{i\theta})| d\theta = \ln|f(0)| + \sum_{j=1}^{n} \ln \frac{R}{|a_j|}$$

آخذين بعين الاعتبار أننا كررنا آنفاً الرموز a_i التي تشير إلى الأصفار المضاعفة بعدد مرات تضاعف هذه الأصفار.

جنغ، هنريش ويلهلم ايوالد
JUNG, HEINRICH WILHELM EWALD (1876-1953)

هو عالم ألماني في التحليل والهندسة.

● مبرهنة جنغ:

إذا كان لدينا مجموعة قطرها 1 في فضاء إقليدي من n بعداً، فإنه يمكن حصر هذه المجموعة بكرة مغلقة نصف قطرها $\left(\frac{n/2}{n+1}\right)^{1/2}$. وبشكل خاص فإن أية مجموعة في المستوى قطرها 1 يمكن أن تحصر بدائرة ذات نصف قطر يساوي $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

انظر بلاشكي: مبرهنة بلاشكي.

جنوب SOUTH

● الميل الزاوي الجنوبي:

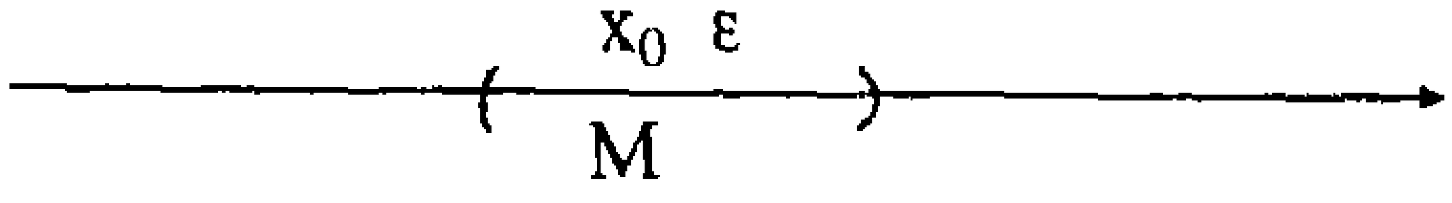
انظر ميل زاوي: ميل نقطة سماوية.

جوار NEIGHBORHOOD

● جوار ε لنقطة P:

هو مجموعة كل النقط التي تبعد عن P مسافة أقل من ε.

مثال (1): الجوار ε للنقطة $M(x_0)$



هو مجموعة النقط x المحققة للمتباينة $x_0 - \varepsilon < x < x_0 + \varepsilon$.

مثال (2): الجوار ε للنقطة $M(x_0,y_0)$ في المستوى هو مجموعة النقط الواقعة داخل الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها يساوي ε.

● جوار النقطة P:

هو أية مجموعة تحتوي على جوار ε لنقطة P. أو هو أية مجموعة تحتوي

على مجموعة مفتوحة تحتوي P (في الفضاءات الطوبولوجية). وفي بعض الأحيان نستخدم المجموعة المفتوحة أو الجوار في نفس المعنى.

انظر **صغير**؛ وانظر **طوبولوجي**: فضاء طوبولوجي.

جوار ــ منته — NEIGHBORHOOD - FINITE

نقول أن العائلة $\{A\alpha \mid \alpha \in C\}$ من المجموعات الجزئية من الفضاء X تكون جواراً ــ منتهياً إذا كان لكل نقطة في X جوار V بحيث $V \cap V\alpha \neq \phi$ لعدد منته من المجموعات $V\alpha$. ونورد فيما يلي بعض خواص عائلات جوار ــ منته.

إذا كانت $\{A\alpha \mid \alpha \in C\}$ عائلة جوار ــ منته فإن العبارات التالية تكون صحيحة:

(1) تكون $\{\bar{A}_\alpha \mid \alpha \in C\}$ عائلة جوار ــ منته.

(2) لكل $B \subset C$ فإن $\cup\{\bar{A}_\beta \mid \beta \in B\}$ تكون مجموعة مغلقة في X.

جوازية — LIKELIHOOD

● دالة الجوازية (إحصاء):

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي $f(x; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ يعتمد على الوسائط المجهولة $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$. إن دالة التوزيع المشترك $L(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ مأخوذة كأنها دالة في الوسائط $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$ وليس في $X_1, X_2, \ldots, X_n$ تسمى **دالة الجوازية** للعينة العشوائية. وتحقق دالة الجوازية

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$$

وتستخدم دالة الجوازية كثيراً في الإحصاء خاصة في نظرية التقدير وفي نظرية إختبار الفرض. فبالنسبة للتقدير تكون **مقدّرات الجوازية العظمى** للوسائط $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$ هي الكميات

$$\hat{\theta}_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \hat{\theta}_2(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, \hat{\theta}_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

التي تجعل دالة الجوازية L أعظم ما يمكن. ولإعظام الدالة L ويكون من الأسهل إعظام ℓnL بالنسبة إلى $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ لأن L و ℓnL يبلغان نهايتهما العظمى عند نفس النقطة. ولإيجاد مقدّرات الجوازية العظمى نقوم بحل جملة المعادلات

$$\frac{\partial \ell nL}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\ell nL}{\partial \theta_2} = 0, \dots, \frac{\ell nL}{\partial \theta_1} = 0$$

مثال: لتكن $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع بواسون $F(X; \theta) = \theta^x e^{-\theta}/X!$. إن دالة الجوازية للعينة هي:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \frac{\theta^{x1} e^{-\theta}}{X_1!} \cdot \frac{\theta^{x2} e^{-\theta}}{X_2!} \cdot \dots \cdot \frac{\theta^{xn} e^{-\theta}}{X_n!}$$

$$= \theta^{\sum_{i}^{n} x_i} e^{-n\theta} / \prod_{i=1}^{n} x_i!$$

$$\ell nL = (\sum_{i}^{n} x_i) \ell n\theta - n\theta - \sum_{i=1}^{n} \ell n(x_i!)$$

$$\frac{\partial \ell nL}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^{n} x_i - n$$

وبحل المعادلة $\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^{n} x_i - n = 0$ نحصل على المقدّر $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n = \bar{X}$

وبذلك يكون $\hat{\theta} = \bar{x}$ هو مقدّر الجوازية العظمى لوسيط توزيع بواسون.

انظر مقدّر؛ وانظر كاف؛ وانظر تباين.

- **نسبة الجوازية:**

هي النسبة $\lambda = L_0/L_1$ حيث L_0 هي القيمة العظمى لدالة الجوازية عندما تقيّد الوسائط $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ بفرض العدم H_0 و L_1 هي القيمة العظمى لدالة الجوازية عندما تكون هذه الوسائط حرة لأخذ كل القيم ف فضاء الوسيط؟.

وطبقاً لاختبار نسبة الجوازية نرفض الفرض H_0 بمستوى معنوية α عندما تكون $\lambda \leq C$ حيث C هو ثابت يحقق:

$$P(\lambda \leq C|H_0) = \alpha$$

انظر نيمان: إختبار نيمان وبيرسون.

جوردان (كامي) JORDAN, CAMILLE (1818-1922)

عالم فرنسي في الجبر ونظرية الزمر والتحليل الرياضي والهندسة والطوبولوجيا.

● **شرط جوردان لتقارب متسلسلات فورييه:**

انظر **فورييه** ـ مبرهنة فورييه.

● **محتوى جوردان:**

انظر **محتوى** ـ محتوى مجموعة فقط.

● **منحنى جوردان:**

هو ما يسمى أيضاً بمنحنٍ بسيط مغلق.

انظر **بسيط**.

● **مبرهنة منحنى جوردان:**

يقسم المنحنى المغلق البسيط C كل المستوى إلى منطقتين، ويكون هذا المنحنى هو الحدود المشتركة بين هاتين المنطقتين. وتكون إحدى هاتين المنطقتين داخل C ومحدودة، أما الأخرى فهي **خارج** C. وهكذا، فإن أية نقطة من المستوى تنتمي إما إلى C أو إلى داخل C أو إلى خارج C. ويمكن أن تصل بين أي نقطتين داخل C (خارج C) بمنحنٍ لا يحتوي على أي نقطة من C. بينما إذا وصلنا نقطة ما من داخل C بأخرى من خارج C بمنحنٍ فإنه لا بد سوف يحتوي على نقطة من C. تجدر الملاحظة إلى أن جوردان قد برهن هذه النظرية بشكل مغلوط إلى أن أتى فيبلين 1905 وبرهنها بشكل صحيح.

● **مصفوفة جوردان:**

هي مصفوفة من الشكل:

$$J_r = \begin{pmatrix} \lambda \ldots 1 \ldots 0 \ldots 0 \\ \quad \lambda \quad 1 \quad \ddots \; 0 \\ \qquad \ddots \quad \ddots \; 1 \\ \bigcirc \qquad\qquad \ddots \; \lambda \end{pmatrix}$$

بحيث عدد الصفوف r وعدد الأعمدة r. ولهذه المصفوفة شأن كبير في نظرية المصفوفات إذ أنه يبرهن أن أية مصفوفة A من $n \times n$ تؤول إلى مصفوفة قطرية قالبية، وكل قالب فيها هو عبارة عن مصفوفة جوردانية.

وتسمى مصفوفة جوردان أحياناً شكل جوردان.

انظر قانوني ـ شكل قانوني ـ لمصفوفة.

جوكوفسكي (نيقولاي جيكوروفيتش)

JOUKOWSKI, NIKOLAI JEGOROWITCH (1847-1921)

هو عالم رياضي روسي في الرياضيات التطبيقية وديناميك الموائع.

● **تحويل جوكوفسكي:**

هو التحويل $w = z + \frac{1}{z}$ الوارد في نظرية المتغير العقدي، الذي يطبق النقطتين z و$\frac{1}{z}$ على نفس النقطة من المستوى w. وبحيث تكون صورة المنطقة الواقعة خارج دائرة الوحدة $|z| = 1$ هي نفس المنطقة الواقعة داخل هذه الدائرة. ويوجد صفران بسيطان للمشتق $\frac{dw}{dz}$ في النقطتين $z = \pm 1$، وخلاف ذلك فإن $\frac{dw}{dz} \neq 0$. ويكون التحويل السابق إذن متزاوياً في جميع النقط ما عدا النقطتين $z = \pm 1$. كما يطبق هذا التحويل نصف العلوي للمستوى العقدي محذوفاً منه النصف العلوي لدائرة الوحدة على نصف المستوى العلوي w.

ويطبق تحويل جوكوفسكي المنطقة الواقعة خارج دائرة مارة من النقطة $z = -1$ وتحوي $z = \pm 1$ بداخلها على منطقة واقعة خارج كفاف له شكل يشبه تماماً هيئة جناح الطائرة. ويمثل هذا الكفاف الصورة الجانبية لسطح جوكوفسكي الانسيابي لجناح طائرة.

جول (جيمس بريسكوت)

JOULE, JAMES PRESCOTT (1835-1889)

هو عالم فيزيائي إنجليزي.

● **جول:**

هو وحدة طاقة أو شغل. وهو الشغل المنجز عندما تنتقل قوة مقدارها نيوتن واحد مسافة متر واحد في نفس اتجاه القوة. 1 جول $= 10^7$ أرغ $= 0.2390$ كالوري.

الجوهري

هو العباس بن سعيد الجوهري، وقد ظهر في عهد الخليفة العباسي المأمون (حوالي العام 830 ميلادية) واشتغل بالرياضيات والرصد والفلك وعمل في مرصدي بغداد ودمشق وله زيج معروف باسمه. كما اشتغل بالهندسة وكتب «تفسير إقليدس». وحاول، فيما حاول، إثبات الموضوعة الخامسة من موضوعات إقليدس وأعطى براهين ذكية وصفها الطوسي فيما بعد على أن «سياقتها لطيفة وترتيب أشكالها ترتيب حسن لولا استعمالها مقدمة مغالطية».

انظر **الطوسي**.

جوهري ESSENTIAL

- **الثابت الجوهري:**

انظر **ثابت ـ الثابت الجوهري**.

- **التطبيق الجوهري:**

انظر **لا جوهري**.

جوهريا ESSENTIALLY

- **الدالة المحدودة جوهرياً:**

انظر **محدود**.

جيب

انظر **مثلثي ـ دوال مثلثية**.

- **جيب عدد أو جيب زاوية:**

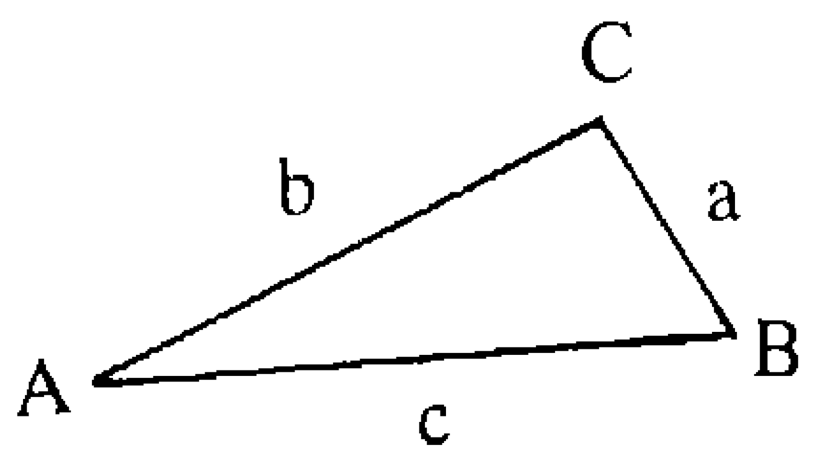
انظر **مثلثي**.

- **قوانين الجيوب:**

في المثلث المستوى تتناسب أضلاع المثلث مع الزوايا المقابلة لها. فإذا

كانت A و B و C زوايـا المثلث و a و b و c أطـوال الأضلاع المقابلة، فإن:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



أما في المثلث الكروي فإن جيوب الأضلاع تتناسب مع جيوب الزوايا المقابلة.

● **القيم الأسية:**

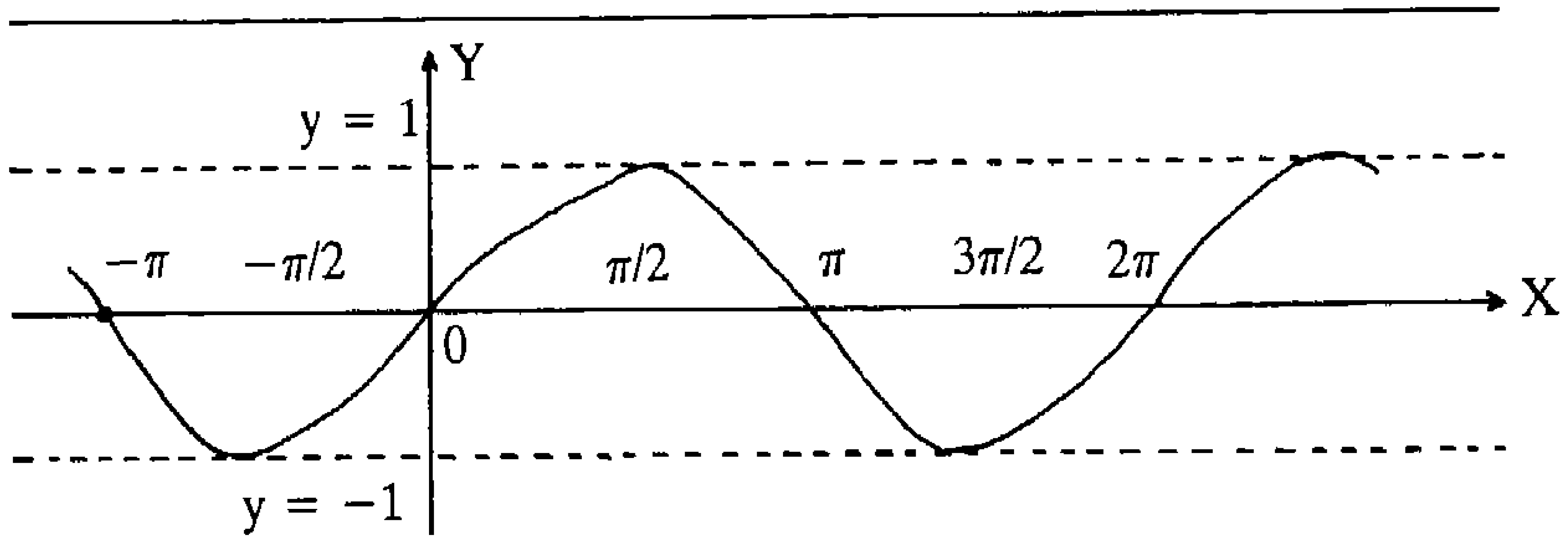
انظر أسي.

● **متسلسلة الجيب:**

انظر فورييه.

● **منحنى الجيب:**

هو بيان الـدالة $y = \sin x$ ويقـع هذا المنحنى بـين المستقيمين $y = 1$ و $y = -1$, حيث يكون 1 أكبر بعد بين المنحنى ومحور x. ويكون المنحنى مقعراً نحـو محور x دائـماً. يمر المنحنى بنقـطة الأصل ويقـطع محور x في النقـاط $(x,y) = (k\pi,0)$ حيث $k = 0,\pm1,\pm2,...$ كما في الشكل التالي:



جيب تمام COSINE

انظر مثلثي ـ دوال مثلثية.

● **منحنى جيب تمام:**

هو بيان المعادلة $y = \cos x$ انظر الشكل. يقطع هذا المنحنى محور y

عند (0,1) وهو مقعر ناحية محور x ويقطع هذا المحـور عند $(\frac{k\pi}{2})$ حيث أن $(k = \dots -3, -1, 1, 3, \dots)$.

● **جيب تمام الاتجاه:**

(في الفضاء) أنظر اتجاه ـ جيوب تمام الاتجاه.

● **قانون جيوب الاتجاه:**

إذا كان لدينا مثلث في المستوى وكانت أضلاعه (a,b,c) وكانت C الزاوية المقابلة للضلع c فإن قانون جيوب التمام يقول:

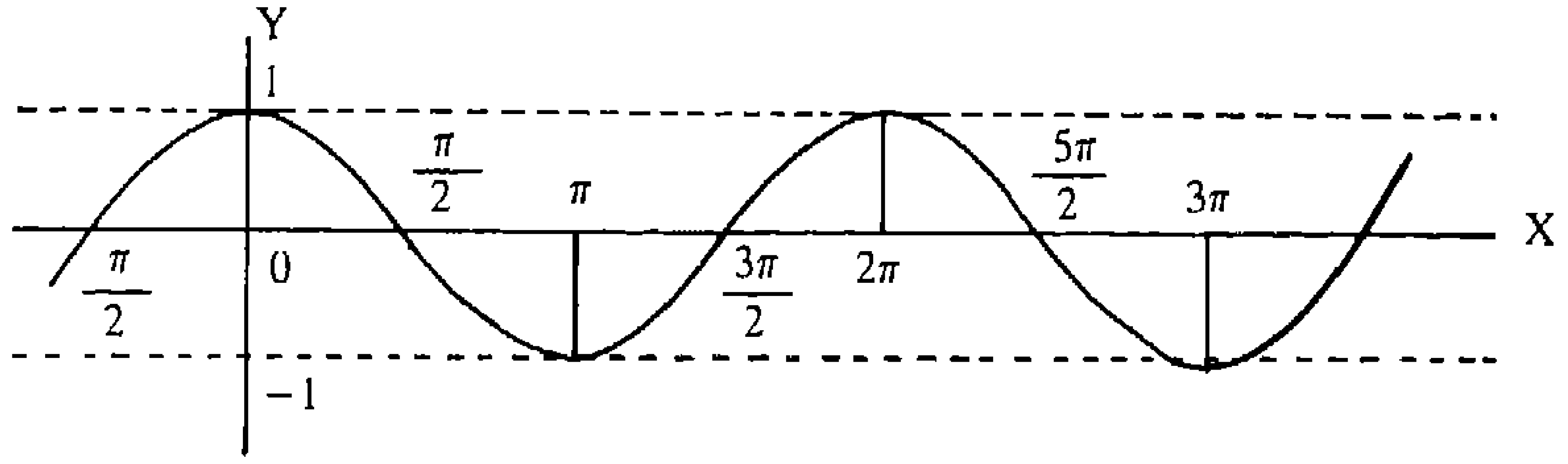
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

أما قوانين جيوب التمام المثلث كروي فتقول:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

حيث أن (a,b,c) هي أضلاع المثلث الكروي و (A,B,C) الزوايا المقابلة.



جيبس (جوزيا ويلارد) GIBBS, JOSIAH WILLARD (1839-1903)

هو فيزيائي رياضي أميركي ساهم في تطوير تحليل المتجهات كما كان له بعض الإسهامات في علم الميكانيك الإحصائي.

● **ظاهرة جيبس:**

لنفرض أن $\{T_n\}$ متتالية من تحويلات f. إذا احتوت الفتـرة المغلقة $[\lim_{x\to x_0} \inf_{n\to\infty} T_n(x), \lim_{x\to x_0} \sup_{n\to\infty} T_{n'}(x)]$ على نقاط خارج الفترة المغلقة $[\lim_{x\to x_0} \inf f(x), \lim_{x\to x_0} \sup f(x)]$ فإنه يقال إن المتتالية $\{T_n\}$ تعرض ظاهرة جيبس عند النقطة $x = x_0$ وهذه الظاهرة لها أهميتها في متسلسلات فورييه.

الجيوديزة هي منحنى C على سطح S بحيث يكون القوس بين أية نقطتين على C هو أقصر منحنى على S يصل بين النقطتين.

الناظم الرئيسي على C عند أية نقطة ينطبق على الناظم على S عند تلك النقطة، والتقوس الجيوديزي يكون مطابقاً للصفر. (انظر تقوس جيوديزي أدناه). إذا وقع خط مستقيم على سطح فإن هذا الخط يكون جيوديزة على السطح. تعطي الجيوديزة قيمة توقفية لتفاضل الطول:

$$S = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{g_{ij} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt}}\, dt$$

وإذا استعملنا طول القوس كوسيط s فإن معادلات أويلر ـ لاغرانج لمسألة حسبان التغيرات هذه تكون جملة المعادلات التفاضلية من المرتبة الثانية:

$$\frac{d^2s^i(s)}{ds^2} + \Gamma^i_{\alpha\beta}\ (x^1(s), \ldots, x^n(s)) \frac{dx^\alpha(s)}{ds} \frac{dx^\beta(s)}{ds} = 0$$

حيث أن $\Gamma^i_{\alpha\beta}$ هي رموز كريستوفل من النوع الثاني والمعتمدة على موتر المقاس $g_{ij}(x^1, \ldots, x^n)$.

انظر ريمان ـ فضاء ريماني.

- **احداثيان جيوديزيان (وسيطان جيوديزيان):**

هما وسيطان أو احداثيان u,v على السطح S بحيث تكون المنحنيات u,v ثابت = u أعضاء في عائلة من المتوازيات الجيوديزية، بينما تكون المنحنيات $v = v_o$، v_o ثابت، أعضاء في العائلة المقابلة من الجيوديزات العمودية وتكون المسافة بين النقطتين (u_1,v_o), (u_2,v_o) هي $u_2 - u_1$ الشرط اللازم والكافي حتى تكون u,v احداثيين جيوديزيين هو أن يكون الشكل الأساسي للسطح S قابلاً للاختزال إلى:

$$ds^2 = du^2 + G\, dv^2$$

انظر احداثيات قطبية جيوديزية أدناه.

• احداثيات جيوديزية في فضاء ريماني:

لتكن P نقطة في فضاء ريماني ولتكن $(y^1, \ldots, y^n)$ جملة احداثيات عند P كنقطة الأصل، أي أن $y^1 = y^2 = \ldots = y^n = 0$ عند P.

نقول عن $(y^1, \ldots, y^n)$ إنها احداثيات جيوديزية إذا كانت رموز كريستوفل $\Gamma^i_{\alpha\theta}(y^1, \ldots, y^n)$ كلها أصفاراً عند النقطة P. نقول عن الاحداثيات $(y^1, \ldots, y^n)$ إنها ديكارتية محلياً إذا كانت $(x^1, \ldots, x^n)$ احداثيات عامة فإننا نحصل على الاحداثيات الجيوديزية ضمنياً بواسطة التحويل:

$$x^i = q^i + y^i - \frac{1}{2!}\,[\Gamma^i_{\alpha\beta}\ (x^1, \ldots, x^n)]\ x^j = q^j\, y^\alpha\, y^\beta$$

• احداثيات قطبية جيوديزية:

هي احداثيات جيوديزية u,v على السطح باستثناء أن المنحنيات $u = u_0$, u_0 ثابت، لا تكون متوازيات جيوديزية بل دوائر جيوديزية متمركزة نصف قطرها u_0 ومركزها أو قطبها P يقابل $u = 0$. أما المنحنيات $v = v_0$ فهي أنصاف أقطار جيوديزية وتكون v_0 هي الزاوية عند P بين المماس للمنحنى $v = 0$ والمنحنى $v = v_0$ الشروط اللازمة والكافية لتكون u,v احداثيات قطبية جيوديزية هي أن الشكل الأساسي الأول للسطح S يختزل إلى:

$$ds^2 = du^2 + \mu^2 dv^2$$

$\mu \geq 0$ وأنه عند $u = 0$ تكون $\mu = 0$ $\quad \frac{\partial\mu}{\partial u} = 1$ كل النقاط $u = 0$ تكون نقاطاً منفردة مقابلة للنقطة P.

• تقوس جيوديزي لمنحنى على سطح:

ليكن C منحنياً معادلاته الوسيطية $u = u(s), v = v(s)$ وواقعاً على سطح معادلاته الوسيطية $x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$ ولنأخذ P نقطة على C و Π المستوي المماس للسطح S عند P أما C^1 فهو مسقط C على Π. إذا كانت k اسطوانة إسقاط $C\ C^1$ فإننا نعني الاتجاه الموجب للناظم على K بحيث تؤلف الاتجاهات الموجبة للماس على C والناظم على K والناظم على S عند P نفس التوجيه المتبادل الناتج عن الاتجاهات الموجبة لمحاور z,y,x.

لنأخذ ψ الزاوية بين الاتجاه الموجب للناظم الرئيسي على C والناظم على k عند P. نعرف التقوس الجيوديزي $\frac{1}{\rho_g}$ للمنحنى C على السطح S عند P بأنه:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{\cos\psi}{\rho}$$

حيث ρ تقوس C عند P. هذا يعني أن القيمة العددية للتقوس الجيوديزي للمنحنى C تساوي تقوس المنحنى C^1 وتكون موجبة أو سالبة حسب ما إذا كانت الاتجاهات الموجبة للنواظم الرئيسية على C والنواظم على k عند P تقع على نفس الجهة أو على جهتي الناظم على S. إذا قلبنا الاتجاه الموجب على C فإن إشارة التقوس الجيوديزي تتغير.

- **نصف قطر التقوس الجيوديزي:**

هو مقلوب التقوس الجيوديزي.

- **مركز التقوس الجيوديزي:**

هو مركز تقوس C^1 بالنسبة إلى P.

- **تمثيل جيوديزي لسطح على سطح آخر:**

هو تمثيل بحيث تكون كل جيوديزة على أحد السطحين مقابلة لجيوديزة على السطح الآخر.

- **جيوديزة سرية:**

انظر سري.

- **دائرة جيوديزة على سطح:**

إذا كانت P نقطة على سطح S. وأخذنا كل الجيوديزات المارة بالنقطة P ووضعنا على كل من هذه الجيوديزات نقطة تبعد عن P مسافة ثابتة r (أي أن r هو طول قوس الجيوديزة من P إلى النقطة). فإن المحل الهندسي لهذه النقاط يكون مساراً متعامداً مع الجيوديزات المارة بالنقطة P. نسمي هذا المسار بالدائرة الجيوديزة ونقول بأن P مركزها و r نصف قطرها ويسميه البعض بنصف القطر الجيوديزي.

انظر أعلاه احداثيات قطبية جيوديزية.

● **فتل جيوديزي:**

الفتل الجيوديزي لسطح S عند نقطة P وفي اتجاه معين هو فتل الجيوديزة المارة بالنقطة P وفي الاتجاه المعين.

الفتل الجيوديزي لمنحنى على سطح هو الفتل الجيوديزي للسطح عند نقطة معطاة وباتجاه المنحنى. انظر **فتل ــ** فتل منحنى.

● **قطوع ناقصة جيوديزية وقطوع زائدة جيوديزية على سطح:**

لنأخذ P_1, P_2 نقطتين مختلفتين على سطح S (أو لنأخذ C_1, C_2 منحنيين على S غير متوازيين جيوديزياً). وليكن u البعد الجيوديزي من P_1 (أو من C_1) و v البعد الجيوديزي من P_2 (أو من C_2) على السطح S.

● **القطوع الناقصة الجيوديزية:**

بالنسبة إلى P_1, P_2 هي المنحنيات $\frac{1}{2}(u + v) = k$ حيث k ثابت.

● **القطوع الزائدة الجيوديزية:**

بالنسبة إلى P_1, P_2 هي المنحنيات $\frac{1}{2}(u - v) = k$ حيث k ثابت.

وقد استعملت هذه التسميات لأن مجموع البعدين الجيوديزيين من نقطة متحركة على القطع الناقص الجيوديزي إلى P_1, P_2 يبقى ثابتاً.

● **متوازيات جيوديزية على سطح:**

ليكن C منحنى أملس على سطح S، فإنه يوجد على S عائلة وحيدة C_0 من الجيوديزات العمودية على C. إذا أخذنا على هذه الجيوديزات قطعاً لها طول ثابت S وتقع أطرافها الأولى على C فإن أطرافها الأخرى ترسم جيوديزات C_s عمودية على C_0 تسمى المنحنيات C_s **متوازيات جيوديزية** على S.

● **مثلث جيوديزي على سطح:**

هو مثلث متشكل بواسطة ثلاث جيوديزات تتقاطع مثنى مثنى على السطح. انظر **تقوس ــ** تقوس تكاملي.

من الملاحظ من تعريف الجيوديزة (في أول الشرح) أننا لم نستعمل كون البعدية 2. وبذلك نستطيع تعريف الجيوديزة في أي منطو ريماني من أي بعدية وما السطح S سوى مثال على الحالة عندما تكون البعدية 2.

ح

حاجز BUFFER

في الآلات الحاسبة، هو محولة تنقل إشارة في حال تسلمها لأية واحدة من عدة إشارات. أي أن الحاجز هو المقابل الآلي للآصرة «أو» في المنطق.

انظر **فصل**، **بوابة**. ويسمى الحاجز أحياناً بالبوابة المعاكسة.

حاد ACUTE

- **زاوية حادة:**

وهي الزاوية التي تكون أصغر من الزاوية القائمة. (عادة تؤخذ قيمتها موجبة أقل من تسعين درجة).

- **مثلث حاد:**

انظر **مثلث**.

حاسب COMPUTER

الحاسب هو أي آلة تقوم بعمليات رياضية عددية. وقد نسمي الآلات التي تقوم بعمليات الجمع والضرب والطرح والقسمة آلات حاسبة وذلك لنميزها عن الحاسب الالكتروني المتعدد الاستعمالات والبراعات.

- **حاسب بالقياس:**

هو آلة تقلب الأعداد إلى كميات قابلة للقياس مثل الأطوال والفولطيات،

ثم تقوم بتركيبها حسب العمليات الحسابية المطلوبة. وكمثال نذكر المسطرة الحاسبة.

● حاسب رقمي:

هو آلة تقوم بالعمليات الرياضية على الأعداد معبراً عنها بواسطة الأرقام.

انظر ببيج، انياك، لايبينتيز.

حاسب بالقياس ANALOG COMPUTER

انظر حاسب.

حاصة ANOMALY

● حاصة نقطة:

انظر قطبي، إحداثيات قطبية في المستوى.

حالات موصولة COMMUNICATING STATES

انظر ممكن الوصول إليه.

حامل SUPPORT

● **خط الحامل بالنسبة لمنطقة محدبة B:**

هو خط يحتوي على نقطة واحدة على الأقل من نقاط B وبحيث يكون أحد نصفي المستوى المفتوحين المحددين بواسطة الخط خالياً من نقاط B. يمكن كتابة معادلة هذا الخط كما يلي:

$$x \cos \theta + y \sin \theta = S(Q)$$

حيث أن Q هي النقطة ذات الإحداثيات $(\cos \theta, \sin \theta)$ و $S(Q)$ هي دالة الحامل المعيرة. الدالة $S(Q)$ هي دالة تحت جيبية للزاوية θ. كما نستطيع تعريف خط الحامل لدالة محدبة أو مقعرة وذلك باستعمال بيان هذه الدالة.

دالة الحامل بالنسبة لمجموعة محدبة مغلقة محدودة B في فضاء عليه جداء حقيقي (مثلاً فضاء اقليدي من أي بعدية، فضاء هلبرت):

نعرف دالة الحامل S بالنسبة لكل النقاط P في الفضاء باستثناء النقطة P = O وذلك كما يلي:

$$S(P) = \max (P,Q)$$

حيث أن (P,Q) هو الجداء الداخلي للنقطتين P,Q و max (P,Q) تعني القيمة العظمى لهذه الجداءات وذلك لكل النقاط Q في B. هذا يعني أن $(P,Q) \leq S(P)$ ويحدث التساوي بالنسبة لنقطة معينة Q_0 في B.

كل نقاط B تقع في أحد نصفي الفضاء المغلقين والمحدودين بالفومستوي المؤلف من النقاط R التي تحقق (P,R) = S(P) الدالة S(P) هي دالة محدبة. تحقق دالة الحامل العلاقة S(kP) = k S(P) إذا كان k غير سالب. هذا يعني أننا نستطيع تحديد S(P) بشكل تام عن طريق قيمها على كرة الوحدة المؤلفة من النقاط Q بحيث (Q,Q) = 1 ونسمي S(Q) **دالة الحامل المعيرة**.

انظر **مينكوفسكي** ــ دالة المسافة لمينكوفسكي.

- **مستوي الحامل و فومستوي الحامل:**

بالنسبة لمجموعة محدبة B في الفضاء ذي ثلاثة الأبعاد: مستوي الحامل هو مستو يحتوي على نقطة واحدة على الأقل من نقاط B وبحيث يكون أحد نصفي الفضاء المفتوحين والمحددين بواسطة المستوي خالياً من نقاط B (أي لا يحتوي على أي نقطة من نقاط B). إذا كان T فضاء متجهات معيراً وكانت B مجموعة جزئية محدبة في T فإن فومستوي الحامل هو فومستوي H مسافته من B صفر ويفصل الفضاء إلى نصفي فضاء مفتوحين، بحيث لا يحتوي أحدهما على أي من نقاط B هذا يعني أن H يكون فومستوى الحامل إذا وفقط إذا كان هناك دالي خطي مستمر f وثابت c بحيث $f(P) \leq c$ إذا كانت P في B أما H فتكون مجموعة النقاط P التي تحقق f(P) = c نقول عن فضاء بناخ أنه **انعكاسي** إذا وفقط إذا كانت المسافة بين H و B صفراً تعني أن H يحتوي على نقطة من B وذلك لكل مجموعة مغلقة محدبة محدودة B وأي فومستوي حامل H.

لنأخذ فضاء فيه جداء داخلي، إذا كانت B مجموعة مغلقة محدودة محدبة فإن فومستوى الحامل يجب أن يحتوي على نقطة واحدة على الأقل من نقاط B كما أنه يوجد نقطة P بحيث يتألف فومستوى الحامل من كل النقاط Q بحيث $(P,Q) = S(P)$ علمًا بأن $S(P)$ هي دالة الحامل.

انظر دالة الحامل أعلاه.

حجم VOLUME

عدد حقيقي موجب يستخدم لوصف قدر مجموعة بالأبعاد الثلاثة. فحجم مكعب طول ضلعه a يساوي a^3. وإذا كانت a و b و c أضلاع متوازي سطوح قائم فإن حجم متوازي السطوح هذا يساوي abc. وبصورة عامة نعرف حجم أية **مجموعة محدودة** S على أنه أصغر حد علوي لمجموع حجوم عدد منته من متوازيات سطوح قائمة منفصلة عن بعضها وموضوعة داخل المجموعة S، أو نعرف الحجم على أنه أكبر حد سفلي β لمجموع حجوم عدد منته من متوازيات سطوح قائمة منفصلة عن بعضها وتغطي المجموعة S تماماً. ونقول إن المجموعة S لها حجم إذا كان $\alpha \neq \beta$ وفي هذه الحالة يكون حجمها القيمة المشتركة لـ β, α. أما إذا كان $\alpha \neq \beta$ فنقول إن المجموعة ليس لها حجم. وإذا كان $\alpha = \beta = 0$ فنقول إن للمجموعة حجمًا يساوي صفراً. وإذا كانت S مجموعة غير محددة فنقول إن لها حجمًا إذا وجد عدد m بحيث أن المجموعة $S \cap R$ لها حجم لا يزيد عن m كلما كان R مكعباً. وحينئذ نعرف حجم S على أنه أصغر حد علوي لحجوم $S \cap R$ لكل مكعب R. ويمكن استخدام هذا التعريف لبرهنة صيغ الحجوم لعدد من المجسمات (انظر **مخروط** و**أسطوانة** و**كرة**). **ويستخدم الحسبان كطريقة مفيدة في احتساب الحجوم.**

انظر تكامل: تكامل متضاعف و**دوران:** مجسم دوراني؛ كذلك انظر **محتوى** و**قياس:** قياس مجموعة، و**بابوس** و**كافاليري**.

● **معامل تمدد الحجم:**

انظر معامل.

● عنصر الحجم:

انظر عنصر: عنصر المكاملة.

● حجوم مجسمات متشابهة:

انظر مجسّم: مجسمات متشابهة.

حجم SIZE

● حجم الاختبار:

انظر فرض ــ اختبار الفرض.

حـدّ TERM

● حد عام:

هو حد ضمن مجموعة معينة يحتوي على وسائط إذا عوّض عنها بقيم معينة ينتج أحد عناصر (حدود) المجموعة، مثلاً، الحد العام في المعادلة

$$a_0x^n + a_1x^{n-i} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$$

هو a_ix^{n-i} لأجل $i = 0,1,\ldots,n$. فلو عوّضنا عن الوسيط i بالقيمة 2 ينتج الحد الثالث من المعادلة وهو a_2x^{n-2}.

● حد العبارة:

إذا كانت العبارة الجبرية مكتوبة بشكل مجموع عدة كميات فإن أيًّا من هذه الكميات تسمى حدّ العبارة. مثلاً: حدود العبارة

$$x^2 = x^2 + x(y + x\ 1nx) = \frac{x+y}{x-y} + \sin x - 5$$

$$-5, \text{Sin } x, \frac{x+y}{x-y}, x(y + x\ 1nx)$$

● الحد الثابت أو المطلق:

هو حد العبارة الذي لا يحتوي على أي من المتغيرات في العبارة مثل الحد 5 – في المثال المذكور آنفاً.

● الحد الجبري:

هو الحد الذي يحتوي على رموز وأعداد جبرية فقط مثل: $\sqrt{X^2 + 5y}$ وإذا لم يحتو الحد الجبري على أي متغير يظهر تحت الجذر أو في مخرج أو يظهر بأسس كسرية أو سالبة فيسمى حدًّا **منطقًا وصحيحًا** مثل الحد $3x^3y$. أما إذا لم يكن الحد جبرياً فنسميه **حدا متسامياً**. ومن أمثلة الحد المتسامي هو **الحد الأسّي** و **الحد اللوغاريتمي** و **الحد المثلثي**.

● الحد الأسي:

يحتوي على متغيرات تظهر بشكل أسسي مثل 3^x أو حتى $y.3^x$ و **الحد المثلثي**: هو حد يحتوي على نسب مثلثية لبعض المتغيرات مثل: $x \sin x$.

● الحدود المتشابهة:

هي حدود تحتوي على نفس المتغيرات وبنفس الأسس مثلاً $3xy^2$ و $5xy^2$ هما حدّان متشابهان.

● حد الكسر:

هو صورة أو مخرج الكسر. أما **حد التناسب** فهو أحد طرفي أو وسطي التناسب.

● حد المعادلة أو المتباينة:

هو أحد طرفي المعادلة أو المتباينة.

BOUND حد

● حد أدنى:

الحد الأدنى لمجموعة من الأعداد هو عدد أصغر من أو يساوي كل عدد من أعداد هذه المجموعة.

● حد أعلى:

الحد الأعلى لمجموعة من الأعداد هو عدد أكبر من أو يساوي كل عدد من أعداد هذه المجموعة.

● **الحد الأدنى الأكبر أو الصغور**: (ويرمز له بأحد الرمزين .inf g.1.b) لمجموعة من الأعداد هو كما يستدل من اسمه أكبر حد أدنى للمجموعة.

● **الحد الأعلى الأصغر أو العظوم**: (ويرمز له بأحد الرمزين .Sup, L.u.b) لمجموعة من الأعداد هو أصغر حد أعلى للمجموعة. إذا لم ينتم صغور مجموعة ما إلى هذه المجموعة، وقد يحدث ذلك أيضاً في بعض الحالات التي يكون الصغور (العظوم) فيها عنصراً في المجموعة. مثلاً لنأخذ المجموعة ...,333., 33., 3. فإن ⅓ هو عظومها وهو أيضاً نقطة تراكم لها. يمكن توسيع هذه المفاهيم بحيث تشمل أي مجموعة مرتبة جزئياً، مثلاً الحد الأعلى لعائلة من المجموعات هو أي مجموعة U تحتوي على كل من واحدة من مجموعات هذه العائلة.

انظر شبكية.

● **حد الدالة**:

نقول إن العدد a هو حد للدالة f المعرفة على مجموعة S إذا كان a حـدًّا لمجموعة الأعداد f(x) وذلك لكل x في S.

● **موضوعة الحد الأعلى الأصغر**:

إذا كان لمجموعة من الأعداد الحقيقية حـدٌّ أعلى فيجب أن يكون لها حد أعلى أصغر. وغالباً ما تؤخذ هذه الموضوعة على أنها واحدة من موضوعات نظام الأعداد الحقيقية وهي مكافئة لموضوعة الحد الأدنى الأكبر التي تقول بأنه إذا كان لمجموعة من الأعداد الحقيقية حـدٌّ أدنى فيجب أن يكون لها حد أدنى أكبر. يمكننا إثبات أي من هاتين الموضوعتين بالاعتماد على الأخرى.

حدّا الفئة (إحصاء) — CLASS LIMITS (Statistics)

الفئات في الإحصاء هي مجموعات نصنف إليها عناصر العينة أو قيم المتغير العشوائي. وقد نصنف الفئة بشكل كمي، أي بشكل فترة تحتوي على جميع العناصر التي تقع قيمها بين **حدّي الفئة السفلي والعلوي**. أو قد نصنف الفئة بشكل غير كمي كأن نقول مثلاً فئة المدخنين، وهي تشمل جميع

الأشخاص المدخنين. وتكرار الفئة: هو عدد العناصر الواقعة في الفئة. أما **منتصف الفئة** أو **علامة الفئة** فتعرف بالنسبة للفئات الكمية فقط (الفترات) وتساوي متوسط الحد السفلي والعلوي للفئة.

حَـدَث (إحصاء) EVENT

أنظر احتمال.

● **أحداث متنافية:**

نقول إن الحدثين A و B متنافيان إذا كان من غير الممكن حدوثهما معاً في آن واحد. وهذا يعني أن $A \cap B = \phi$ وتكون الأحداث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ متنافية إذا كان $A_i \cap A_j = \phi$ لأجل كل $i \neq j$، أي أن وقوع أحدها يمنع وقوع أي من الأحداث الأخرى.

● **أحداث مستقلة وتابعة:**

نقول إن الحدثين A و B **مستقلان** إذا كان $P(A \cap B) = P(A)\, P(B)$. وهذا التعريف يكافىء الشرط $P(B|A) = P(B)$ حيث $P(A) \neq 0$. وإذا لم يكن A و B مستقلين فنقول إنهما **تابعان** واستقلال الحدثان A و B يعني أن وقوع أحدهما أو عدم وقوعه لا يؤثر (ولا يغير) بتاتاً احتمال وقوع الحدث الآخر. وبصورة عامة نقول إن الأحداث $A_1, A_2, \ldots A_n$ **مستقلة بالتبادل** إذا كان

$$P(A_{k1} \cap A_{k2} \cap \ldots \cap A_{ks}) = P(A_{k1}) P(A_{k2}) \ldots P(A_{ks})$$

لأجل أي مجموعة من الأدلة (أعداد صحيحة موجبة)

$$1 \leqslant k_1 < \ldots < k \leqslant n$$

وهذا يعني أن الاحتمال المشترك لأي مجموعة من هذه الأحداث يساوي حاصل ضرب احتمال كل حدث منفرد في تلك المجموعة.

● **حدث ابتدائي:**

انظر احتمال.

● **حدث مؤلف:**

انظر احتمال.

● **مسألة قيمة حدودية ثنائية التوافق:**

لتكن R منطقة حدودها السطح S. ومسألة القيمة الحدودية الثنائية التوافق هي مسألة إيجاد دالة u(x,y,z) **ثنائية التوافق في** R وتتفق مشتقاتها الجزئية من المرتبة الأولى مع دوال حدودية معرّفة سلفاً على S. تبرز هذه المسألة، كما تبرز مسألة ديرخلية في بعض المسائل الخاصة عن الأجسام المرنة.

● **حدود مجموعة:**

انظر داخل ـ داخل مجموعة.

● **حدود مبسّط وحدود سلسلة:**

انظر سلسلة ـ سلسلة مبسطات.

● **مؤثر حدودي:**

انظر سلسلة ـ سلسلة مبسطات.

● **حدود نصف خط، نصف مستوي ونصف فضاء:**

انظر نصف ـ نصف مستوي، نصف فضاء وشعاع.

● **مسألة قيمة حدودية** (في المعادلات التفاضلية):

هي مسألة إيجاد حل لمعادلة تفاضلية أو لمجموعة من هذه المعادلات بحيث يحقق هذا الحل بعض الشروط وذلك إذا أخذت المتغيرات المستقلة مجموعة معطاة من القيم تسمى النقاط الحدودية. أكثر مسائل الفيزياء الرياضية هي من هذا النمط.

● **مسألة القيمة الحدودية الأولى لنظرية الكمون** (مسألة ديريخليه):

لتكن R منطقة معطاة وحدودها السطح S. ولتكن f دالة معرفة ومستمرة على S. المسألة هي إيجاد حل u لمعادلة لابلاس $\nabla^2 u = 0$ يكون نظامياً في R، مستمراً في R + S ويحقق المعادلة u = f على الحدود. وتأتي هذه المسألة في الكهرسكونيات وفي انسياب الحرارة، ولها حل واحد على الأكثر.

انظر غرين ـ دالة غرين.

● مسألة القيمة الحدودية الثانية لنظرية الكمون (مسألة نويمان):

لتكن R منطقة معطاة وحدودها السطح S، ولتكن f دالة معرفة ومستمرة على S بحيث يكون $\int\int f\,ds$ صفراً على S. المسألة هي إيجاد حل u لمعادلة لابلاس $\nabla^2u = 0$ يكون نظامياً في R ويكون هو ومشتقه الناظمي مستمرين في R + S كما أن المشتق الناظمي يجب أن يساوي f عند الحدود S. وتأتي هذه المسألة في ديناميك السوائل، ويكون الفرق بين أي اثنين من حلولها عدداً ثابتاً على الأكثر.

انظر **نويمان** ــ دالة نويمان.

● مسألة القيمة الحدودية الثالثة لنظرية الكمون:

كما في المسألتين السابقتين باستثناء أنه هنا نطلب أن تحقق u المعادلة $k\frac{\partial u}{\partial n} + hu = f$ على الحدود حيث k,h,f هي دوال معرفة سلفاً ومستمرة على S. تحتوي هذه المسألة المسألتين السابقتين ولها أهميتها في انسياب الحرارة وميكانيك السوائل، إذا كان h/k موجباً يكون لها حل واحد على الأكثر.

انظر **روبان** ــ دالة روبان.

حدود الشكل PERIPHERY

هي ما يحيط بالشكل كمحيط الدائرة أوسطح مجسم ما.

حدود مقابلة COBOUNDARY

انظر **شباه مقابل** ــ زمرة الشباه المقابل.

حذف ELIMINATION

● حذف مجهول في مجموعة من المعادلات الآنية:

هناك ثلاث طرق متعارف عليها لحذف مجهول أو أكثر في مجموعة من المعادلات الآنية نبينها فيما يلي:

(1) الحذف بالجمع أو بالطرح:

مثال (1): لنفرض أننا نريد حذف المجهول x من المعادلتين الآتيتين:

$$(a)\ 2x + 3y + 4 = 0$$

$$(b)\ x + y - 1 = 0$$

للقيام بذلك فما علينا إلا ضرب المعادلة (b) بالعدد 2- وإضافة الناتج للمعادلة (a)، أي:

$$\begin{array}{r} -2x - 2y + 2 = 0 \\ 2x + 3y + 4 = 0 \\ \hline 0 + y + 6 = 0 \\ y + 6 = 0 \end{array}$$

وبهذا نكون قد تخلصنا من المجهول x وحصلنا على المعادلة $y + 6 = 0$.
أما إذا أردنا حذف المجهول y فما علينا إلا ضرب المعادلة (b) بالعدد 3- ثم نضيف الناتج للمعادلة (a) لنحصل على المعادلة $-x + 7 = 0$ وهي خالية كما ترى من y.

مثال (2): لنفرض أننا نريد حذف المجهول y من المعادلات الآتية التالية:

$$(1)\ 6x + 6y - z - 9 = 0$$

$$(2)\ x - 3y + z + 1 = 0$$

$$(3)\ x + 2y + z - 4 = 0$$

نضرب المعادلة (2) بالعدد 2 ونضيف الناتج إلى المعادلة (1) ثم نضرب المعادلة (3) بالعدد 3- ونضيف الناتج إلى المعادلة (1) لنحصل على المعادلتين:

$$8x + z - 7 = 0$$

$$3x - 4z + 3 = 0$$

(2) الحذف بالمقارنة:

مثال: لنفرض أننا نريد حذف y من المعادلتين: $x + y = 1$

$2x + y - 5 = 0$ نكتب المعادلة الثانية على الصورة $x + y = 5 - x$ حيث يتطابق طرفها الأيسر مع الطرف الأيسر للمعادلة الأولى ويخلو طرفها الأيمن (وكذلك طرف المعادلة الأولى) من المجهول y ثم بالمقارنة نستنتج أن $5 - x = 1$.

(3) **الحذف بالتعويض:**

وتتلخص هذه الطريقة في حل إحدى المعادلات لأحد المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى ثم التعويض عن هذا المتغير بدلالة التعبير الناتج في المعادلات الأخرى.

مثال: لحذف المتغير y من المعادلتين $x - y = 2$ و $x + 3y = 4$ فإننا نقوم بحل المعادلة الأولى للمتغير x لنحصل على $x = y + 2$ ثم نعوض عن x في المعادلة الثانية لنحصل على $y + 2 + 3y = 4$ أي $y = 1/2$.

انظر **محصلة ـ محصلة مجموعة من المعادلات كثيرات الحدود.**

حُر

● **فعل حر:**

إذا كانت G زمرة تحويلات تؤثر على فضاء طوبولوجي فإن هذا الفعل يكون حراً إذا تحقق الشرط التالي:

إذا كان هناك $x \epsilon X$ بحيث يكون $gx = x$ فلا بد أن تكون $g = e$ حيث e هو العنصر المحايد في G.

حرارة HEAT

● **معادلة الحرارة:**

هي المعادلة التفاضلية الجزئية المكافئية من المرتبة الثانية:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

حيث $u = u(x, y, z, t)$ تمثل الحرارة و (x,y,z) احداثيات فضاء و t متغير الزمن والثابت k يرمز للإيصالية الحرارية للجسم و c حرارته المعينة و ρ كثافته.

حرج CRITICAL

● منطقة حرجة:

انظر فرض ـ اختبار الفرض.

● نقطة حرجة:

هي نقطة توقف. كما تسمى أحياناً النقطة التي يكون عندها مماس بيان الدالة رأسياً بالنقطة الحرجة.

النقطة الحرجة هي النقطة التي يكون عندها مشتق الدالة إما غير موجود وإما صفراً.

حرف EDGE

● الحرف:

هو الخط أو القطعة المستقيمة الناتجة عن تقاطع وجهي مستويين لشكل هندسي أو المتواجدة على حدود شكل مستو.

وعلى سبيل المثال نورد حروف كثير الوجوه والحرف السطحي للمنشور.

حرفي LITERAL

● ثابت حرفي:

هو حرف يرمز إلى أي مقدار ثابت (عدد حقيقي مثلاً أو عدد منطق..) وتستخدم عادة الأحرف الأبجدية اللاتينية الأولى لهذا الغرض.

● ترميز حرفي:

وهي عملية استخدام الأحرف للدلالة على الأعداد أو المقادير المجهولة أو أية مجموعة من الأعداد تجري دراستها. ويستخدم علم الجبر هذا الأسلوب من العرض لتسهيل دراسة العمليات الأساسية.

● عبارة أو معادلة حرفية:

وهي معادلة أو عبارة تظهر فيها الثوابت على شكل أحرف، مثل:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

أو $ax + bxy + cz = 0$ بينما نسمي المعادلة $3x - 7 = 3$ معادلة عددية.

MOTION حركة

● حركة انحنائية:

هي حركة على منحنٍ وليست على مستقيم.

● حركة انحنائية حول مركز القوة:

وهي حركة تشبه حركة الأجسام السماوية حول الشمس. فهي حركة جسيم لم تكن سرعته الابتدائية موجهة نحو مركز القوة أو مركز جذب ذلك الجسيم.

● حركة توافقية بسيطة:

انظر توافقي.

● حركة صلبة:

انظر صلب.

● حركة منتظمة (ثابتة):

هي حركة ذات سرعة ثابتة.

انظر ثابت.

● قوانين نيوتن للحركة:

انظر نيوتن.

KINETIC حركي

● طاقة حركة:

انظر طاقة.

حرية FREEDOM

● **درجات الحرية:**

هو عدد الاحداثيات أو الوسطاء اللازمة لتعيين كائن أو نظام معين. فمثلاً للنقطة على خط درجة واحدة من الحرية، والنقطة في مستو أو على سطح كرة لها درجتان من الحرية. أما النقطة المتحركة في الفضاء فإن لها ست درجات من الحرية (ثلاثة احداثيات لتعيين الموضع وثلاثة أخر لتحديد سرعتها). أما في **علم الإحصاء**، فإن **الإحصاءة** المبنية على n من المتغيرات العشوائية المستقلة لها n من درجات الحرية. ومثال على ذلك **اختبار كاي ـ تربيع**.

وبصورة عامة، فإن أي **عينة عشوائية** بحجم n لها n درجة من الحرية وكذلك فإن الإحصاءة المحسوبة منها لها أيضاً n من درجات الحرية.

حزمة PENCIL

هي مجموعة كائنات هندسية (كمجموعة مستقيمات أو دوائر أو كرات) تشترك فيها الأزواج بخاصية معينة. فإذا كانت نقطة تقاطع أي زوج من المستقيمات في مجموعة المستقيمات هي نقطة واحدة فهذه المجموعة تشكل حزمة.

بشكل عام إذا كانت معادلتا عنصرين من مجموعة الكائنات الهندسية هي $g(x,y) = 0,\ f(x,y) = 0$ فإن معادلة جميع عناصر الحزمة تعطى بالعلاقة:

$$\alpha f(x,y) + \beta g(x,y) = 0$$

حيث α, β وسيطان لا يساويان الصفر معاً.

● **حزمة دوائر:**

هي مجموعة الدوائر الواقعة في مستو واحد والمارة بنقطتين ثابتتين.

مثال: إن حزمة الدوائر المارة من نقطة تقاطع الدائرتين:

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$$

تعطى بالعلاقة:

$$h(x^2 + y^2 - 4) + k(x^2 + 2x + y^2 - 4) = 0$$

حيث k,h ثابتان اختياريان لا يساويان الصفر معاً. عندما نأخذ $h = -1$ $k = 1$ نحصل على المستقيم المار بنقطة التقاطع أي الدائرة التي نصف قطرها ∞.

إذا أخذنا $h = 1, k = 0$ نحصل على الدائرة الأولى. أما إذا أخذنا $k = 1$ $h = 0,$ فنحصل على الدائرة الثانية.

- **حزمة عائلات المنحنيات على سطح:**

هي مجموعة من عائلات المنحنيات ذات وسيط واحد واقعة على سطح بحيث تتقاطع كل عائلتين منها بزاوية ثابتة.

- **حزمة مستقيمات مارة بنقطة:**

هي مجموعة المستقيمات الواقعة في مستو معلوم والتي تتقاطع بنقطة واحدة نسميها رأس الحزمة.

مثال: تعطى معادلة حزمة المستقيمات المارة بنقطة تقاطع المستقيمين $x + 3x - 2 = 0,\ 2x - y + 1 = 0$ بالمعادلة: $\alpha(x + 3y - 2) + \beta(2x - y + 1) = 0$ حيث $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

- **حزمة مستقيمات متوازية:**

هي مجموعة المستقيمات التي توازي مستقيماً معطى. وفي الهندسة الإسقاطية فإن رأس هذه الحزمة (أي نقطة تلاقي المتوازيات) تسمى **نقطة مثالية**. وهكذا فإن مصطلح النقطة المثالية يوجد بين حزم المستقيمات المتلاقية فعلاً في نقطة واحدة وبين حزم المستقيمات المتوازية.

أما معادلة جميع المستقيمات الموازية لمستقيم ميله معلوم m هي $y = mx+c$ حيث c هو وسيط متغير.

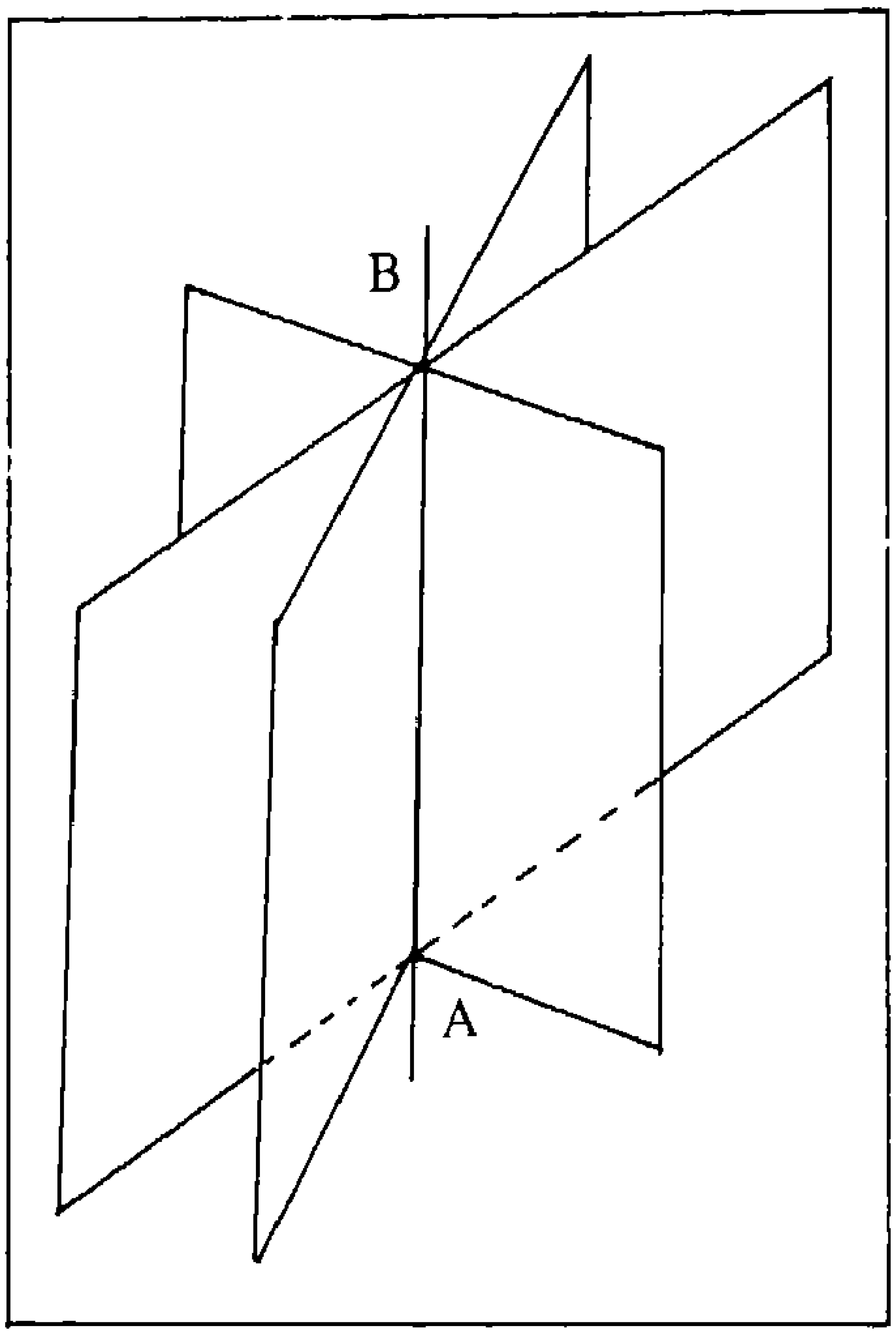
- **حزمة منحنيات جبرية مستوية:**

نفرض أن $f_1(x,y) = 0$ ، $f_2(x,y) = 0$ هما معادلتان منحنيين (Γ_1) و (Γ_2)

حيث f_1 و f_2 في نفس الدرجة، فإن حزمة المنحنيات المارة في نقط تقاطع هذين المنحنيين والتي عددها n^2 تعطى بالمعادلة:

$$\alpha f_1(x,y) + \beta f_2(x,y) = 0$$

حيث α و β ثابتان اختياريان. ننوه هنا إلى أن احداثيات نقط التقاطع قد تكون عقدية.



- **حزمة مستويات:**

هي جميع المستويات المارة من مستقيم معطى، ونسمي المستقيم AB محور المستويات كما يبين الشكل.

- **حزمة كرات:**

هي جميع الكرات المارة من دائرة ثابتة معطاة. ونسمي المستوى الذي تقع فيه هذه الدائرة المستوى الأساسي للحزمة.

COMPUTATION — حساب

الحساب هو القيام ببعض العمليات الرياضية غير الجبرية. كأن نحسب مثلاً الجذر التربيعي للعدد 3.

- **حساب بواسطة اللوغاريتمات:**

انظر لوغاريتم.

- **حساب عددي:**

هو حساب يتعاطى مع الأعداد فقط دون الحروف التي تمثل الأعداد.

الحساب ARITHMETIC

هو دراسة الأعداد الصحيحة الموجبة 4,3,2,1,... وعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة عليها واستعمال نتائج هذه الدراسة في حياتنا اليومية.

- **حساب تطابق باقي:**

انظر تطابق.

- **عمليات الحساب الأساسية:**

الجمع، الطرح، الضرب والقسمة.

حسابي ARITHMETICAL

نسبة إلى الحساب، أو حيث تستخدم مبادىء أو رموز الحساب.

- **مركبة حسابية:**

في الحاسبات هي أي مركبة تستخدم لإنجاز عمليات حسابية أو منطقية أو ما شابه.

- **وسط حسابي:**

انظر وسط.

- **أواسط حسابية بين عددين:**

هما العدد الأول والعدد الأخير في متتالية حسابية، الأواسط الحسابية هي كل الأعداد بين هذين العددين (باستثناء هذين العددين طبعاً).
الوسط الوحيد بين عددين x,y هو وسطهما $\frac{1}{2}(x + y)$.
انظر وسط.

- **عدد حسابي:**

انظر عدد.

- **متوالية حسابية:**

وهي مرادف لمتتالية حسابية.

● متتالية حسابية:

هي متتالية يكون الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه ثابتاً ونكتبها كما يلي:

$$a, a + d, a + 2d, \ldots, a + (n - 1) d$$

ونسمي a **الحد الأول** و d الفرق المشترك أو الفرق أما $\ell = a + (n-1)d$ فهو **الحد الأخير**. تشكل الأعداد الصحيحة الموجبة متتالية حسابية.

● متسلسلة حسابية:

هي مجموع الحدود لمتتالية حسابية. لو أخذنا المتتالية الحسابية المذكورة أعلاه، فإن مجموع الحدود يكون $\frac{1}{2}n(a+\ell)$ أو $\frac{1}{2}n[2a + (n-1)d]$.

حساسية SENSITIVITY

● حساسية التحليل:

تحليل التغير في مسألة ما بعد إجراء تغييرات في قيم الوسائط في المسألة.

حسبان CALCULUS

حقل من حقول الرياضيات يبحث في المفاضلة وتطبيقاتها والمفاهيم المتعلقة بها. وأحياناً يسمى حساب الصغائر وذلك لبروز متناهيات الصغر في المراحل الأولى من تطور هذا الحقل.

● حسبان التغيرات:

هو دراسة نظرية القيم العظمى والقيم الصغرى لتكاملات محددة يكون المكامل فيها دالة معروفة تعتمد على متغير مستقل أو أكثر وعلى متغير تابع أو أكثر وعلى مشتقات هذه الأخيرة. تكون المسألة عادة هي إيجاد المتغيرات التابعة بحيث يأخذ التكامل قيمة صغرى أو قيمة عظمى. أبسط هذه التكاملات هو التكاملات من الشكل:

$$I = \int_a^b f(x,y, \frac{dy}{dx})\, dx$$

المطلوب إيجاد y حتى يأخذ I قيمة صغرى أو قيمة عظمى. ويعود الاسم «حسبان التغيرات» في الأصل إلى الترميز الذي استخدمه لاغرانج* عام 1760 تقريباً.

انظر **تغير**.

ومن الأشكال الأخرى المدروسة الشكل:

$$I = \int_a^b f(x, y_1, \ldots, x_n, y'_1, \ldots, y'_n)\, dx$$

حيث تعتمد كل من $y_1, \ldots, y_n$ على x والشكل:

$$I = \int_a^b \int_a^b f(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y})\, dxdy$$

حيث يعتمد z على x و y.

وأشكال أخرى نحصل عليها بزيادة عدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

انظر **أصغري الزمن**، **متساوي المحيط ــ مسألة متساوي المحيط**؛ **أويلر ــ معادلة أويلر**.

● **حسبان التفاضل:**

هو دراسة التغير في الدالة بالنسبة للتغير في المتغير أو المتغيرات المستقلة وذلك بواسطة استخدام المشتقات والتفاضلات. وبشكل أدق، هو دراسة ميول المنحنيات، والسرعات غير المنتظمة، والتسارعات، والقوى، والتقريب إلى قيم الدوال، والقيم الصغرى، والعظمى... إلى آخره.

انظر **مشتق**.

● **التمهيدية الأساسية لحسبان التغيرات:**

انظر **أساسي**.

● **المبرهنة الأساسية للحسبان:**

انظر **أساسي**.

● **حسبان التكامل:**

هو دراسة المكاملة وتطبيقاتها كإيجاد المساحات والأحجام والمراكز المتوسطة ومعادلات المنحنيات وحلول المعادلات التفاضلية.

حسن WELL

● خاصة الترتيب الحسن:
انظر مرتبة، ومرتب.

الحسن المراكشي (القرن الثالث عشر الميلادي):

من علماء المغرب العربي الذين نبغوا في منتصف القرن الثالث عشر الميلادي. اشتهر في الرياضيات والفلك والجغرافيا وفي موضوع الساعات الشمسية وصنعها. له كتاب عنوانه «جامع المبادىء والغايات في علم الميقات» ضمنه بحوثاً رياضية وفلكية. وتوجد في الكتاب مسائل في المثلثات ومتطابقات عن الجيب وجيب التمام مثل:

$$\sin(x - 90^{\circ}) = -\cos x, \ \sin(90^{\circ} - x) = \cos x$$

كما نجد في الكتاب جدولاً مهمًا للجيوب لكل نصف درجة وجداول لما سماه «السهم» وهو فرجيب تمام (Versed sine).

حصان بخاري HORSEPOWER

هو وحدة للقوة. وتختلف قيمة هذه الوحدة في عدد من البلدان. ففي بريطانيا وأميركا يساوي الحصان البخاري 550 قدماً ـ باوند في الثانية عند مستوى البحر وخط العرض 50° ويسمى **بالحصان البخاري لوات**.

والحصان البخاري لوات يساوي 1.0139 من **الحصان البخاري الفرنسي**.
انظر قدم ـ قدم ـ باوند.

حفظ CONSERVATION

● حفظ الطاقة:
انظر طاقة.

والحقل مجموعة F معرف عليها عمليتان تسميان مجازاً بعمليتي الجمع والضرب وتحقق الخواص التالية:

(1) F زمرة تبديلية بالنسبة لعملية الجمع.

(2) الضرب تبديلي على F وإذا حذف صفر الزمرة التبديلية F فإن F تكون زمرة بالنسبة لعملية الضرب.

(3) $ab + ac = a(b + c)$ لكل العناصر a و b و c في F.

ويعرّف **الحقل المرتب** F بأنه حقل يحتوي على مجموعة من العناصر الموجبة تحقق الشروط التالية:

(1) مجموع وحاصل ضرب أي عنصرين موجبين موجب.

(2) يتحقق لكل عنصر x في F واحد فقط من الاحتمالات التالية:

(أ) x موجب.

(ب) $x = 0$.

(ج) $-x$ موجب.

ويكون **الحقل المرتب تاماً** إذا كان لكل مجموعة جزئية غير خالية أصغر حد علوي إذا كان لها حدٌّ أعلى. وتتشكل الأعداد الحقيقية حقلاً مرتباً تاماً.

انظر **مجال** ــ المجال التام؛ وانظر **حلقة**.

● **امتداد الحقل:**

انظر امتداد.

● **حقل الأعداد:**

هو حقل F من الأعداد الحقيقية أو المركبة بحيث يكون المجموع والفرق وحاصل الضرب وخارج القسمة (باستثناء الصفر) لأي عددين فيه في الحقل F فمثلاً: المجموعة المكونة من الأعداد المنطقة والأعداد على الشكل:

$$a + b\sqrt{2}$$

حيث a و b أعداد منطقة تشكل حقل أعداد. ويمكن تكبير حقل أعداد F بإلحاق عدد z له لنحصل على حقل F^* يتكون من كل العناصر المولدة من إجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة بين z وعناصر F.

● **الحقل التام جبرياً:**
انظر جبرياً.

● **حقل غالوا:**
انظر غالوا.

● **الحقل الكامل:**
هو حقل F بحيث لا يكون لأي كثير حدود مختزل معاملاته في F صفر متضاعف.
انظر قابل للفصل ــ امتداد قابل للفصل لحقل.

● **حقل موترات:**
انظر موتر.

● **مميز الحقل:**
انظر مميز.

حقل جزئي — SUBIFIELD

مجموعة جزئية من حقل تكون بنفسها حقلاً. مثلاً مجموعة الأعداد المنطقة تشكل حقلاً جزئياً للأعداد الحقيقية.
انظر حقل.

حقيقي — REAL

● **محور حقيقي:**
وهو خط مستقيم تمثل عليه الأعداد الحقيقية. أو هو المحور الأفقي في رسم أركاند التخطيطي. انظر عقدي ــ أعداد عقدية.

● **عدد حقيقي**:

وهو كل عدد منطق أو أصم.

انظر منطق وأصم.

وتسمى المجموعة المحتوية على جميع الأعداد الحقيقية **بنظام الأعداد الحقيقية أو الملتحم الحقيقي**.

انظر ملتحم.

● **الجزء الحقيقي في العدد العقدي**:

هو الحد الذي لا يحتوي على العامل i. ففي العدد $z = x+iy$ (حيث x و y حقيقيان) نجد أن الجزء الحقيقي هو x ويرمز له بالصيغة $R(z)$ أو $Re(z)$ أو $R(z)$.

● **مستو حقيقي**:

هو المستوى الذي تمثل جميع نقاطه بأزواج مرتبة من الأعداد الحقيقية.

● **دالة حقيقية القيمة**:

هي دالة جميع قيمها أعداد حقيقية.

● **متغير حقيقي**:

هو متغير جميع قيمه أعداد حقيقية.

حكمة — MARTINGALE

تسمى متتالية المتغيرات العشوائية $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ **حكمة** إذا تحقق لأجل كل $n \geq 1$ الشرطان التاليان:

(1) $E(|X_n|)<\infty$.

(2) $E(X_{n+1} \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) = X_n$ باحتمال يساوي 1 أي في كل مكان تقريباً.

إن المباراة العادلة هي مثال على الحكمة. فليكن X_1 هو رصيد اللاعب في بداية المباراة وليكن X_{n+1} (1,2,3,...) هو رصيد اللاعب بعد المرحلة n من

المباراة. إذا عرفنا المباراة العادلة بأن يكون توقع رصيد اللاعب بعد كل مرحلة مساوياً إلى رصيده في بداية تلك المرحلة، أي أن يكون:

$$E(X_{n+1} \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) = X_n$$

فإن المباراة العادلة تشكل حكمة.

مثال آخر: لتكن $\{Y, Y, \ldots\}$ متتالية من المتغيرات العشوائية المستقلة بحيث $E(Y_j) = 0$ لكل قيم $j = 1,2,\ldots$ وليكن $X_n = \sum_{j=1}^{n} Y_j$ لأجل $n = 1,2,\ldots$ إن المتتالية $\{X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots\}$ تشكل حكمة.

وتسمى العملية التصافية $\{X(t), \epsilon T\}$ حكمة إذا كان $E(|X(t)|) < \infty$ لكل t و

$$E(X(t_n) \mid X(t_{n-1}), \ldots, X(t_1), X(t_o)) = X(t_{n-1})$$

من أجل أي مجموعة قيم $t_o < t_1 < \ldots < t_{n-1} < t_n$ في T.

انظر وينر. عملية وينر.

SOLUTION **حل**

---

(1) عملية إيجاد نتيجة معينة باستخدام بيانات معطاة وحقائق وعلاقات معروفة. مثلاً عملية إيجاد جذر معادلة.

(2) النتيجة نفسها تسمى حلاً. مثلاً جذر المعادلة هو حل للمعادلة.

- **حل بالتخمين:**

يعني تخمين جذر المعادلة ثم اختباره عن طريق تعويضه في المعادلة.

انظر كثير حدود ـ معادلة كثير حدود.

- **حل تحليلي:**

انظر تحليلي.

- **حل جبري:**

انظر جبري.

- **حل مباراة صفرية المجموع لشخصين:**

انظر مباراة.

● **حل المتباينات:**

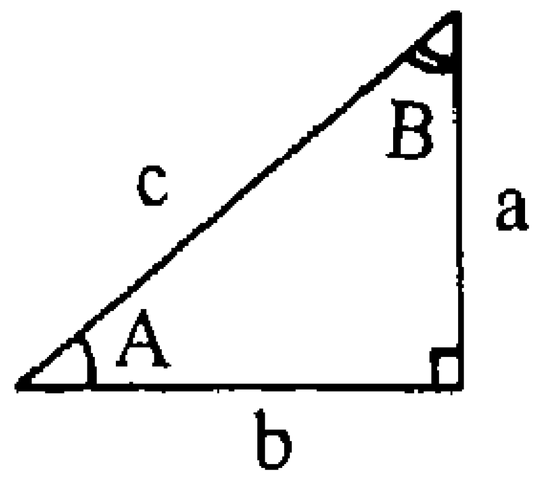
انظر **متباينة** ــ بيان المتباينة.

● **حل المثلث:**

إيجاد زوايا وأضلاع المثلث الباقية عند معرفة بعضها. ويكفي لحل **مثلث مستو قائم** أن نعرف ضلعين أو زاوية حادة وضلعاً واحداً، حيث يمكن إيجاد الأجزاء الباقية باستخدام النسب والجداول المثلثية (أنظر **مثلثي**). فإذا كان a و b ضلعي المثلث المقابلين للزاويتين الحادتين A و B على الترتيب وكان C وتر المثلث فإن:

$$b = c.\cos A,\ a = b\tan A = c\sin A$$

$$B = 90^{o} - A,\ A = \tan^{-1} a/b$$



ولحل **مثلث مستو مائل** يكفي أن نعرف كل أضلاعه الثلاثة أو أن نعرف زاويتين وضلعاً أو أن نعرف ضلعين وزاوية (إذا عرف ضلعان وزاوية تقابل أحدهما فقد يكون هناك حلان للمثلث) (أنظر **مبهم**).

انظر **جيب** ــ قوانين الجيوب؛ و**جيب تمام** ــ قوانين جيوب التمام؛ **ظل** ــ قوانين الظل؛ و**مثلثي** ــ صيغ نصف الزاوية للمثلثات المستوية؛ وانظر **هيرون** ــ صيغة هيرون.

وبالنسبة **للمثلث الكروي القائم** فإن **قواعد نابيير** تزودنا بجميع الصيغ اللازمة لحل هذا المثلث (أنظر **نابيير**).

أما بالنسبة لصيغ حل **المثلث الكروي المائل** إذا كان هناك حل فانظر **جيب تمام** ــ قانون الجيوب؛ و**غاوس** ــ صيغة غاوس، **جيب** ــ قانون الجيوب، **مثلثي**، صيغ نصف الزاوية ونصف الضلع في المثلثات الكروية، وانظر **ربع** ــ قوانين الأرباع، **جنس** ــ قانون الأجناس.

● **حل مسألة البرمجة الخطية:**

انظر **برمجة** ــ برمجة خطية.

• **حل المعادلات:**

حل معادلة واحدة يعني:

(1) عملية إيجاد جذر أو جذر تقريبي للمعادلة.

أما حل مجموعة من المعادلات الآنية في مجموعة متغيرات هو عملية إيجاد مجموعة من قيم المتغيرات التي تحقق جميع المعادلات (ومجموعة القيم هذه تسمى حلاً للمعادلات).

• **الحل البياني (الهندسي) للمعادلة $f(x) = 0$:**

هو عملية إيجاد جذر هذه المعادلة، وذلك برسم $y = f(x)$ وتقدير نقاط عبور الخط البياني لمحور x حيث تكون احداثيات x لنقاط العبور هذه قيمًا تقريبية لجذور المعادلة $f(x) = 0$.

انظر جذر.

• **حل معادلة تفاضلية:**

انظر تفاضلي.

• **حل هندسي:**

انظر هندسي.

• **مجموعة الحلول:**

هي المجموعة التي تحتوي على جميع حلول معادلة ما، أو مجموعة معادلات أو متباينات. مثلاً: مجموعة حلول المعادلة $x^2 + 3x + 2 = 0$ هي $\{-1, -2\}$ ومجموعة حلول $x^2 + y^2 = 1$ هي دائرة الوحدة. ومجموعة حلول المتباينة $3x + 4y + z<2$ هي مجموعة النقاط (x,y,z) الواقعة تحت المستوى $3x + 4y + z= 2$ مرادف: مجموعة الحقائق.

انظر **افتراضي** ــ دالة افتراضية.

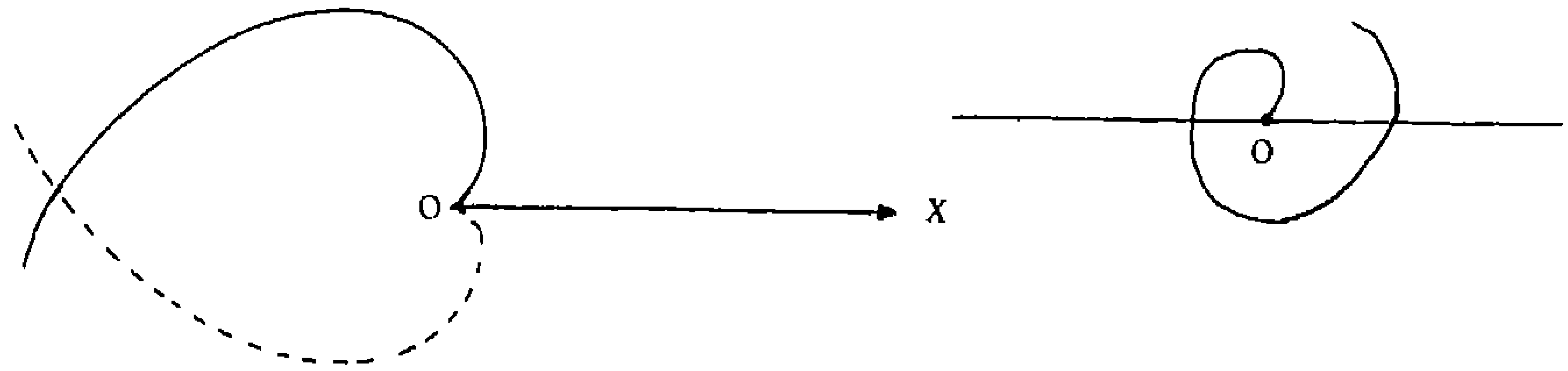
SPIRAL **حلزون**

انظر **زائدي** ــ حلزون زائدي؛ و **لوغاريتمي** ــ حلزون لوغاريتمي؛ و **مكافئي** ــ حلزون مكافئي.

● حلزون أرخميدس:

المنحنى المستوي الذي يمثل المحل الهندسي لنقطة تتحرك ابتداء من القطب بسرعة منتظمة على طول متجه نصف قطري يتحرك بسرعة زاوية، زاوية منتظمة. والمعادلة القطبية لهذا الحلزون هي $r = a\theta$ يظهر في الشكل جزء المنحنى المناظر لقيم موجبة من r.

انظر **قطبي** ــ الاحداثيات القطبية في المستوي.



● حلزون قرني:

هو منحن مستو معادلاته الوسيطية:

$$y = \int_{0}^{s} \sin \tfrac{1}{2} \pi\theta^2 d\theta, \; x = \int_{0}^{s} \cos \tfrac{1}{2} \pi\theta^2 d\theta$$

وتقوس هذا المنحنى عند النقطة P هو πs حيث تمثل s طول المنحنى من نقطة الأصل إلى النقطة P.

أنظر **فرنيية** ــ تكاملات فرنيية.

● **حلزون متساوي الزوايا**: نفس **حلزون لوغاريتمي**.

● سطح حلزوني:

سطح يتولد من تدوير منحن C حول محور A وبصورة آنية يجري تحويل متحاكى على C بالنسبة إلى نقطة على A وبحيث تكون الزاوية بين A والمحل الهندسي الذي ترسمه P من أجل كل نقطة P على C.

حلقة — RING

والحلقة مجموعة G معرف عليها عمليتين تسمى إحداهما الجمع + والأخرى الضرب. بحيث تحقق الشروط التالية:

(1) تكون G زمرة آبلية بالنسبة للعملية +.

(2) يرتبط بكل زوج a,b∈G الجداء الوحيد a.b بحيث يكون الضرب تجميعياً وتوزيعياً بالنسبة للجمع أي: $a.(b + c) = a.b + a.c$ و $(b + c).a = b.a + c.a$ لكل العناصر $a,b,c \in G$. وتسمى الحلقة G **حلقة تبديلية** إذاكانت عملية الضرب تبديلية. كما تسمى G **حلقة بالواحد** إذا كان هناك عنصر محايد للضرب يرمز له عادة بالعدد 1 ($1.x = x.1 = x$ لكل x). ويعرف المجال الكامل بأنه حلقة تبديلية بالواحد G بحيث لا يوجد أي عنصرين غير صفريين $a,b \in G$ حيث $a.b = 0$. (0 يرمز للعنصر المحايد الجمعي لـ G). وتعرف الوحدة في الحلقة التبديلية بالواحد G بأنه عنصر $x \in G$ بحيث يوجد $y \in G$ يحقق $x.y = 1$.

و**حلقة القسمة** تعرف بأنها حلقة تشكل عناصرها غير الصفرية زمرة تحت عملية الضرب. و**الحقل**: هو حلقة قسمة تبديلية. وحلقة القسمة اللاتبديلية تسمى **حقلاً متخالفاً**.

وتعرف **الحلقة البسيطة** بأنها حلقة لا تحتوي على أية مثالية فيما عدا نفسها والمثالية التي تحتوي على الصفر.

- **الحلقة الاقليدية:**

انظر اقليدي.

- **حلقة متجهات معيرة:**

انظر جبرية ــ جبرية بناخ.

- **حلقة المثاليات الرئيسية:**

هي حلقة تكون كل مثالياتها رئيسية.

- **حلقة الخارج أو حلقة العامل:**

انظر خارج القسمة ــ فضاء الخارج.

- **حلقة مجموعات:**

هي صنف غير خال من المجموعات تحتوي على اتحاد وفرق أي عنصرين

فيها. وتسمى حلقة مجموعات من σ إذا احتوى الصنف أيضاً على أي اتحاد قابل للعد لعناصرها. والجدير بالذكر هنا أنه إذا اعتبرنا الفرق المتناظر ▽ على مجموعتين كعملية جمع وتقاطع مجموعتين كعملية ضرب فإن حلقة المجموعات تحقق خواص الحلقات الاعتيادية (الجبرية).

مثال (1): لتكن X مجموعة اختيارية ولتكن G عائلة كل المجموعات الجزئية المنتهية من X. نلاحظ أن G تحقق كل خواص حلقة المجموعات.

مثال (2): لتكن G عائلة كل المجموعات الجزئية A من الأعداد الحقيقية بحيث تكون $A = \bigcup_{i=1}^{n} (a_i,b_i]$ أي أن كل عنصر في G هو اتحاد منته من فترات نصف مغلقة على الشكل [a,b]. يستطيع المرء بسهولة التحقق من أن G تكون حلقة مجموعات.

- **مثيلة حلقة المجموعات:**

هي أية عائلة S من المجموعات التي تحتوي على المجموعة الخالية وتقاطع أي عنصرين فيها وبحيث تحقق الشرط التالي:

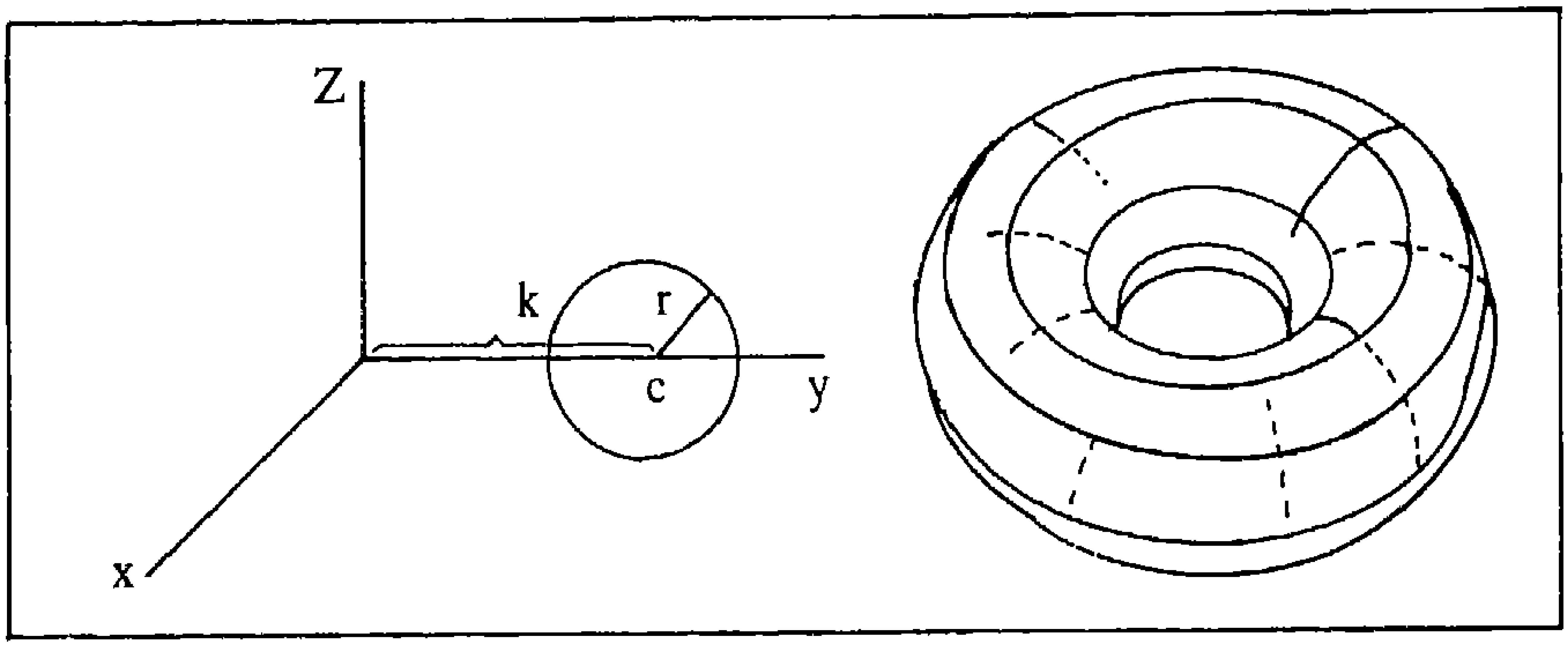
إذا كان $A,B \in S$ بحيث $A \subset B$ فإنه يوجد عدد منتهٍ من المجموعات $c_1,c_2,\ldots,c_n$ بحيث $B - A = \bigcup_{i=1}^{n} c_i$ ، $c_i \cap c_j = \phi$ إذا كان $i \neq j$ و $c_i \in S$ لكل i.

ومن الواضح أن كل حلقة تكون مثيلة حلقة.

حلقة المرساة أو الطارة — ANCHOR RING or TORUS

هو سطح يشبه الكعكة يتولد من تدوير دائرة (في الفضاء) حول محور في مستواها لكنه لا يقطعها. إذا كان r نصف قطر الدائرة وكانت k المسافة من مركز الدائرة إلى المحور (وهو هنا محور z)، وكانت معادلة الدائرة المولـدة $(y - k)^2 + z^2 = r^2$ فإن معادلة الطارة تكون: $(\sqrt{x^2 + y^2} - k)^2 + z^2 = r^2$.

أما حجم الحلقة أو الطارة في هذه الحالة فهو $2\pi^2kr^2$ ومساحة السطح $4\pi^2kr$.



حلقية MODULE

(1) لتكن S مجموعة (مثل الحلقية أو المجال الكامل أو الجبرية) بحيث تكون زمرة بالنسبة لعملية تسمى الجمع ويمكن أن يكون معرف عليها عمليات أخرى كالضرب أو الضرب السلمي.

وتعرف الحلقية M من S بأنها مجموعة جزئية من S بحيث تكون M زمرة أيضاً بالنسبة لعملية الجمع، وتكون M زمرة إذا وفقط إذا كان $x - y \in M$ لكل $x,y \in M$.

(2) ونعطي الآن تعريفاً أكثر شيوعاً للحلقية باعتبارها تعميمًا لفكرة فضاء المتجهات معاملاته في حلقة (بدلاً من حقل كما في حالة فضاء المتجهات). وتعرف الحلقية اليسارية على الحلقة R بأنها المجموعة M والتي هي زمرة آبلية بالنسبة لعملية الزمرة والتي نرمز لها بالرمز + وبحيث يكون الجداء «rx» عنصراً في M لكل $r \in R$ و $x \in M$ على أن تتحقق الشروط التالية:

(1) $r(x + y) = rx + ry$.

(2) $(r_1 + r_2)x = r_1 x + r_2 x$.

(3) $r_1(r_2 x) = (r_1 r_2)x$.

وبنفس الطريقة يمكن تعريف الحلقية اليمينية.

وإذا كانت R حلقة بالواحد وكان $1.x = x$ لكل $x \in M$ فإن M تسمى الحلقية اليسارية الواحدية.

مثال: كل زمرة آبلية تكون حلقة يسارية واحدية على حلقة الأعداد الصحيحة. كما يكون كل فضاء متجهات حلقة يسارية واحدية على حقل معاملاته. ونقول إن الحلقية **غير قابلة للاختزال** إذا لم تحتو على أية حلقية جزئية فعلية باستثناء الحلقية التي تحتوي على الصفر فقط.

وتسمى الحلقية اليسارية **دوروية** إذا احتوت على عنصر x بحيث يكون كل عنصر في الحلقية على الشكل rx حيث $r \in R$.

ونقول إن الحلقية **منتهية التوليد** إذا كانت هناك مجموعة جزئية منتهية $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بحيث يكون كل عنصر في الحلقية على الشكل $r_1x_1 + r_2x_2 + \ldots + r_nx_n$. وإذا كانت R **حلقة مثالية رئيسية** وكانت M حلقية منتهية التوليد على R فإن M تكون المجموع المباشر (الجداء الديكارتي) لعدد منته من الحلقيات الجزئية الدوروية.

حمال:

لتكن f دالة مستمرة من R^n إلى R ومعرفة على مجموعة جزئية مفتوحة Ω في R^n. يعرف **حامل** أو **حمال** f بأنه غلاقة المجموعة: $A = \{x|f(x) \neq 0\}$.

حمال — CARRIER

لتكن Y و Z مجموعتين غير خاليتين. ولتكن A عائلة من المجموعات الجزئية من Y و B عائلة من المجموعات الجزئية من Z.

نقول إن الدالة $Q{:}A \rightarrow B$ حمال إذا كانت دالة محافظة على علاقة الاحتواء، أي أنه إذا كان $A_1 \subset A_2$ مجموعتين في A فإن $\phi(A_1) \subset \phi(A_2)$.

حمل (في الجمع) — BRIDGING (addition)

إذا جمعنا رقمًا من خانة واحدة إلى رقم ثان، يحدث الحمل إذا كان المجموع أكثر من أو يساوي 10. مثلاً يحدث الحمل إذا جمعنا $14 + 9 = 23$ ولا يحدث إذا جمعنا $14 + 3 = 17$.

حؤول BIENNIAL

مرة كل سنتين.

حيويّ VITAL

● **إحصائيات حيوية:**

إحصائيات تتعلق بالشؤون الحياتية للإنسان مثل: أعـداد ومعدلات الوفيات، أعداد الولادات، معدلات الزواج والطلاق، وتوقعات طول الحياة.

خ

خارج ESTERIOR

● **خارج دائرة أو مضلع أو كرة أو مثلث . . . إلخ :**

هو مجموعة النقاط التي لا تقع على أو داخل الدائرة أو المضلع . . إلخ .
وبشكل عام فإن خارج **مجموعة** E يعرف بأنه كل النقاط التي يوجد حولها جوار U تقاطعه خالٍ مع E. والجدير بالملاحظة أن خارج مجموعة E في **المجموعة الشاملة** X هو داخل متممة E بالنسبة لـ X أي داخل (X−E).
وتسمى كل نقطة في خارج E **بالنقطة الخارجة** .

● **خارج منحنى بسيط مغلق :**

انظر جوردان ـ مبرهنة منحنى جوردان .

● **الزاوية الخارجة لمثلث :**

هي الزاوية المحصورة بين امتداد أحد أضلاع المثلث والضلع المجاور.
وللمثلث ست زوايا خارجة .

● **الزاوية الخارجة لمضلع :**

انظر زاوية ـ زاوية المضلع .

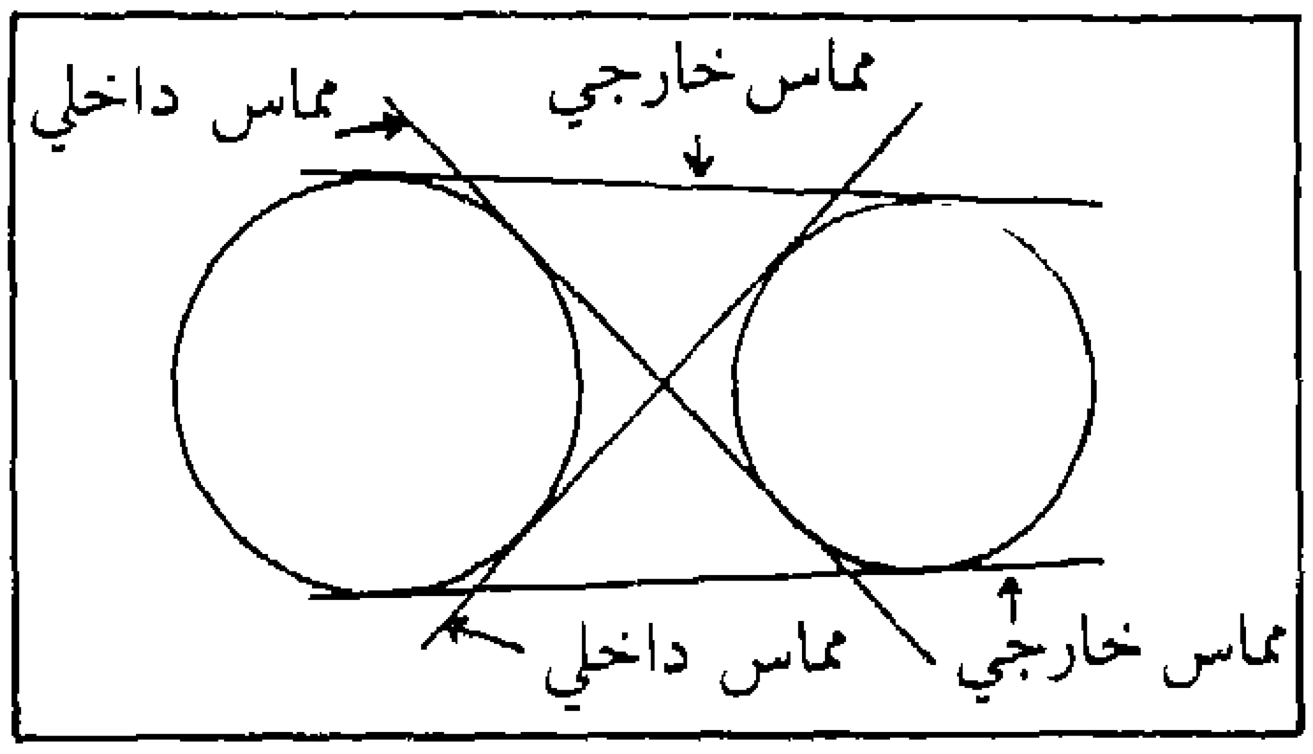
● **القياس الخارجي :**

انظر قياس ـ قياس خارجي .

خارجي EXTERNAL

● **العملية الخارجية:**
انظر عملية.

● **المماس الخارجي لدائرتين:**
هو مماس مشترك لدائرتين إحداهما خارج الأخرى ولكنه لا يفصل بينهما. وفي هذه الحالة يكون هناك **مماسان خارجيان ومماسان داخليان**.



انظر **مشترك** ـ المماس المشترك لدائرتين.

● **النسبة الخارجية:**
انظر **نقطة** ـ نقطة القسمة.

خارجياً EXTERNALLY

● **دائرتان متماستان خارجياً:**
انظر **مماس** ـ دوائر متماسة.

خارج القاطع EXSECANT

انظر **مثلثي** ـ دوال مثلثية.

خارج القسمة QUOTIENT

هو الكمية الناتجة من قسمة كمية على أخرى. فمثلاً 2 هو خارج قسمة 6 على 3 أي $\frac{6}{3}$. وإذا لم تكن القسمة مضبوطة فلدينا عندئذٍ **خارج القسمة والباقي**، فمثلاً 2÷7 تعطي خارج القسمة 3 والباقي 1. وأحياناً كثيرة نقول إن خارج القسمة هو $3\frac{1}{2}$.

• مشتق خارج القسمة:
انظر صيغ المفاضلة.

• فضاء الخارج (أو فضاء العامل):
لتكن T مجموعة معرّفاً عليها علاقة تكافؤ تجزىء T إلى **صنوف تكافؤ**. وإذا كانت هناك عمليات (مسافة مثلاً..) معرفة على عناصر T فإنه بالإمكان تعريف هذه العمليات (مسافة...) على صنوف التكافؤ بحيث تصبح مجموعة صنوف التكافؤ فضاء من نفس نوع T. وفي هذه الحالة تسمى مجموعة صنوف التكافؤ **بفضاء الخارج** أو **فضاء العامل** للفضاء T.

مثال: ليكن C/R فضاءالخارج لمجموعة الأعداد العقدية على C مقياس مجموعة الأعداد الحقيقية R حيث تتكون C/R من صنوف التكافؤ المعرفة بعلاقة التكافؤ $x \equiv y$ إذا وفقط إذا كان $x-y$ عدداً حقيقياً، أي أن $a_1+ib_1 \equiv a_2+ib_2$ إذا وفقط إذا كان $b_1=b_2$ (حيث $i = -1$) وعناصر C/R عبارة عن خطوط أفقية في المستوى العقدي.

فمثلاً إذا كان $[z] \in C/R$ فإن [z] صنف تكافؤ يتكون من جميع الأعداد العقدية التي لها نفس الجزء التخيلي.

ويعرف جمع خطين $[z_1]$ و $[z_2]$ في C/R بأنه الخط $[z_1+z_2]$.

وتعرف **زمرة الخارج** G/H للزمرة G على **زمرة جزئية لا متغيرة** H بأنها زمرة عناصرها المجموعات المشاركة لـ H. وهذه المجموعات المشاركة تكون أيضاً صنوف تكافؤ إذا قلنا أن x تكافيء y إذا كان $xy^{-1} \in H$ ويرمز لنصف التكافؤ في هذه الحالة أما xH أو yH. ويكون العنصر المحايد في G/H هو H كما أن جداء مجموعتين مشاركتين xH و yH مساويا للمجموعة المشاركة xyH. أما معكوس العنصر xH فهو $x^{-1}H$.

وإذا كانت G أيضاً زمرة طوبولوجية وكانت H مجموعة مغلقة بالإضافة لكونها زمرة جزئية لا متغيرة فإن G/H يصبح زمرة طوبولوجية إذا عرفنا أن المجموعة U^* في G/H تكون مفتوحة إذا وفقط إذا كان $xH \in U^*b$. ولتسهيل

تعريف $U^\star$ فإننا نعرف دالة P من G على G/H حيث $P(x)=xH$ وبالتالي فإن $U^\star$ تكون مفتوحة في G/H إذا وفقط إذا كانت $P^{-1}(U^\star)$ مفتوحة في G.

تسمى P **دالة الإسقاط** أو **الدالة القانونية**. وإذا كانت G فضاء مقيساً فإن هناك دائماً مقيس آخر مكافىء للمقاس الأول وبحيث يكون المقاس الجديد لا متغير يميني أي أن $d(xa,ya)=d(x,y)$ لكل العناصر $a,x,y\epsilon G$.

وفي هذه الحالة، يصبح G/H فضاء مقيساً إذا عرفنا المسافة بين مجموعتين مشاركتين H_2,H_1 بأنها:

$$J(H_1,H_2)=g.\ell.b.\ [d(x_1,x_2)\ |\ x_1\epsilon H_1,\ x_2\epsilon H_2]$$

فمثلاً إذا اعتبرنا الخارج C/R في المثال السابق فإن المجموعة المفتوحة في C/R تتكون من خطوط أفقية في المستوى العقدي تشكل نقطها مجموعة مفتوحة في المستوى. وتكون المسافة بين عنصرين في C/R مساوية للمسافة بين الخطين المقابلين للعنصرين في المستوى.

أما حلقة الخارج R/I لحلقة R على مثالية I فهي حلقة عناصرها المجموعات المشاركة I. وهذه المجموعات المشاركة تشكل صنوف تكافؤ إذا قلنا أن x تكافىء y إذا كان $x-y\epsilon I$. (وتسمى صنوف التكافؤ أحياناً **بصنوف الرواسب**). وعنصر الصفر في R/I يكون I. ويعرف جمع وضرب عنصرين xI و yI في RI كما يلي:

$$xI\ .\ yI = xy\ I,\ xI + yI = (x+y)\ I$$

حيث $xI = \{y\epsilon R\ |\ yx^{-1}\epsilon I\}$ ومعكوس xI يكون $x^{-1}I$. وإذا كانت R حلقة بالواحد أو مجالاً كاملاً أو حلقة إبدالية فإن R/I تمتلك نفس خواص R.

ليكن V **فضاء متجهات** وليكن L **فضاء جزئياً** من V. نعرف V/L بأنه مجموعة صنوف التكافؤ (أو صنوف رواسب) معرفة بالعلاقة $f\equiv g$ إذا وفقط إذا كان $f-g\epsilon L$ حيث $f,g\epsilon V$ ويرمز لصنف التكافؤ الذي يحتوي على f بالرمز [f]. ويعرف جمع صنفي تكافؤ [f] و [g] بأنه النصف [f+g]. أما ضرب [f] بالسلمى α فيعرف كالتالي $\alpha[f] = [\alpha f]$.

وبالتالي فإن V/L يصبح فضاء متجهات. وإذا كان B فضاء بناخ وكان L فضاء جزئياً من B فإن B/L تعرف كما في حالة فضاء المتجهات. وإذا عرفنا معياراً || || على B/L بحيث $\|F\| = g.\ell.b\{\|f\| \mid f\epsilon F\}$ لكل FϵB/L (حيث g.ℓ.b ترمز لأكبر حد سفلي) فإن B/L يصبح فضاء بناخ بالنسبة لهذا المعيار.

وإذا كان H فضاء هيلبرت فإن H/L يمكن أن يعرف بنفسه طريقة فضاءات بناخ. ويكون H/ℓ في هذه الحالة متقايساً مع المتممة العمودية لـ في H.

خازن STORAGE

● **مركبة خازنة:**

أي مركبة في آلة حاسبة تستعمل لخزن المعلومات بصورة دائمة أو مؤقتة للاستعمال فيما بعد.

الأشرطة والاسطوانات الممغنطة وأنابيب الأشعة التلفزيونية هي أمثلة على المركبات الخازنة.

مرادف: مركبة ذاكرة.

خاص PARTICULAR

● **حل خاص لمعادلة تفاضلية:**

هو أي حل للمعادلة التفاضلية لا يحوي ثابتاً اختيارياً (ثابت المكاملة). ونحصل على الحل الخاص من الحل العام الذي يحوي ثوابت المكاملة بإعطاء هذه الثوابت قيماً محددة بالذات.

● **تكامل خاص:**

نفس حل خاص.

● **دوال خاصة:**

انظر غاما؛ انظر فوهندسي؛ انظر دالة.

EMPTY	**خال**

● **المجموعة الخالية:**

هي المجموعة التي لا ينتمي لها أي عنصر ويرمز لها عادة بالحرف اليوناني ϕ.

LINE	**خط**

ننوه أولاً أن كلمة خط تستخدم بمعنى (منحنى) أو بمعنى (مستقيم) ويتم التمييز بين المعنيين في اللغة الانجليزية بحسب سياق الجملة. أما في اللغة العربية فستكتب الكلمة المناسبة في موضعها.

● **جمع القطع المستقيمة:**

انظر **مجموع** ــ مجموع القطع المستقيمة الموجهة.

● **الزاوية بين مستقيمين أو بين مستقيم ومستو:**

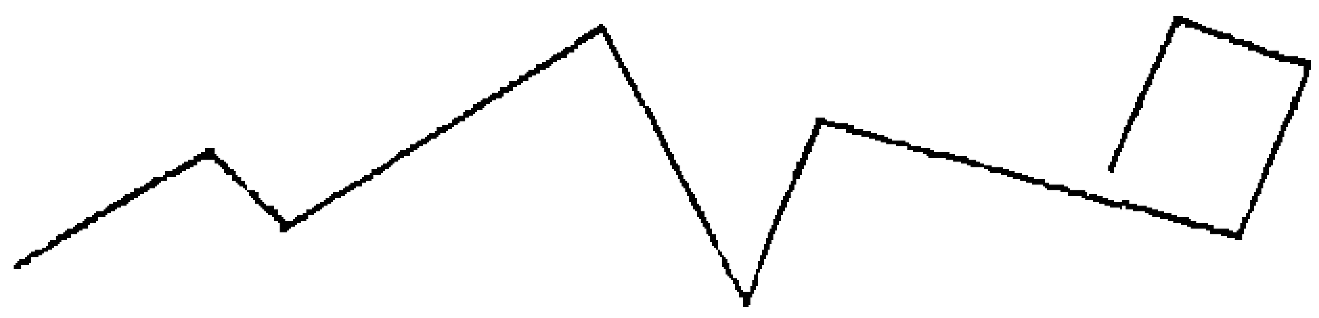
انظر زاوية ــ زاوية التقاطع.

● **نقطة تنصيف قطعة مستقيمة:**

هي نفس **منتصف قطعة مستقيمة**.

● **خط منكسر:**

هو عبارة عن شكل مؤلف بكامله من قطع مستقيمة متصلة مع بعضها من أطرافها.



● **خطوط متلاقية:**

هي خطوط (مستقيمة أو غير مستقيمة) تشترك جميعها في نقطة أو أكثر.

● **خطوط الكفاف:**

انظر **كفاف** ــ تساوي.

● **خط منحن:**

هو أي منحن يغير اتجاهه بصورة مستمرة وهكذا فإن الخط المنكسر ليس خطاً منحنياً. وينطبق الكلام نفسه على الخط المستقيم.

● خط موجه:

انظر موجه.

● اتجاه مستقيم:

انظر اتجاه.

● معادلة مستقيم:

هي علاقة بين احداثيات نقطة تتحقق إذا وفقط إذا وقعت النقطة على مستقيم. وتكتب معادلة المستقيم في المستوى بعدة أشكال حسب المعطيات التي تعين هذا المستقيم. كما سنستخدم دوماً الاحداثيات الديكارتية القائمة ما لم نشر إلى غير ذلك.

(1) **شكل الميل والجزء المقطوع**: إذا علمنا أن ميل المستقيم هو m وأن الجزء المقطوع من المحور y هو b فإن معادلة المستقيم تأخذ الشكل $y = mx+b$.

(2) **شكل الجزءين المقطوعين**: تعطى معادلة المستقيم الذي يقطع من المحور x المقدار a ومن المحور y المقدار b بالشكل: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

(3) **شكل الميل والنقطة**:

إذا علمنا ميل المستقيم m ونقطة منه (x_1,y_1) فإن معادلته هي:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(4) **شكل النقطتين**: تعطى معادلة مستقيم مار من نقطتين $M_1(x_1,y_1)$ و $M_2(x_2,y_2)$ بأحد الشكلين:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad\qquad \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

(5) **الشكل الناظمي**: تعطى المعادلة الناظمية لمستقيم بالشكل:

$$x \cos \omega + y \sin \omega - p = 0$$

حيث ω هي الزاوية التي يصنعها الناظم (العمود) المنشأ من نقطة

الأصل 0 على المستقيمين، أما p فهي طول هذا العمود (أي بعد 0 عن المستقيم).

هذا ويمكن أن نحوّل معادلة أي مستقيم معطاة بالشكل الديكارتي إلى الشكل الناظمي. فإذا كانت معادلة المستقيم هي $ax + by + c = 0$، فإننا نقسم الطرفين على $\sqrt{a^2+b^2}$ إذا كانت $c<0$ وعلى $-\sqrt{a^2+b^2}$ إذا كانت $c>0$ وعندئذٍ فإن $p = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ كما أن $\cos = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

انظر الشكل.

مثال: لتكن لدينا المعادلة $3x - 4y + 5 = 0$ لتحويل هذه المعادلة إلى الشكل الناظمي نقسم على $-\sqrt{9+16}$ فنحصل على:

$$-\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1 = 0$$

$\cos\omega = -\frac{3}{5}$، كما أن $p = 1$.

(6) **الشكل العام**: تُعطى المعادلة العامة لمستقيم في المستوى بالشكل:

$$Ax + By + C = 0$$

ويتم تحديد أوضاع هذا المستقيم وفقاً للثوابت A,B,C فإذا كان:

(1) $C = 0$ فالمستقيم مار من نقطة الأصل.

(2) $A\neq0,\ B = C = 0$ (2) فالمستقيم هو المحور Oy.

(3) $B\neq0,\ A = C = 0$ فالمستقيم هو المحور Ox.

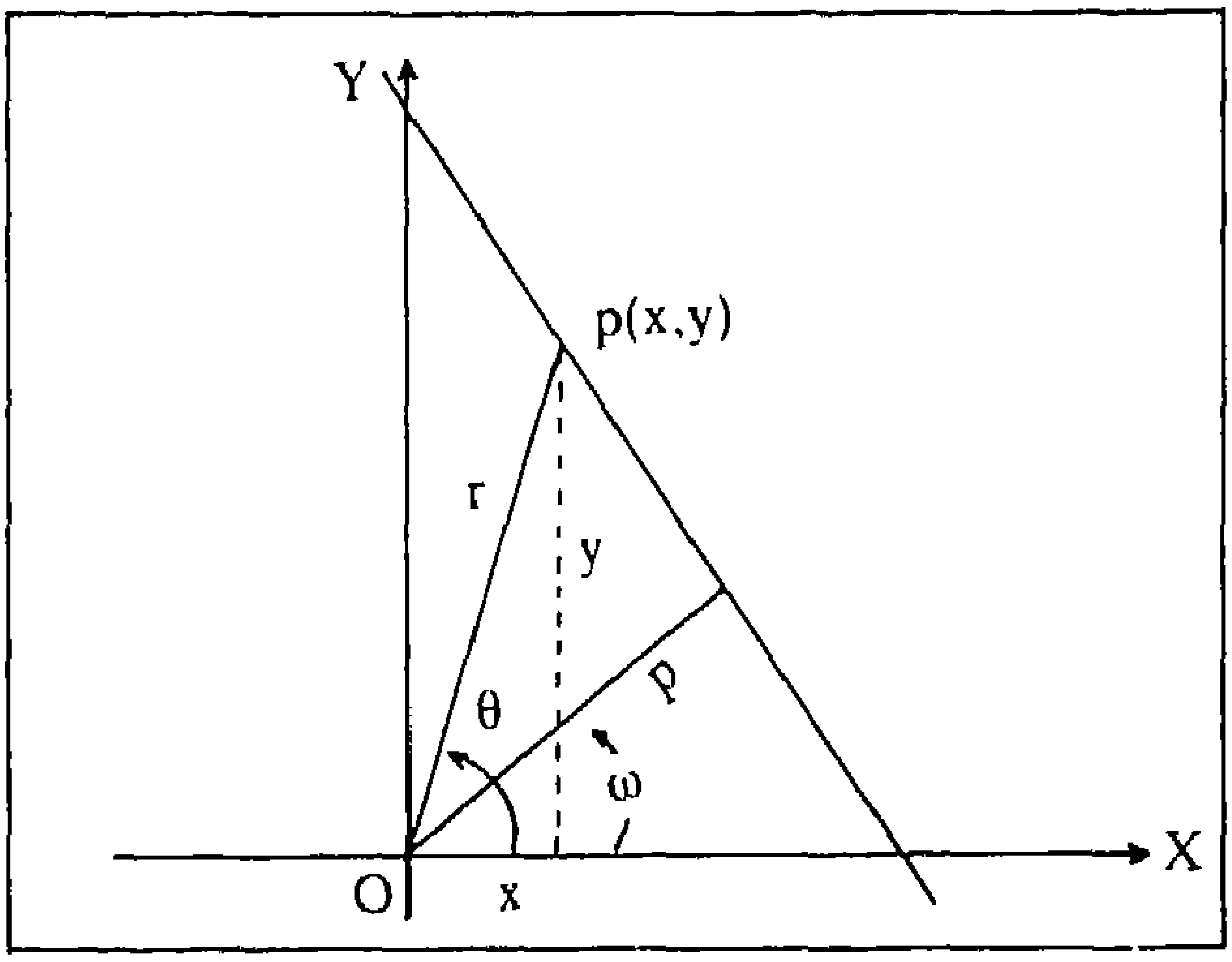
(4) $BC\neq0,\ A = 0$ فالمستقيم يوازي المحور Ox.

(5) $AC\neq0,\ B = 0$ فالمستقيم يوازي المحور Oy.

أما إذا كان $A = B = C = 0$ فالمعادلة لا تمثل مستقيماً وإنما تمثل جميع نقط المستوى. أخيراً إذا كان $C\neq0,\ A = B = 0$ فإنه لا يوجد أية نقطة في المستوى تحقق العلاقة السابقة ولا تمثل هذه المعادلة مستقيماً.

(7) **الشكل القطبي**: تعطى المعادلة القطبية لمستقيم بالشكل

حيث $r = p\sec(\theta - \omega)$ (r,θ) هي الاحداثيات القطبية لنقطة متغيرة على المستقيم. P هي بعد نقطة الأصل عن هذا المستقيم، أما ω فهي الزاوي التي يصنعها العمودعلى هذاالمستقيم من نقطة الأصل على المحور Ox .



● أوضاع مستقيمين في المستوى:

(1) يتوازى مستقيمان إذا كان ميلاهما متساويين.

(2) يتعامد مستقيمان إذا كان ميل الأول مضروباً في ميل الثاني يساوي 1- .

(3) ينطبق مستقيمان إذا توازى أحدهما مع الآخر وإذا اشتركا في نقطة واحدة.

● بعد نقطة عن مستقيم:

إذا كانت معادلة المستقيم في الاحداثيات الديكارتية القائمة هي:

$$Ax + By + C = 0$$

فإن بعد النقطة $M_o(x_o,y_o)$ عن هذا المستقيم تعطى بالعلاقة:

$$\left| \frac{Ax_o + By_o + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

● معادلة مستقيم في الفضاء:

تعطى المعادلة لمستقيم في الفضاء بأحد الأشكال التالية:

(1) **شكل الفصل المشترك**: تعطى معادلة مستقيم Δ بمعادلتي مستويين متقاطعين في هذا المستقيم، الذي نسميه عادة الفصل المشترك.

(2) **الشكل التناظري (النموذجي)**: تعطى معادلة المستقيم هنا بمعادلتي مستويين موازيين لمحورين احداثيين وتأخذ الشكل:

$$\frac{x - x_1}{\ell} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$$

حيث (x_1, y_1, z_1) هي نقطة واقعة على المستقيم أما ℓ, m, n فهي أعداد التوجيه وهي تمثل عادة مركبات متجه مواز للمستقيمين Δ.

(3) **شكل النقطتين**: تعطى معادلة مستقيم مار بنقطتين $M_1(x_1, y_1, z_1)$ $M_2(x_2, y_2, z_2)$ بالشكل:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

(4) **الشكل الوسيطي**: إذا وقعت النقطة $M_1(x_1, y_1, z_1)$ على مستقيم Δ مواز لمتجه (ℓ, m, n) فإن الشكل الوسيطي لمعادلة Δ يُعطى بالعلاقات:

$$x = x_1 + \ell t,\ y = y_1 + mt,\ z = z_1 + nt$$

حيث t هو وسيط متغير. ويقابل كل قيمة للوسيط نقطة واقعة على المستقيم Δ. فإذا كانت (ℓ, m, n) هي جيوب تمام الاتجاه للمستقيم Δ فإن t هي البعد بين النقطتين (x, y, z) و (x_1, y_1, z_1).

- **نصف مستقيم**:

انظر نصف.

- **مستقيم مثالي أو مستقيم في اللانهاية**:

يمثل هذا المستقيم جبرياً بالمحل الهندسي للمعادلة $x_3 = 0$ في نظام الاحداثيات المتجانسة بالنسبة للاحداثيات الديكارتية:

$$\frac{x_1}{x_3} = x \qquad \frac{x_2}{x_3} = y$$

انظر احداثيات ـ احداثيات متجانسة.

ويعني المستقيم المثالي هندسياً أنه مجموعة النقط المثالية في المستوى مكدسة مع بعضها.

● **خطوط التساوي:**

انظر **كفاف** ـ خطوط الكفاف.

● **بيان مستقيمي:**

انظر **بيان** ـ بيان بالخط المنكسر.

● **مستقيم أوفق (إحصاء):**

وهو أفضل مستقيم يمثل نتائج متعددة لتجربة ما. ويتم إيجاد معادلة هذا المستقيم عادة باستخدام **طريقة أصغر المربعات**.

انظر **أصغر**.

● **تكامل على خط:**

انظر **تكامل** ـ تكامل على خط.

● **قطعة مستقيمة:**

هي جزء من مستقيم Δ بحيث يكون هذا الجزء محصوراً بين نقطتين واقعتين على Δ (قد تنتمي هاتان النقطتان إلى القطعة المستقيمة أو لا تنتمي).

● **منتصف مستقيم:**

انظر **منتصف**.

● **مستقيم عقدي:**

انظر **عقدي**.

● **مستقيم مائل أو موازي:**

(بالنسبة لمستقيم آخر أو مستو آخر).

انظر **مائل**، **مواز**.

● **مستقيم عمودي:**

(بالنسبة لمستقيم أو مستو).

انظر **عمودي**.

● **خط شاقولي:**

هو الخط المستقيم المنطبق على خيط معلق من طرف عندما نربط بطرفه الآخر ثقلاً ما. ويسمى أحياناً **الشاقول**.

● مستقيم قطبي:
انظر قطب.
● مسقط مستقيم:
انظر مسقط.
● خط مستقيم.

خطأ ERROR

الفرق بين القيمة التقريبية A لكمية معينة والقيمة الحقيقية X للكمية. أي أن الخطأ هو $E = A-X$. والخطأ **النسبي** هو E/X أو |E/X|. أما **الخطأ المئوي** فهو الخطأ النسبي مضروب في مئة.

● **خطأ عشوائي (إحصاء):**

الفرق بين المتغير العشوائي والتوقع الرياضي لذلك المتغير. ويعود هذا الفرق إلى عوامل لا يمكن التحكم بها في التجربة الإحصائية.

● **قانون الخطأ:**

هو التوزيع الطبيعي بوسط يساوي صفراً. و**منحنى الخطأ** هو منحنى دالة التوزيع الطبيعي بوسط يساوي صفراً.

● **خطأ معايَني:**

هو الجزء من خطأ التقدير الذي يعود إلى حقيقة أننا ندرس عينة فقط وليس المجتمع الإحصائي كله. أما **الخطأ اللامعايني** فيعود إلى أمور أخرى تتعلق بخطأ في منطق الدراسة أو خطأ في عملية القياس أو غير ذلك.

● **خطأ من النوع الأول وخطأ من النوع الثاني:**

إذا كان $H_0:\theta\epsilon\omega_0$ هو فرض العدم المتعلق بالوسيط θ وإذا كان $H_1:\theta\epsilon\omega_1$ هو H_o الفرض البديل. نقول إن خطأ من النوع الأول قد ارتكب إذا رفضنا H_0 عندما تكون صحيحة. ونقول إن خطأ من النوع الثاني قد ارتكب إذا قبلنا H_o عندما تكون خاطئة.

انظر فرض ــ اختبار الفرض.

● دالة الخطأ:

هي الدالة $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

● خطأ وسط مربعي:

هو التوقع الرياضي $E(T-\theta)^2$ حيث T هو المقدر للوسيط θ. ويمكن تجزئة خطأ الوسط المربعي بالشكل:

$$E(T - \theta)^2 = E(T - E(T))^2 + (E(T) - \theta)^2$$

ويسمى الحد الثاني من الطرف الأيمن التحيز، أما الحد الأول فهو تباين T.

● خطأ معياري:

الخطأ المعياري لمقدر ما هو الانحراف المعياري لذلك المقدر. أي أن $\sqrt{E(T-E(T))^2}$ هو الخطأ المعياري للمقدر T. الخطأ المعياري لوسط العينة X هو $\sigma/\sqrt{n}$ حيث n حجم العينة و σ هو الانحراف المعياري للمجتمع. أما تقدير الخطأ المعياري لـ $\bar{X}$ فهو $S/\sqrt{n}$ حيث S الانحراف المعياري للعينة.

خطأ FALSE

● طريقة الموضع الخطأ:

ولهذا التعبير معنيان نوردهما كما يلي:

(1) هي **طريقة المحاولة والخطأ**.

(2) هي طريقة لتقريب جذور معادلة جبرية. وتتلخص هذه الطريقة في البدء بوضع تقدير مناسب r لجذر المعادلة $P(x) = 0$ ثم التعويض عن x بالمقدار r+h لتصبح المعادلة $P(r+h) = 0$. ثم نحذف الحدود التي تحتوي على h مرفوعاً لأس أعلى من الواحد لصغرها ونحل المعادلة الناتجة في h. ثم نكرر المحاولة بادئين بالمقدار الجديد r+h بدلاً من البدء بالعدد r. وهكذا حتى نحصل على تقدير قريب للجذر.

مثال: للمعادلة $x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ جذر قريب من العدد 2. ولذلك نعوض عن x بالمقدار 2+h لنحصل على المعادلة:

$$(2 + h)^3 - 2(2 + h)^2 - (2 + h) + 1 = 0$$

وبعد حذف الحدود التي تحتوي على h بدرجة أعلى من الوحدة نحصل على $3h - 1 = 0$، أي أن $h = {}^1/_3$ والتقدير التالي للجذر يكون $2+{}^1/_3 = {}^7/_3$ نعوض الآن عن x بالمقدار ${}^7/_3$+h ونحذف الحدود التي تحتوي على h بدرجة أعلى من الوحدة لنحصل على hوبذلك التقدير الجديد للجذر مساوياً ${}^7/_3$ +h وهكذا.

خطأ التدوير ROUND-OFF

خطأ حسابي ينتج من تدوير الأعداد أثناء العمليات الحسابية المختلفة مما يجعل الحسابات غير مضبوطة.

خط الاستواء EQUATOR

- **خط الاستواء السماوي:**

هو الدائرة الكبرى الناتجة عن تقاطع مستوى خط الاستواء الأرضي بالكرة السماوية.

انظر **ساعة** ــ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

- **خط استواء مجسم القطع المكافىء للدوران:**

انظر **مجسم قطع مكافىء**.

- **خط الاستواءالجغرافي (خط الاستواءالأرضي):**

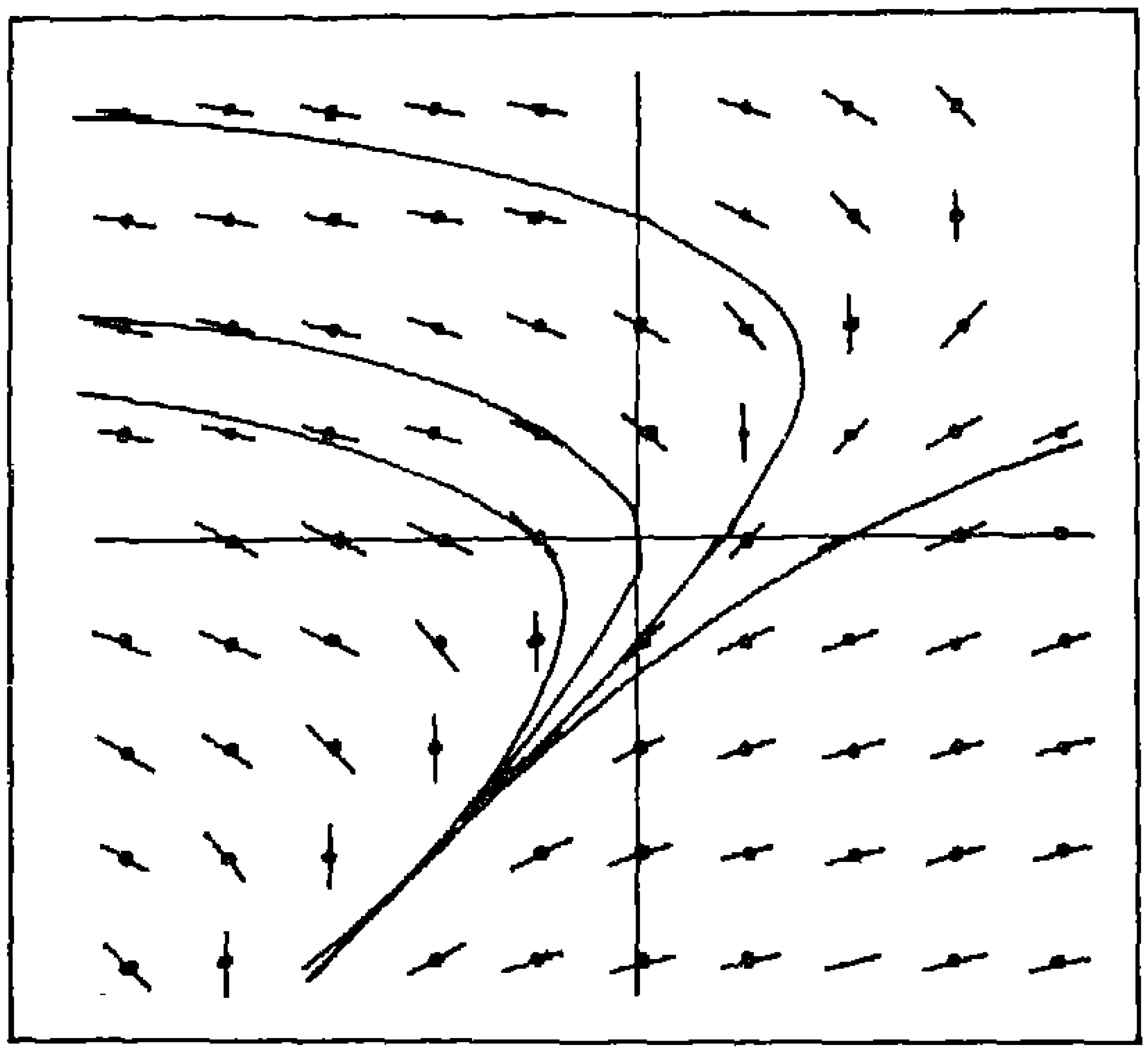
هو الدائرة الكبرى والتي هي مقطع سطح الأرض بالمستوى المار بمركز الأرض والعمودي على محورها.

انظر **مجسم قطع مكافىء**.

LINEAL — خطاني

● **عنصر خطاني (معادلات تفاضلية):**

هو عبارة عن قطعة مستقيمة موجهة مارة من نقطة M بحيث يحقق ميلها وإحداثيات M معادلة تفاضلية معطاة من المرتبة الأولى، وتشكل هذه العناصر ما يسمى حقل الاتجاه ويمكن أن نحصل على حلول المعادلة التفاضلية من حقل الاتجاه برسم منحنيات مماسة للعناصر الخطانية كما في الشكل:



حقل الاتجاه للمعادلة التفاضلية
$y' = x + y$

NOMOGRAM — خَطَط

● **الخطط:**

هو بيان يتألف من ثلاثة خطوط مستقيمة أو ثلاثة منحنيات (تكون عادة متوازية) مدرجة لتمثل متغيرات مختلفة، بحيث لو قطعنا هذه الخطوط بمستقيم فإن القراءات على هذه الخطوط ترتبط دوماً بنفس العلاقة.

LONGITUDE — خط طول

خط الطول هو عدد درجات قوس خط الاستواء الواقع بين دائرة خط زوال مار من المكان الموضوع تحت الدراسة، وبين دائرة خط زوال آخر مار من

نقطة ثابتة تعتبر مبدأ للقياس وهي في جميع الأحوال مدينة غرينويتش في إنجلترا. ما لم يذكر غير ذلك.

LATITUDE **خط عرض**

● **خط عرض نقطة على سطح الأرض:**

هو عدد درجات قوس من خط الزوال بدءاً من خط الاستواء. وهي الزاوية التي يصنعها مستوى الأفق مع محور الأرض. وهي أيضاً الزاوية بين خط عمودي على خط الزوال في تلك النقطة وآخر عمودي على خط الزوال في نقطة تلاقيه مع خط الاستواء.

● **منتصف العرض بين مكانين:**

هو الوسط الحسابي لخطي عرض هذين المكانين. كما يساوي نصف مجموع خطي عرضهما إذا كانا في جهة واحدة بالنسبة لخط الاستواء. أو يساوي نصف الفرق الموجب لخطي عرضهما إذا كانا في جهتين مختلفتين من خط الاستواء.

انظر ابحار ــ منتصف خط عرض الابحار.

STEP **خطوة**

دالة معرفة على فترة I بحيث تكون الدالة ثابتة على كل واحدة من مجموعة محدودة من الفترات الجزئية المنفصلة التي تتجزأ إليها الفترة I.

انظر قابل للمكاملة. وفترة.

● **خطوات متتالية:**

انظر ممتال.

PROJECTORS **خطوط الإسقاط**

انظر إسقاط ــ إسقاط مركزي.

● معامل نشر خطي:

انظر معامل ــ معامل نشر خطي.

● اتساق جملة معادلات خطية:

انظر اتساق.

● جبرية خطية:

انظر جبرية ــ جبرية على حقل.

● توافق خطي (تركيب خطي):

التوافق الخطي لكميتين أو أكثر هو مجموع هذه الكميات بعد ضرب كل واحدة بعدد ثابت (على ألا تكون جميع هذه الأعداد أصفاراً).

انظر تابع ــ تابع خطياً.

لتكن لدينا المعادلتان $f(x,y) = 0$ ، $F(x,y) = 0$ عندئذٍ نعرّف. التوافق الخطي لهاتين المعادلتين بالشكل:

$$kf(x,y) + hF(x,y) = 0$$

بحيث لا يكون $h = k = 0$. أما بيان التوافق الخطي لمعادلتين فهو يمر من جميع نقط تقاطع بياني المعادلتين ولا يتقاطع مع أي من البيانين إلا في هذه النقط.

● توافق خطي محدب (تركيب خطي محدب):

التوافق الخطي المحدب للكميات $x_i(i=1,2,\ldots,n)$ هو عبارة من الشكل $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$ حيث $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ أما λ_i فهي أعداد حقيقية غير سالبة.

انظر مركتلي ــ احداثيات مركتلية.

● تطابق خطي:

انظر تطابق ــ تطابق خطي.

● معادلة تفاضلية خطية:

انظر معادلة تفاضلية خطية.

● عنصر خطي:

انظر عنصر ــ عنصر المكاملة.

ليكن لدينا السطح $S:x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$ والمنحنى $f(u,v) = 0$ الواقع على السطح فإن العنصر الخطي ds يعطى بالعلاقة:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

حيث:

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial z}{\partial v}$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2$$

أما dv و du فتحققان العلاقة:

$$\frac{\partial f}{\partial u} du + \frac{\partial f}{\partial v} dv = 0$$

وباستخدام رموز الموترات نكتب ds بالشكل:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}\, du^\alpha du^\beta$$

● عنصر خطي لسطح:

العنصر الخطي لسطح هو عنصر طوله ds ويعطى بالعلاقة:

$$ds^2 = Edu^2 + 2F\, dudv + G\, dv^2$$

دون أن نربط هذه العلاقة بأي منحنى آخر على السطح. وفي الفضاء الإقليدي من n بعداً يوجد احداثيات ديكارتية قائمة y^i بحيث يأخذ العنصر الخطي الشكل:

$$ds^2 = (dy^1)^2 + (dy^2)^2 + \ldots + (dy^n)^2$$

ولا يتحقق ذلك من أجل سطوح ريمان. وبعبارة أخرى، فإن مركبات الموتر المقاسي الأساسي الإقليدي:

$g_{ij}(x^1, \ldots, x^n)$ هي $g^\star_{ij}(y^1, \ldots, y^n) = \delta_{ij}$

من الاحداثيات القائمة y^i حيث δ_{ij} هي **دلتا كرونكر** إذا كانت العلاقات $y^i = f^i(x^1,\dots,x^n)$ هي التحويل الذي ينتقل بنا من أي احداثيات عامة $x^1,\dots,x^n$ إلى احداثيات متعامدة y^i فإنه يمكن حساب المركبات $g_{ij}(x^1,\dots,x^n)$ في الاحداثيات العامة من العلاقات:

$$g_{ij}\,(x^1,\,\dots,\,x^n) = \frac{\partial y^\alpha}{\partial x^i}\,\frac{\partial y^\alpha}{\partial x^j}$$

ونشير أخيراً إلى أن العنصر الخطي يسمى أحياناً **عنصر الخط** أو عنصر الطول.

- **معادلة (أو عبارة) خطية:**

هي معادلة جبرية أو عبارة جبرية من الدرجة الأولى في المتغير المستقل (أو المتغيرات المستقلة) أي أن الحد ذي الدرجة العليا في المتغير (أو المتغيرات) هو من الدرجة الأولى.

المعادلتان $x + 3y - 1 = 0,\ x + 2 = 0$ هما معادلتان من الدرجة الأولى.

- **معادلة (أو عبارة) خطية بالنسبة لمتغير معين:**

هي تلك التي يكون فيها ذلك المتغير من الدرجة الأولى على الأكثر. فمثلاً المعادلة $2x + 3y^2 - 1 = 0$ هي معادلة خطية بالنسبة للمتغير x وغير خطية بالنسبة للمتغير y.

- **تمدد خطي:**

هو تمدد على مستقيم أو تمدد باتجاه واحد. وهكذا، فإن **التمدد الطولي** لقضيب يجري تسخينه هو تمدد خطي.

- **دالة خطية:**

هي نفس **تحويل خطي** (2).
انظر الشرح لاحقاً.

- **زمرة خطية:**

انظر زمرة ــ زمرة خطية مليئة وزمرة خطية حقيقية.

• فرض خطي:

انظر فرض ــ فرض خطي.

• استكمال خطي:

انظر استكمال.

• برمجة خطية:

انظر برمجة.

• انكفاء خطي:

انظر انكفاء ــ خط الانكفاء.

• فضاء خطي:

هو تماماً مثل فضاء متجهي (فضاء متجهات).

• مولد خطي:

انظر مولد.

• النظرية الخطية للمرونة:

انظر مرونة.

• فضاء طوبولوجي خطي:

انظر متجه ــ فضاء متجهي (فضاء متجهات).

• تحويل خطي (1):

هو تحويل يتم بواسطة معادلة جبرية خطية في المتغيرات القديمة والمتغيرات الجديدة.

• تحويل خطي عام:

التحويل الخطي العام ذو البعد الواحد يأخذ الشكل $X = \frac{ax+b}{cx+d}$، أو الشكل $\rho X_1 = ax_1+bx_2,\ \rho X_2 = cx_1+dx_2$ حيث ρ هو عدد اختياري مغاير للصفر و x_2 و x_1 هي الاحداثيات المتجانسة المعرفة بالعلاقة $x = \frac{x_1}{x_2}$.

ويعطى التحويل الخطي العام ذو البعدين بالعلاقتين:

$$X = \frac{a_1 x + b_1 Y + c_1}{d_1x + e_1y + } \qquad Y = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{d_2x + e_2y + f_2}$$

أما في الاحداثيات المتجانسة فيعطى بالعلاقات:

$$\rho X_1 = a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3$$

$$\rho X_2 = a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3$$

$$\rho X_3 = a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3$$

ويعطى التحويل العام الخطي ذو n بعداً بصورة مشابهة لما ورد أعلاه. ويكون هذا التحويل منفرداً أو غير منفرد حسبما يكون معين المعاملات الواردة في الطرف الأيمن صفراً أو مغايراً للصفر.

● **تحويل خطي** (2):

هو التحويل الخطي الذي ينقل $ax + by$ إلى $aX + bY$ مهما يكن a و b إذا كان هذا التحويل ينقل x إلى X و y إلى Y ونكتب ذلك اختصاراً:

$$T(ax + by) = aT(x) + bT(y)$$

ويطلب أحياناً أن يكون هذا التحويل مستمراً. ننوه هنا إلى أن x و y يمكن أن تكون متجهات في فضاء إقليدي من n بعداً أو في أي فضاء متجهي آخر، وبشكل خاص يمكن أن تكون x و y أعداداً حقيقية أو عقدية. أما العددان a و b فيمكن أن يكونا حقيقيين أو عقديين أو من أي حقل يكون فيه الضرب مع عناصر الفضاء المتجهي معرفاً.

ويعطى هذا التحويل في الفضاء المتجهي ذي n بعداً أو في الفضاء الإقليدي ذي n بعداً بالشكل:

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

أو بالشكل $y = Ax$ حيث:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

أما الضرب هنا فهو الضرب المصفوفي العادي.

انظر **مصفوفة ـ مصفوفة التحويل الخطي**.

يوجد عادة لهذا التحويل **تحويل معاكس** إذا وفقط إذا كانت المصفوفة A غير منفردة أو إذا وفقط إذا كان مدى هذا التحويل هو ∇ (أي الفضاء بكامله) ويسمى هذا التحويل عادة تحويلاً **قابلاً للعكس** أو **تحويلاً غير منفرد**.

وبشكل عام، فإن التحويل T يقبل معكوساً إذاً وفقط إذا لم يوجد أي x بحيث يكون $T(x) = 0$.

نقول بأن التحويل الخطي T بين فضاءين متجهين **محدود** إذا كان يوجد عدد ثابت M بحيث $\|T(x)\| \leq M\|x\|$ من أجل أي x. ونسمى أصغر عدد M يحقق الشرط السابق معيار التحويل الخطي ونرمز له بـ $\|T\|$. أما إذا كان لا يوجد عدد M يحقق المتباينة السابقة فالتحويل هو **غير محدود**.

- **سرعة خطية:**

  انظر سرعة.

- **حل جملة معادلات خطية:**

  انظر اتساق ـ اتساق المعادلات الخطية؛ وانظر كرامر (قاعدة كرامر)؛ وانظر حذف.

خطياً LINEARLY

- **تابع خطياً ومستقل خطياً (مرتبط خطياً ومستقل خطياً):**

  انظر تابع.

- **مجموعة مرتبة خطياً:** أنظر مرتبة ـ مجموعة مرتبة.

خط التزاوي مع خطوط الطول RHUMB LINE

هو مسار سفينة تبحر باتجاه يقطع خطوط الطول بزاوية ثابتة. أو حلزون على سطح الأرض يلتف حول القطب ويقطع خطوط الطول بزاوية ثابتة.

خط الزوال (الطول) MERIDIAN

● **خط الزوال للكرة الأرضية:**

هو الدائرة العظمى على سطح الكرة الأرضية المارة من القطبين الجغرافيين.

● **خط الزوال للكرة السماوية:**

هو الدائرة العظمى المارة من السمت ومن الخط الشمالي والجنوبي في مستوى الأفق.

انظر **ساعة** ـ زاوية ساعية ـ دائرة ساعية.

● **خط الزوال على سطح:**

هو منحنى C على السطح بحيث ينقلب هذا المنحنى إلى دائرة عظمى على كرة الوحدة عند استخدام التمثيل الكروي.

● **خط الطول الرئيسي:**

هو خط طول اصطلاحي يمر بمدينة غرينويتش بإنكلترا.

● **خط الطول المحلي لنقطة:**

على الأرض هو خط الطول المار بهذه النقطة.

● **مقاطع زوالية:**

هي تلك المقاطع لسطح دوراني التي تمر من محور الدوران.

خط المنتصف MIDLINE

● **خط المنتصف لشبه المنحرف:**

هو المستقيم الواصل بين نقطتي المنتصف للضلعين غير المتوازيين في شبه المنحرف ويسمى هذا الخط أيضاً بـ **الأوسط**.

خطي ونصف

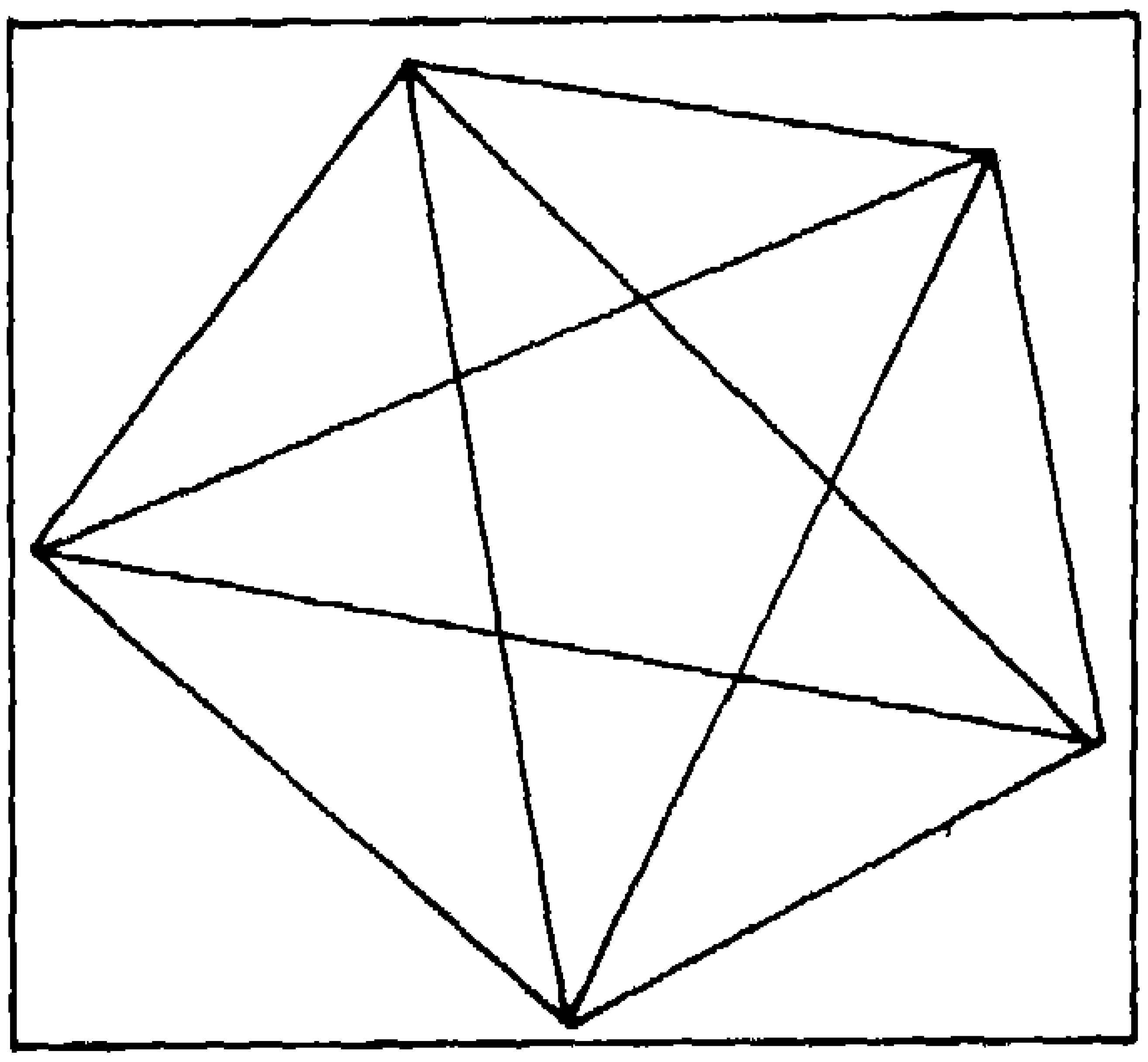
ليكن كل من E و F فضاء متجهات عقدي. نقول عن التطبيق $B:E\times F\to C$ أنه شكل **خطي ونصف** إذا كان التطبيق $X\to B(x,y)$ شكلاً خطياً على E من أجل أي $Y\epsilon F$ وإذا كان التطبيق $y\to B(x,y)$ شكلاً مثيلاً خطياً على F من أجل أي $X\epsilon E$.

انظر مثيل الخطي.

خلية CELL

الخلية ذات البعدية n (أو الخلية من n) هي مجموعة متماثلة استمرارياً مع مجموعة النقاط $(x_1, x_2,..., x_n)$ في الفضاء الإقليدي ذي البعدية n بحيث يكون $\Sigma x_i^2<1$ أو يكون $\Sigma x_i^2\leq 1$. ونقول في الحالة الأولى ان **الخلية مفتوحة** أما في الثانية **فالخلية مغلقة**. الخلية من 0 هي نقطة والخلية من 1 هي فترة مغلقة أو مفتوحة أو أنها تشوه مستمر لفترة كهذه. الدوائر مع داخلها (أو المضلعات مع داخلها) هي أمثلة على خلايا مغلقة من 2 الكرات مع داخلها (أو المجسمات الكثيرة الوجوه مع داخلها) هي أمثلة على خلايا مغلقة من 3. تسمى الخلية المغلقة من n أحياناً كرة **مجسمة** من n أو قرصاً من n.

خماسي PENTAGON



هو مضلع له خمسة أضلاع.

- خماسي نظامي:

(مخمس)، هو خماسي له خمسة أضلاع متساوية وزواياه الداخلية متساوية وكل واحدة تساوي 180^o.

- هرم خماسي:

هو هرم قاعدته خماسي.

● نجم خماسي:

هو نجم نحصل عليه من رسم جميع أقطار مخمس.

خماسي الدرجة QUINTIC

هو دالة جبرية من الدرجة الخامسة.

● معادلة خماسية الدرجة:

هي معادلة من الدرجة الخامسة من الشكل:

$$a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$$

بحيث $a_0 \neq 0$.

● منحنى خماسي الدرجة:

هو منحنى تعطى معادلته بعبارة جبرية من الدرجة الخامسة.

خماسي عشر PENTADECAGON

هو مضلع له خمسة عشر ضلعاً.

● خماسي عشر نظامي:

هو خماسي عشر أضلاعه متساوية وزواياه الداخلية متساوية وكل زاوية من هذه الزوايا تساوي 156°.

خوارزمية ALGORITHM

الخوارزمية هي عملية خاصة بحل بعض الأنواع من المسائل وتطلق غالباً على الطريقة التي تقوم بإعادة إحدى العمليات الأساسية وذلك بشكل مستمر.

● خوارزمية القسمة:

انظر قسمة.

● خوارزمية إقليدس:

هي طريقة لإيجاد القاسم المشترك الأعظم لعددين صحيحين. وتقوم هذه

الطريقة على قسمة أحد العددين على الآخر ثم قسمة هذا الأخير على الباقي يليها قسمة الباقي الأول على الباقي الثاني، ثم الثاني على الثالث وهكذا دواليك حتى نصل إلى قسمة صحيحة، عندها يكون القاسم الأخير هو القاسم المشترك الأعظم للعددين. كما نستطيع تطبيق القاعدة ذاتها في الجبر وذلك على كثيرات الحدود. وكمثال دعنا نجد القاسم المشترك الأعظم للعددين 20،12. إذا قسمنا 20 على 12 يكون الباقي 8 بعدها نقسم 12 على 8 فيكون الباقي 4 ثم نقسم 8 على 4 فتكون القسمة صحيحة (بدون باقٍ)، نقول إذن ان 4 هو القاسم المشترك الأعظم للعددين 12،20.

خينتشين (ألكسندر لاكوفليفيتش)

KHINCHINE (or KHINTCHINE) ALEKSANDR LAKOVLEVICH (1894-1959)

هو عالم روسي في التحليل والاحتمالات.

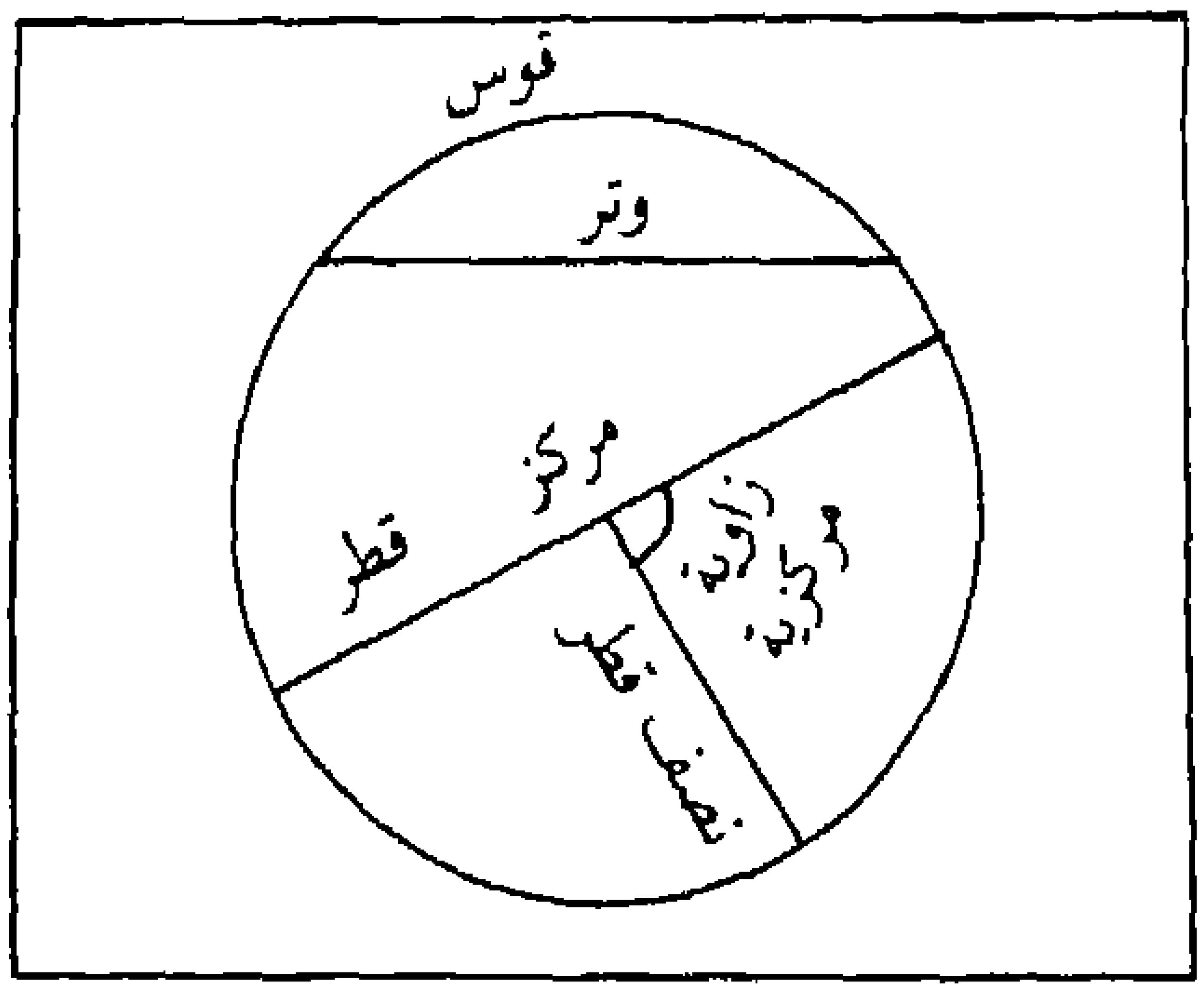
● مبرهنة خينتشين:

إذا كان للمتغيرات العشوائية المستقلة $x_1, x_2, \ldots$ دوال توزيع $F(x)$ متكافئة، وكان لها وسط هو u، فإن المتغير $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$ يتقارب في الاحتمال إلى u عندما $n \to \infty$.

د

دائرة	CIRCLE

الدائرة هي منحنى في المستوى تكون كل نقاطه متساوية البعد عن نقطة ثابتة تسمى **المركز**، أما البعد الثابت بين المركز وأي نقطة على الدائرة فيسمى **نصف القطر**، ويسمى ضعف هذا البعد **بالقطر** كما قد يقصد بالقطر أيضاً أي وتر يمر بالمركز.



انظر **قطر**.

إذا أخذنا نقطتين على الدائرة فإنهما يقسمانها إلى قطعتين تسمى كل منهما **قوساً**. **محيط** الدائرة هو طولها ويساوي $2\pi r$ حيث أن r هو نصف القطر.

مساحة الدائرة (أي مساحة المنطقة داخل الدائرة) تساوي πr^2 أو $\frac{1}{4}\pi d^2$ إذا كان d هو القطر. **دائرة الوحدة**: هي دائرة نصف قطرها 1، محيطها 2π ومساحتها π. **الدائرة الصفرية**: هي دائرة نصف قطرها 0. **قاطع الدائرة** هو أي خط يقطع الدائرة في نقطتين مختلفتين، والقطعة بين هاتين النقطتين تسمى **وتراً**.

- **تربيع الدائرة**:

انظر **تربيع**.

- **دوائر الاختلاف المركزي لقطع ناقص:**

أنظر قطع ناقص ــ المعادلات الوسيطية للقطع الناقص.

- **دائرة تخيلية:**

هي اسم يعطى لمجموعة النقاط (x,y) التي تحقق المعادلة $x^2 + y^2 = -r^2$ أو المعادلة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = -r^2$ ويكون $r \neq 0$. وبالرغم من أنه لا يوجد في المستوى الحقيقي أية نقاط لها إحداثيات كهذه إلا أن هذه التسمية تبقى مرغوبة وذلك للخصائص الجبرية المشتركة بين هذه الاحداثيات التخيلية وبين الاحداثيات الحقيقية للنقاط على الدوائر الحقيقية.

- **دائرة تسع النقاط:**

هي الدائرة التي تمر من منتصفات أضلاع المثلث، من مواقع الأعمدة من الرؤوس إلى الأضلاع، ومن منتصفات القطع بين الرؤوس ونقطة تلاقي الارتفاعات.

- **دائرة التقارب:**

انظر تقارب ــ دائرة التقارب لمتسلسلة قوى.

- **دائرة التقوس:**

انظر تقوس ــ تقوس منحن وتقوس سطح.

- **دائرة خارجة:**

انظر خارجي.

- **دائرة الساعة لنقطة سماوية:**

هي الدائرة الكبرى على الكرة السماوية بحيث تمر هذه الدائرة بالنقطة السماوية المعطاة وبالقطبين السماويين الشمالي والجنوبي.

انظر ساعة ــ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

- **دائرة صغرى:**

هي مقطع من كرة بواسطة مستوى لا يمر في مركز الكرة.

- **دائرة كبرى:**

هي مقطع من كرة بواسطة مستوى يمر بمركز هذه الكرة. أو هي دائرة على الكرة يكون قطرها مساوياً لقطر الكرة.

● **دائرة محاطة:**

انظر **محاط**.

● **دائرة محيطة:**

انظر **محيطي**.

● **دائرة ملاصقة:**

انظر **تقوس** ــ تقوس منحن.

● **دائرة موازية:**

انظر **سطح** ــ سطح دوران.

● **عائلة دوائر:**

هي كل الدوائر التي نحصل عليها عن طريق إعطاء قيم معينة لثابت جوهري في معادلة الدائرة. مثلاً $x^2 + y^2 = r^2$ تصف عائلة الدوائر المتمركزة عند نقطة الأصل والثابت الجوهري هنا هو r.

انظر **حزمة** ــ حزمة دوائر.

● **معادلات الدائرة في الفضاء:**

هي معادلات أي سطحين بحيث تكون الدائرة تقاطعهما. مثلاً كرة ومستوي يحتوي كل منهما على الدائرة.

● **معادلة الدائرة في المستوى:**

معادلة دائرة مركزها النقطة ذات الاحداثيات الديكارتية (h,k) ونصف قطرها r هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ إذا كان المركز عند نقطة الأصل فإن المعادلة تصبح $x^2 + y^2 = r^2$.

انظر **مسافة** ــ مسافة بين نقطتين.

أما معادلة الدائرة في الاحداثيات القطبية فهي: $\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos(\phi - \phi_2) = r^2$ حيث أن (ρ,ϕ) تمثل أية نقطة على الدائرة و (ρ_1,ϕ_1) تمثل المركز و r نصف القطر. عندما يكون المركز عند نقطة الأصل تصبح هذه المعادلة $\rho = r$ المعادلات الوسيطية للدائرة هي: $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ حيث أن θ هي الزاوية بين الاتجاه الموجب لمحور x ونصف القطر من نقطة الأصل إلى النقطة على الدائرة.

ECLIPTIC	دائرة البروج

● دائرة البروج:

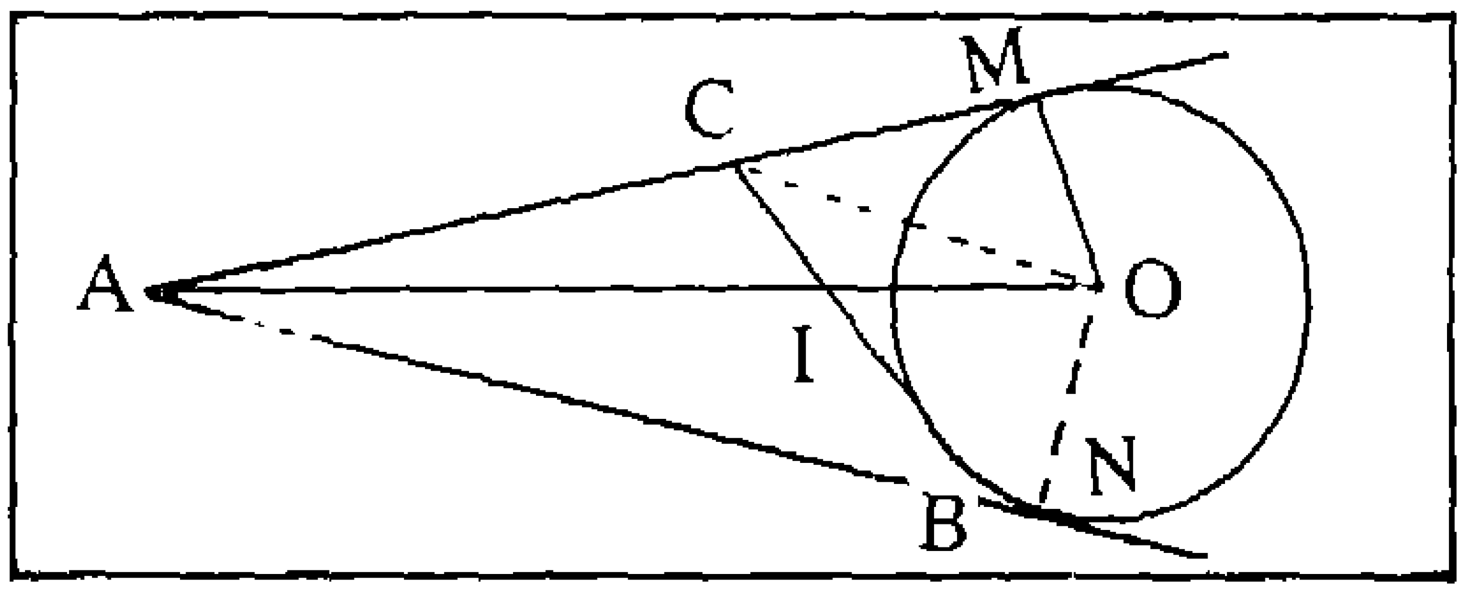
هي الـدائرة الكبـرى التي يقطع فيهـا مستوى مسـار الأرض الكرة السماوية. وهي المسار الذي يتراءى للناظر أن الشمس تجري فيه.

ESCRIBED CIRCLE	دائرة خارجة لمثلث

● الدائرة الخارجة لمثلث:

هي الدائرة المماسة لأحد أضلاع المثلث ولامتدادات ضلعيه الآخرين.

ففي الشكل الدائرة التي مركزها O دائرة خارجة للمثلث ABC فهي تمس الضلع BC وامتدادات الضلعين AB و AC ونلاحظ هنا أن منصف الزاوية BAC يمر بمركز الدائرة O.



INCIRCLE	دائرة داخلية

ونعني بالدائرة الداخلية الدائرة المحاطة بالمثلث.

انظر دائرة محاطة.

GREAT CIRCLE	الدائرة الكبرى

انظر دائرة ـ الدائرة الكبرى.

CIRCULAR	دائري

● أسطوانة دائرية:

انظر أسطوانة.

● تبديل دائري (أو تبديل دوروي): أنظر تبديل.

● **حجة دائرية أو استنباط دائري:**

هي حجة غير صحيحة لأنها تستعمل أو تعتمد على المبرهنة المراد إثباتها أو على مبرهنة تالية للمبرهنة المراد إثباتها.

● **حركة دائرية منتظمة:**

انظر منتظم.

● **دوال دائرية:**

الدوال الدائرية هي الدوال المثلثية.

● **مخروط دائري:**

انظر مخروط.

● **منطقة دائرية:**

انظر منطقة.

● **نقطة دائرية على السطح:**

هي نقطة ناقصية على السطح يكون عندها $D = kE, D' = kF, D'' = kG$ ويكون $k \neq O$ (انظر **سطح** ـ معاملات أساسية لسطح؛ **ناقصي** ـ نقطة ناقصية على سطح). عند النقطة الدائرية تكون أنصاف القطر الرئيسية للتقوس الناظم متساوية ويكون مبين دوبان دائرة. يكون السطح كرة إذا وفقط إذا كانت كل نقاطه دائرية. النقاط التي يقطع فيها مجسم قطع ناقص دوران محور دورانه هي نقاط دائرية.

أنظر **سوي** ـ نقطة سوية على سطح؛ **سري** ـ نقطة سرية على سطح.

دائماً PERMANENTLY

● **متسلسلة متقاربة دائمًا:**

انظر متقارب.

داخل INTERIOR

ويعرف داخل المجموعة E بأنه مجموعة النقاط في E والتي يوجد لها جوار

محتوى في E. ويرمز لداخل المجموعة E بالرمز E^o وتسمى كل نقطة في E^o **بالنقطة الداخلية**.

وإذا كانت C(E) متممة المجموعة E فإن حدود E (أو C(E)) يعرف بأنه $\partial\overline{E} = E \cap \overline{C(E)}$ حيث $\overline{E}$ ترمز لعلاقة E. ولذا فإن $C(\partial E) = E^o \cup C(E)^o$.

انظر خارج ــ خارج المجموعة.

- **داخل الزاوية:**

انظر زاوية.

- **الزاوية الداخلة لمضلع:**

انظر زاوية ــ زاوية المضلع.

- **المحتوى الداخل:**

انظر محتوى ــ محتوى مجموعة من النقاط.

- **القياس الداخل:**

انظر قياس ــ القياس الخارج.

- **داخل منحنى بسيط مغلق:**

انظر جوردان ــ مبرهنة منحنى جوردان.

- **داخل دائرة، مضلع، كرة مثلث...:**

هو مجموعة النقاط داخل هذه الأشكال على الترتيب. وهذا يتوافق مع التعريف المعطى سابقاً إذا نظرنا مثلاً للدائرة على أنها قرص يحتوي على داخل الدائرة ومحيطها ومثل ذلك لبقية الأشكال.

داخلي INNER

- **القياس الداخلي:**

له نفس معنى القياس الداخل.

انظر قياس ــ القياس الداخل والخارج.

- **فضاء الجداء الداخلي:**

هو فضاء متجهات V بحيث توجد دالة (تسمى بالجداء الداخلي

أو السلمي) مجالها مجموعة الأزواج المرتبة من عناصر V ومداها مجموعة من الأعداد الحقيقية أو العقدية بحيث:

$$(a\,x, y) = \bar{a}(x, y) \qquad (1)$$

$$(x + y, z) = (x, z) + (y, z) \qquad (2)$$ و

$$(x, y) = (y, x) \qquad (3)$$ و

$$(x,x) > 0,\ (x,x) \geq 0 \qquad (4)$$ و

إذا كانت $x \neq 0$ حيث (x,y) **يرمز للجداء الداخلي**.

وإذا عرفنا المعيار $\|x\| = (x,x)^{\frac{1}{2}}$ على فضاء الجداء الداخلي فإنه يصبح **فضاء متجهات معيراً**. ويسمى فضاء الجداء الداخلي التام **بفضاء هيلبرت**. ويشترط أحياناً أن يكون فضاء هيلبرت قابلاً للفصل وأن لا يكون منتهي البعدية. كما يسمى فضاء الجداء الداخلي المنتهي البعدية والذي مداه مجموعة الأعداد الحقيقية **بالفضاء الاقليدي**. أما الفضاء الذي مداه مجموعة الأعداد العقدية فيسمى **بالفضاء الوحدي**.

انظر **هيلبرت ـ فضاء هيلبرت**، وانظر كذلك **ضرب ـ ضرب المتجهات**، وانظر أيضاً **متجه ـ فضاء المتجهات**.

● **الجداء الداخلي للموترات:**

يعرف الجداء الداخلي للموترين $A^{a_1 \ldots a_n}_{i_1 \ldots i_m}$ و $B^{b_1 \ldots b_p}_{j_1 \ldots j_q}$ بأنه الموتر المقلّص الناتج من الجداء

$$C^{a_1 \ldots a_m b_1 \ldots b_p}_{i_1 \ldots i_m j_1 \ldots j_q} = A^{a_1 \ldots a_n}_{i_1 \ldots i_m} B^{b_1 \ldots b_p}_{j_1 \ldots j_q}$$

وذلك بوضع دليل مخالف للتغير لأحدهما مساوياً لدليل موافق للتغير للآخر ثم الجمع بالنسبة لهذا الدليل. ويسمى هذا الضرب الداخلي لموترين أحياناً بـ **التركيب**. ويسمى الجداء الداخلي بالموتر المركب من الموترين المعطيين.

● **الجداء الداخلي لدالتين:**

يعرف الجداء الداخلي لدالتين حقيقيتين f و g على المجموعة E بأنه

$(f,g) = \int_E fgdx$. أما إذا كانت f و g دالتين عقديتين فإن $(f,g) = \int_E f\bar{g}dx$
أو $(f,g) = \int_E \bar{f}gdx$.

انظر هيلبرت ــ فضاء هيلبرت و متعامد ــ دوال متعامدة.

● الجداء الداخلي لمتجهين:

انظر ضرب ــ ضرب المتجهات و متجه ــ فضاء المتجهات و هيلبرت ــ فضاء هيلبرت؛ أنظر كذلك فضاء الجداء الداخلي.

داخلي INTERNAL

● العملية الداخلية:

انظر عملية.

● النسبة الداخلية:

انظر نقطة ــ نقطة التقسيم.

● المماس الداخلي لدائرتين:

انظر مشترك ــ المماس المشترك لدائرتين.

داخلياً INTERNALLY

● دوائر متماسة داخلياً:

انظر مماس ــ دوائر متماسة.

داربو، جان غاستون DARBOUX, JEAN GASTON (1842-1917)

رياضي فرنسي اشتغل بالتحليل والهندسة التفاضلية.

● مبرهنة داربو أحادية الساحة:

ليكن D مجالاً منتهياً في المستوى العقدي ومحدوداً بواسطة منحن مغلق بسيط C. إذا كانت $f = f(z)$ دالة تحليلية في D ومستمرة في $D + C$ ولا تأخذ أية

قيمة أكثر من مرة وذلك لقيم z على C فإنها لا تأخذ أية قيمة أكثر من مرة، وذلك لقيم z في D.

انظر أحادي الساحة ـ مبرهنة أحادي الساحة.

● مبرهنة داربو:

إذا كانت الدالة f محدودة على الفترة المغلقة [a,b] وكانت $M_1, M_2, \ldots, M_n$ الحدود العليا الصغرى وكانت $m_1, m_2, \ldots, m_n$ الحدود الدنيا العظمى لقيم f(z) في الفترات $[a,x_1], [x_1,x_2], \ldots, [x_{n-1},b]$ وكان δ طول أكبر هذه الفترات فإن كلاً من النهايتين التاليتين تكون موجودة:

$$\lim_{\delta \to 0} [\, M_1(x_1 - a) + M_2(x_2 - x_1) + \ldots + M_n(b - x_{n-1}) \,]$$

$$\lim_{\delta \to 0} [\, m_1(x_1 - a) + m_2(x_2 - x_1) + \ldots + m_n(b - x_{n-1}) \,]$$

نسمي النهاية الأولى **تكامل داربو العلوي** للدالة f ونرمز له كما يلي: $\overline{\int_a^b} f(x)dx$، ونسمي النهاية الثانية **تكامل داربو السفلي** ونرمز له كما يلي: $\underline{\int_a^b} f(x)dx$. الشرط اللازم والكافي لتكون f قابلة للمكاملة ريمانياً هو أن يتساوى هذان التكاملان. وتسمى قيمتها المشتركة التكامل الريماني للدالة f.

دالامبير، جان لورون — DALEMBERT, JEAN LE ROND (1717-1783)

هو رياضي وفيزيائي وفيلسوف فرنسي.

● اختبار دالامبير لتقارب (أو تباعد) متسلسلة لا منتهية:

وهو اختبار النسبة المعمم.

انظر نسبة ـ اختبار النسبة.

دالة — FUNCTION

والدالة f علاقة تربط بين مجموعتين X و Y بحيث يقترن كل عنصر في x بعنصر واحد فقط من Y. ويرمز لذلك بالرمز f:X→Y. تسمى X **مجال**

الدالة، وتسمى Y **بالمجال المقابل**. يسمى العنصر الذي يقترن بالعنصر x في X بصورة x تحت تأثير f ويرمز له بالرمز f(x). وتسمى مجموعة صور عناصر X **بمدى الدالة**. وإذا كان مدى الدالة مساوياً Y فإنه يقال إن f **دالة غامرة** أو بصورة أخرى فإننا نقول إن f دالة من X على Y. وتسمى الدالة f **متباينة أو واحد لواحد** إذا كان $f(y) = f(x)$ لأي عنصرين x و y في X يؤدي إلى أن $x = y$. أي أنه لا يمكن أن يكون لعنصرين في المجال نفس الصورة. وإذا كانت f متباينة وغامرة فإنها تسمى **تقابلاً**.

مثال (1): مساحة الدائرة تعتبر دالة في نصف قطرها. وبالرموز $A = \pi r^2$ حيث A مساحة الدائرة و r نصف قطرها أو بعبارة أخرى $A(r) = \pi r^2$.

مثال (2): التعبير $y = 3x^2 + 7$ يعرف y كدالة في x. ويمكن كتابة هذه المعادلة بالصورة $f(x) = 3x^2 + 7$ وعندما تكون $x = 2$ مثلاً فإن:

$$y = f(2) = 3.(2)^2 + 7 = 19$$

ومجال الدالة في هذه الحالة هو الأعداد الحقيقية أما مداها فهو المجموعة الجزئية من الأعداد الحقيقية $\{y \in R | y \geq 7\}$. لاحظ أن هذه المعادلة تمثل قطعاً مكافئاً رأسه النقطة (0,7).

مثال (3): لنعتبر الدالة $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ نلاحظ أن مجال الدالة g هو المجموعة:

$$\{x \in R \mid -2 \leq x \leq 2\}$$

حيث R مجموعة الأعداد الحقيقية، وأما مداها فهو:

$$\{y \in R \mid 0 \leq y \leq 2\}$$

وتمثل هذه المعادلة النصف العلوي من دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 2.

ويمكن التعبير عن الدالة $f: X \rightarrow Y$ بالقول بأنها مجموعة الأزواج المرتبة:

$$f = \{(x,y) \mid x \in X, y = f(x)\}$$

بحيث يظهر كل عنصر في X مرة واحدة فقط كاحداثي أول في هذه

الأزواج. ويسمى x بالمتغير المستقل أو العمدة أما f(x) فيسمى بالمتغير التابع. وتكون الدالة f بمتغيرين إذا ربطت f كل زوج مرتب (x,y) من مجموعتين معينتين بكائن واحد z=f(x,y) فإذا كانت $f:X\times Y\rightarrow Z$ دالة من الجداء الديكارتي لمجموعتين X و Y إلى المجموعة z فإن f تسمى في هذه الحالة بدالة ذات متغيرين.

وبشكل عام، فإذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_n$ مجموعات ليس من الضروري أن تكون كلها مختلفة وكانت $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$ الجداء الديكارتي لهذه المجموعات، فإن الدالة $g:X\rightarrow Z$ تسمى بدالة ذات n من المتغيرات حيث يكون $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ حيث X_i x_i لكل i من 1 إلى n.

● **الدالة الأسية:**

(1) هي الدالة e^x.

(2) أو هي الدالة a^x حيث a ثابت موجب. وإذا كان $a\neq1$ فإن الدالة a^x تكون معكوس الدالة $Log_a x$.

(3) أو أنها الدالة التي يكون فيها المتغير أو المتغيرات أساً أو أساساً مثل 2^{x+1} أو x^x وإذا كان $z = x+iy$ عدداً عقدياً حيث x و y عددان عقديان فإن الدالة e^z تعرف بالتعبير:

$$e^z = e^x (\cos y + \sin y)$$

أو بواسطة المتسلسلة:

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \ldots$$

وتتمتع الدالة e^x بالخواص التالية:

(1) $\frac{de^x}{dx} = e^x$.

(2) $e^u \cdot e^v = e^{u+v}$.

(3) $\int e^x dx = e^x + c$.

أما الدالة a^x حيث $x\in R$ فهي الدالة المستمرة الوحيدة التي تحقق المعادلة الدالية $f(u + v) = f(u)\, f(v)$ لكل الأعداد الحقيقية u و v.

● الدالة الجبرية:

هي دالة يمكن توليدها من عمليات جبرية فقط. وبشكل أوضح فهي الدالة f والتي تحقق $P(x,f(x)) = 0$ لكثير حدود ما $P(x,y)$ ولذا، فإن أي كثير حدود يكون جبرياً ولكن العكس ليس صحيحاً على وجه العموم. ومثال ذلك Logx جبرية ولكنها ليست كثير حدود.

● دالة رتيبة:

هي دالة إما أن تكون رتيبة متزايدة أو رتيبة متناقصة.

انظر رتيب.

● الدالة الزوجية:

وتسمى الدالة f زوجية إذا كان لكل عنصر x في المجال $f(x) = f(-x)$.

● الدالة الفردية:

وتسمى الدالة f فردية إذا كان لكل عنصر x في المجال $f(x) = -f(-x)$.

● دالة المتجهات:

هي دالة قيمها متجهات. فالتعبير $F = f_1\overline{i} + f_2\overline{j} + f_3\overline{k}$ حيث f_1 و f_2 و f_3 دوال سلمية تعرف **دالة متجهات** أو **دالة متجهة القيمة**.

● دالة متضاعفة القيمة:

وتسمى الدالة $f:X\rightarrow Y$ بمتضاعفة القيمة إذا اقترن كل عنصر في X بمجموعة جزئية من Y (تتكون من عنصر أو أكثر من Y). وفي الحقيقة فإن الدالة متضاعفة القيمة يجب أن تسمى **علاقة** وهي لا تكون دالة بالفعل إلا إذا كانت وحيدة القيمة.

مثال (1): العلاقة $x^2 + y^2 = 1$ دالة ثنائية القيمة إذا اعتبرنا y دالة في x لأن:

$$y = \pm (1 - x^2)^{1/2}, |x| \leq 1$$

مثال (2): العلاقة $x = \sin y$ دالة متضاعفة القيمة إذا اعتبرنا y دالة من x لأن $x = \sin((-1)^n y + n\pi)$ لكل عدد صحيح موجب n.

● الدوال من صنف L_p:

ونقول إن الدالة f من صنف L_p على مجموعة Ω قابلة للقياس إذا كانت قابلة للقياس (ليبيغ) وكان التكامل:

$$\int_{\Omega} |f(x)|^p d\mu < \infty$$

حيث μ القياس المعرف على Ω وإذا عرفنا معيار f على أنه التكامل:

$$\|f\| = \left[\int_{\Omega} |f|^p \, d\mu\right]^{\frac{1}{p}}$$

وعرفنا الجمع والضرب بالطريقة المعروفة على الدوال في الفضاء $L_p(p\geq 1)$ فإن L_p تصبح فضاء بناخ.

ومن خواص المعيار ‖ ‖ نورد ما يلي:

(1) $\|f + g\| \leq \|f\| + \|g\|$ (متباينة مينكوفسكي).

(2) $\int_{\Omega} |fg| \, d\mu \leq \|f\| \cdot \|g\|$ إذا كانت $f\epsilon L_p$ و $g\epsilon L_p$ وكان $p+q = pq$ (أي $1 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ متباينة هولدر).

● الدالة التحليلية:

انظر تحليلي.

● دالة بسل:

انظر بسل.

● دالة بيتا:

انظر بيتا.

● الدالة المميزة:

انظر مميز.

● الدالة المتتامة:

انظر تفاضل ـ المعادلة التفاضلية الخطية.

● الدالة المركبة:

انظر مركب.

- الدالة المستمرة:

انظر مستمر.

- الدالة المتناقصة:

انظر متناقص.

- الدالة المتزايدة:

انظر متزايد.

- الدالة التابعة:

انظر تابع.

- الدالة الصحيحة:

انظر صحيح.

- الدالة الضمنية:

انظر ضمني.

- الدالة القابلة للمكاملة:

انظر قابل للمكاملة.

- الدالة اللوغاريتمية:

هي دالة معرفة بتعبير على الشكل Log f(x).

- دالة قابلة للقياس:

انظر قابل للقياس.

- دالة أحادية المولد:

انظر أحادي المولد.

- دالة الخطوة:

انظر خطوة.

- الدالة المتسامية:

انظر متسام.

- الدالة المثلثية:

انظر مثلثي.

● الدالة اللامحدودة:

انظر لا محدود.

● دالة أويلر:

انظر أويلر.

● الدوال المتعامدة:

انظر متعامد.

● معكوس الدالة:

انظر معكوس.

SCHLICHT FUNCTION ● دالة أحادية التكافؤ

نفس دالة بسيطة.

انظر بسيط.

SIGNUM FUNCTION دالة الإشارة

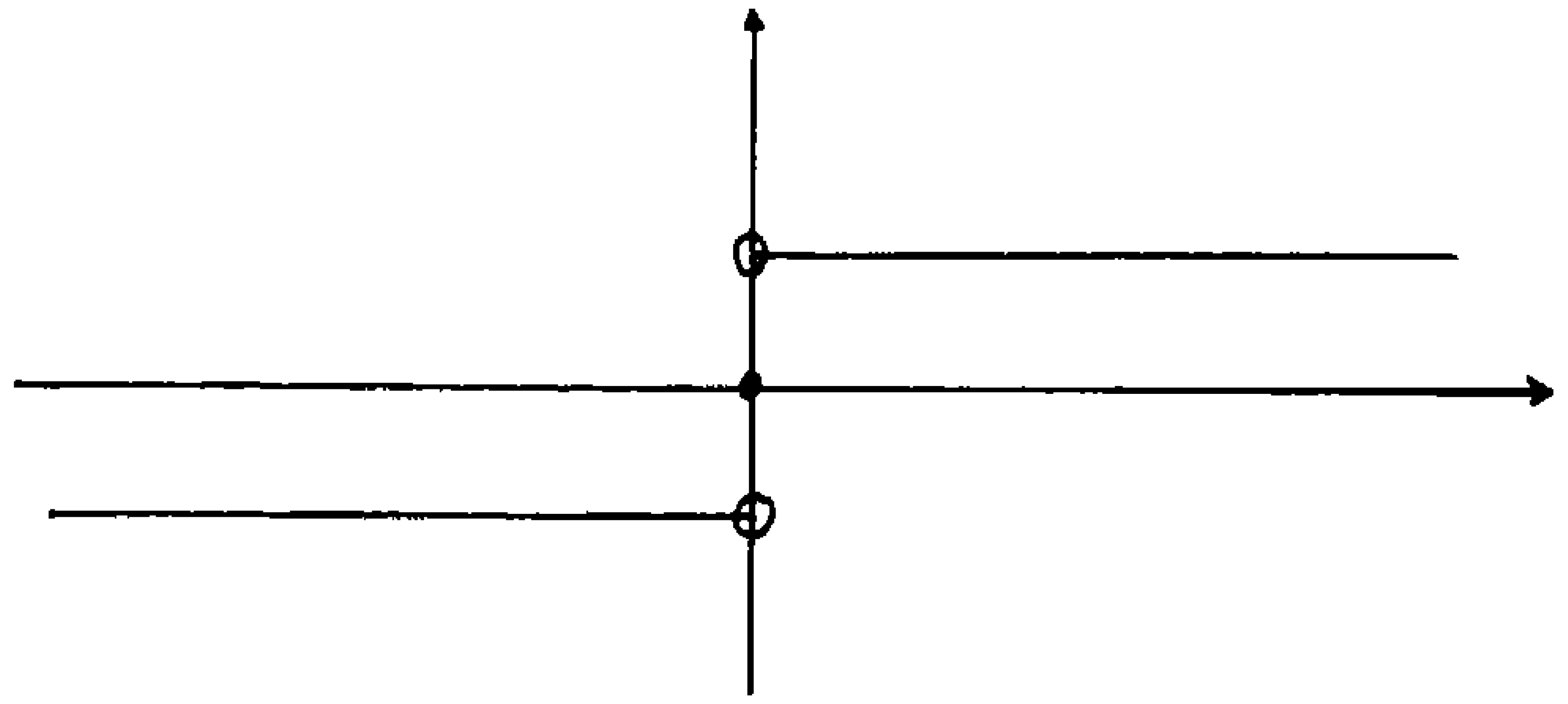
هي الدالة f(x) المعرفة بالقاعدة:

$$f(x) = -1 \quad \text{for } x < 0,$$
$$= 0 \quad \text{for } x = 0,$$
$$= 1 \quad \text{for } x > 1.$$

وتعرف أحياناً بالقاعدة:

$$f(x) = -1 \quad \text{for } x < 0,$$
$$= 1 \quad \text{for } x \geq 1.$$

ويرمز لدالة الإشارة بالرمز sgn x أو sg x.



نفس دالة ϕ لاويْلَر بخصوص الأعداد الصحيحة.
انظر أويلر، وهي عدد الأوْل للعدد الصحيح.
انظر أوْل.

ALMOST PERIODIC FUNCTION دالة دورية تقريباً

(1) لتكن T زمرة طوبولوجية ولتكن $C_o(T)$ جبرية بناخ المكـونة من الدوال الحقيقية المحدودة على T بمعيار العظوم. نقول إن $f\epsilon C_o(T)$ **دالة دورية تقريباً** إذا كانت غلاقة المجموعة $\{R_tf|t\epsilon T\}$ مجموعة متراصة جزئية من $C_o(T)$ حيث $R_tf(s)=f(st)$, $(s,t\epsilon T)$ وأول من أعطى هذا التعريف هو فون نيومان.

(2) نقول إن الدالة الحقيقية f دورية من اليمين تقريباً (حسب بور) إذا كان لكل $\epsilon>0$ مجموعة وصلية جزئية A من T بحيث $|f(ta) - f(t)|<\epsilon$ لكل $t\epsilon T$ و $a\epsilon A$.

والجدير بالذكر هنا أنه إذا كانت الزمرة T آبليه فان التعريفين (1) و (2) يتطابقان.

ويمكن تعريف الدالة الدورية تقريباً على أية زمرة تحـويلية (X,T,π) كما يلي: لتكن $C(X)$ جبرية بناخ المكونة من جميع الدوال الحقيقية المستمرة على X بمعيار العظوم. نقول ان $f\epsilon C(X)$ دالة دورية تقريباً بالنسبة (X,T,π) إذا كـانت غـلاقـة $\{tf|t\epsilon T\}$ مجـموعـة متـراصـة وجـزئيـة من $C(X)$ حيث $tf(x)=f(\pi,(x,y))$.

وإذا كانت X متراصة فإن (X,T,π) تكون **دورية تقريباً** إذا وفقط إذا كانت كل دالة $f\epsilon C(X)$ **دورية تقريباً**.
انظر **دورية تقريباً**.

دالة ذاتية EIGENFUNCTION

انظر قيمة ذاتية.

دالة ليابونوف LIAPUNOV FUNCTION

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً، حيث X فضاء طوبولوجي متراص محلي.
نقول إن الدالة الحقيقية ϕ المعرفة على X دالة ليابونوف بالنسبة لمجموعة جزئية M من X إذا كان:

(1) $\phi(x) = 0$ لكل $x \epsilon M$ و $\phi(x)>0$ لكل $x \notin M$.

(2) $\phi(\pi(x,t)) < \phi(x)$ لكل $x \notin M$ و $t>0$ و $\pi(x,[0,t]) \subset N$ لجوار ما N للمجموعة M.

وتستخدم دالة ليابونوف لتمييز وتصنيف خواص الاستقرار المختلفة. فمثلاً تكون الدالة المتراصة M مستقرة تقاربياً إذا وفقط إذا كانت هناك دالة ليابونوف بالنسبة لـ M بحيث تكون ϕ مستمرة في جوار ما N للمجموعة M.

مثال: ليكن (R^2,R,π) نظاماً ديناميكياً على المستوى R^2 معرّفاً على النحو؛

$$\pi((x,y),t) = (xe^{-t},ye^{-t})$$

إذا عرفنا الدالة الحقيقية ϕ على R^2 كما يلي $\phi(x,y) = x^2 + y^2$ فإن ϕ تكون دالة ليابونوف ومستمرة بالنسبة للمجموعة المكونة من نقطة الأصل $M = \{(0,0)\}$. وبالتالي فإن M مستقرة تقاربياً.

دالة مشاركة COFUNCTION

انظر مثلثي ـ دوال مثلثية مشاركة.

(1) الدالي هو أي شيء يتعلق بالدالة.

(2) أو أن الدالي هو دالة مجالها مجموعة من الدوال C_1 ومداها مجموعة جزئية من مجموعة أخرى C_2 من الدوال. وليس من الضروري أن تكون C_1 مختلفة عن C_2. ويستخدم كثير من المؤلفين التعبير دالي عندما تكون C_2 مجموعة من الدوال، مثل:

$$|y(x)| \text{ و } {}_a\int^b \alpha(x)\, y(x)\, dx$$

وفي المثالين تكون C_2 مجموعة من الأعداد الحقيقية وتكون 1 مجموعة من الدوال الحقيقية y.

أما $\frac{dy(x)}{dx}$, $\alpha(x)\, y(x) + {}_a\int^b\beta(x,s)\, y(s)\, ds$ فداليان تكون فيهما C_1 و C_2 مجموعتين من الدوال. ونقول أن الدالي f المعرف على فضاء المتجهات داليٌّ خطيٌّ إذا كان $f(x + y) = f(x) + f(y)$ و $f(ax) = af(x)$ لكل المتجهات x و y والسلمي a، وإذا كان f حقيقياً أو عقدياً القيمة فإننا نقول أن f مستمر لكل x إذاً وفقط إذا كان لدينا عدد M بحيث $|f(x)| \le M.\|x\|$ لكل x. وأقل عدد M يحقق هذه الخاصية يسمى بمعيار f.

انظر مرافق ــ الفضاء المرافق.

● **تفاضل دالي:**

لنفرض أن $f:C_1 \to C_2$ دالي بين مجموعتي دوال C_1 و C_2 فإننا نعرف **تفاضل** f عند y_0 بزيادة δy بأنه الدالي الجمعي المستمر $\delta f(y_0,\delta y)$، من C_1 إلى C_2 بحيث: $f(y_0 + \delta y) - f(y_0) = \delta f(y_0, \delta y) +$ «حدود من مرتبة عليا في δy»

لكل δy في مجاور ما للدالة الصفرية في C_1.

مثال: إذا كانت كل من C_1 و C_2 فضاء بناخ من الدوال المستمرة الحقيقية y للمتغيرالحقيقي x في $a \le x \le b$ بحيث:

$$\|f\| = \max_{a \le x \le b} |f(x)|$$

والمسافة بين f و g ‏$\|f-g\| = P(f,g)$، فإن $f(y_0,y)$ يسمى بتفاضل فريشيه للدالة f عند y_0 إذا كان $\delta f(y_0,y_0)$ دالياً جمعياً ومستمراً من C_1 إلى C_2 بحيث:

$$f(y_0 + \delta y) - f(y_0) = \delta f(y_0,\delta y) + \|\delta y\| \epsilon (y_0,\delta y)$$

حيث $\|\epsilon(y_0,\delta y)\|$ تؤول إلى الصفر مع $\|\delta y^2\|$ بانتظام لكل الدوال δy المستمرة في $a \leq x \leq b$ وإذا كانت كل من $\alpha(x)$، $\beta(x,s)$ دوالاً معينة فإن تفاضل فريشيه للدالة:

$$f(y) = \alpha(x)\, y(x) + {}_a\int^b \beta(x,s)\, y^2(s)\, ds$$

موجود لكل y_0 في C_1 وهو يساوي:

$$\delta f(y_0,\delta y) = \alpha(x)\ \delta y(x) + 2\ {}_a\int^b \beta(x,s)\, y_0(s)\, \delta y(s)\, ds$$

● **المعين الدالي:**

انظر يعقوبية.

داندولان، جيرمينال بيير DANDELIN, GERMINAL PIERRE (1794-1847)

رياضي بلجيكي ـ فرنسي مختص بحقل الهندسة. وترجع شهرته لاكتشافه (مع كتولية) العلاقة التي تربط بين المقطع المخروطي والكرات المتماسة في مخروطها الدائري (أنظر أسفل كرات داندولان). ويستغرب المرء لعدم اكتشاف علماء الاغريق لهذه العلاقة مع أنهم امتلكوا قدراً هائلاً من المعرفة بخصوص المقاطع المخروطية.

● **كرة داندولان:**

إذا اعتبرنا المخروطي كتقاطع مستوى مع مخروط دائري، فإن كرات داندولان تعرف بأنها تلك الكرات الماسة للمستوى وكذلك للمخروط على طول دائرة من مقاطعة. وللقطع المكافيء كرة داندولان واحدة، أما القطع الناقص أو الزائد فله كرتا داندولان.

والجدير بالذكر هنا أن كرات داندولان تتماس مع المستوى عند بؤرة المخروطي.

DYNE — داين

الداين هو وحدة القوة في النظام (سنتمتر ـ غرام ـ ثانية) وهو يساوي القوة اللازمة لإعطاء كتلة وزنها غرام واحد تسارعاً مقداره سنتمتر واحد في الثانية.

انظر قوة ـ وحدة قوة.

DEGREE — درجة

للدرجة عدة معان واستخدامات نوجزها فيما يلي:

(1) الدرجة هي وحدة قياس زاوي.

انظر **قياس ستوني** ـ القياس الستوني لزاوية.

(2) الدرجة هي وحدة قياس الحرارة.

(3) (أ) **درجة القوس**: انظر **قوس**.

(ب) **درجة المنحنى**. انظر **منحنى** ـ المنحنى المستوى الجبري.

(ج) **درجة المعادلة التفاضلية**: هي درجة أعلى قوة لأعلى مرتبة مشتق. فمثلاً تكون درجة المعادلة:

$$\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^2 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 0$$

إثنان.

انظر **تفاضل** ـ المعادلة التفاضلية العادية.

(د) **درجة امتداد الحقل**: انظر **امتداد** ـ امتداد حقل.

(هـ) **درجة الحرية**: انظر **حرية**.

(و) **درجة كثير الحدود أو المعادلة**: هي درجة أعلى حد فيها، فإذا كان الحد بمتغير واحد فتكون درجته هي قوة هذا المتغير. أما إذا كان الحد بعدة متغيرات فتكون درجته مساوية لجميع قوى هذه المتغيرات. ويمكننا كذلك التحدث عن درجة حد بالنسبة لمتغير معين وفي هذه الحالة تكون درجة الحد بالنسبة لمتغير معين هي قوة هذا المتغير. فمثلاً كثير الحدود $3x^4$ من الدرجة

الرابعة أما $7x^2yz^3$ فمن الدرجة السادسة ولكنه من الدرجة الثانية بالنسبة للمتغير x.

والمعادلة $3x^4 + 7x^2yz^3 = 0$ من الدرجة السادسة ولكنها من الدرجة الرابعة بالنسبة للمتغير x.

(ز) المعادلة العامة من درجة n: انظر **معادلة ـ المعادلة كثيرة الحدود**.

(ح) الدرجة الكروية: انظر كروي.

درجة تحدر — GRADE

ولدرجة التحدر عدة معان نوردها كما يلي:

(1) ميل منحن أو ممر.

(2) ميلان منحن أو ممر أي الزاوية التي يصنعها مع الأفقي.

(3) جيب ميلان الممر.

دقة — PRECISION

● مقياس الدقة:

عندما يتم تحليل أخطاء التقدير فإن مقياس الدقة هو $\frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$ حيث σ^2 هو التباين. كما أن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي، هي:

$$f(t) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2t^2}$$

عندما يكون مقياس الدقة الموافق له هو h.

دقة — ACCURACY

ترد هذه الكلمة عادة في الحسابات العددية وغالباً ما تعني مقدار الخطأ المرتكب.

● دقة الجدول:

وتعني إمـا: (1) عدد الأرقـام العشريـة ذات الدلالـة للوغاريتمـات؛ أو (2) عدد المنازل الصحيحة في الحسابات التي تتم باستعمال الجدول.

دقيق ACCURATE

عندما نقول عن قضية أنها دقيقة نقصد أنها صحيحة وعندما نقول عن حساب أنه دقيق نعني أنه خال من الخطأ العددي.

● **دقيق لمنزلة عشرية معينة:**

يعني أن كل الأرقام التي تسبق المنزلة المعطاة، بما فيها رقم هذه المنزلة، هي صحيحة، أما رقم المنزلة التي تلي فقد تم وضعه 0 إذا كان أقل من 5 أما إذا كان أكبر من 5 فقد وضع 10 (إذا كان هذا الرقم 5 فقد جرى الاصطلاح على وضع 0 أو 10 حسب ما هو ضروري لجعل الرقم الأخير زوجياً). مثلاً العدد 1.26 دقيق لمنزلتين إذا حصلنا عليه من 1.264 أو من 1.256 أو من 1.255.

انظر **تدوير**.

دقيقة MINUTE

(1) الدقيقة هي جزء من ستين من الساعة.

(2) الدقيقة هي وحدة قياس للزوايا وتساوي $\frac{1}{60}$ من الدرجة في النظام الستيني لقياس الزوايا.

دلال FUNCTOR

لتكن $k = (0_k,M_k)$ و $L = (0_L,M_L)$ **طائفتين** حيث تمثل 0_k و M_k مجموعتي **الكائنات** والاقترانات في k و 0_L و M_L مجموعتي الكائنات والاقترانات في L على الترتيب. ويعرف **الدلال موافق التغير** بأنه الدالة F بين طائفتين $k = (0_k,M_k)$ و $L = (0_L,M_L)$ والتي تقرن 0_k بـ o_L وبحيث تأخذ $M_k(a,b)$ إلى $M_L(F(a),F(b))$

لكل a و b في 0_k وبحيث تحقق F الشروط التالية:

(1) إذا كان e_a اقتراناً محايداً في $M_k(a,a)$ فإن $F(e_a)$ يكون الاقتران المحايد في $M_L(F(a),F(a))$.

(2) إذا كان $f \epsilon M_k(a,b)$ و $g \epsilon M_k(b,d)$ فإن $F(gof) = F(g)oF(f)$.

وأما الدلّال مخالف التغير فيعرف بنفس الطريقة باستثناء أن F تأخذ $M_k(a,b)$ إلى $M_L(F(b),F(a))$، وأن $F(gof) = F(f)of(g)$ تستبدل الشرط في (2).

ويعرف **التماثل** بين طائفتين k و L بأنه تقابل بين M_k و M_L له الخاصية التالية:

إذا كانت f و g تقابلان f' و g' على الترتيب فإن fog معرف إذا وفقط إذا كان $f'og'$ معرفاً وحينئذٍ يكون $(fog)' = f'og'$. ومن الواضح أن التماثل دلّال موافق التغير.

DELTA (Δ, δ) **دلتا**

الدلتا هو الحرف الرابع في الأبجدية اليونانية. ويرمز للشكل الصغير منه بالرمز δ والكبير بالرمز Δ.

- **توزيع دلتا:**
  انظر توزيع (2).

- **طريقة دلتا:**
  انظر أربعة ــ طريقة أربع الخطوات.

DIRECTRIX **دليل**

انظر مخروط ــ سطح مخروطي و اسطواني ــ سطوح إسطوانية وهرمي ــ سطح هرمي ومسطر ــ سطح مسطر.

● مستويات دليل مجسم القطع المكافىء الزائدي:

يتقاطع مجسم القطع المكافىء الزائدي $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ مع المستوى $z = 0$ في خطين ℓ_1 و ℓ_2. يشكل الخطان ℓ_1 و ℓ_2 مع المحور z مستويين يسميان بمستويي دليل المجسم.

INDEX **دليل**

هو عدد يستخدم للدلالة على عملية أو مميز خاص.

● **الأدلة الموافقة للتغير والمخالفة للتغير:**

انظر موتر.

● **دليل الشكل التربيعي:**

هو عدد الحدود الموجبة الناتجة عندما يختزل الشكل التربيعي إلى مجموع مربعات باستخدام تحويل خطي. أما دليل **الشكل الهرميتي** فهو عدد الحدود ذات المعاملات الموجبة الناتجة عند اختزال الشكل الهرميتي إلى الصيغة $\sum_{i=1}^{n} a_i z_i \bar{z}_i$ باستخدام تحويل خطي.

انظر **تحويل** ــ تحويل مطابق وتحويل عطفي.

وفي المقابل، فإن دليل **المصفوفة المتناظرة أو الهرميتية** يعرف بأنه عدد العناصر الموجبة الموجودة عند تحويل المصفوفة إلى مصفوفة قطرية.

وتعرف **إشارة** الشكل أو المصفوفة بأنها العدد الناتج من طرح عدد الحدود السالبة من عدد الحدود الموجبة. أما **الرتبة** فتعرف بأنها عدد الحدود غير الصفرية. ويكون لشكلين (أو لمصفوفتين متناظرتين أو هرميتيتين) نفس الرتبة والإشارة إذا وفقط إذا كانا متطابقين أي إذا أمكن تحويل أحدهما للآخر بواسطة تحويل خطي يقبل معكوساً (وتسمى هذه المبرهنة بقانون سيلفستر **للعطالة**).

● **الدليل الحر:**

انظر **تجميع** ــ الاصطلاح التجميعي.

● دليل المصفوفة:

انظر أعلى دليل الشكل التربيعي.

● دليل النقطة بالنسبة للمنحنى:

انظر لفّ ــ عدد اللف.

● دليل الدقة:

انظر دقة ــ مقياس الدقة.

● دليل الجذر:

هو عدد صحيح يوضع على يسار علامة الجذر لتحدد الجذر المطلوب إيجاده، فمثلاً دليل الجذر في العدد $\sqrt[4]{10}$ هو العدد 4. وإذا كان الدليل مساوياً 2 فعادة ما يحذف، فتكتب $\sqrt{x}$ بدلاً من $\sqrt[2]{x}$ للدلالة على الجذر التربيعي اللاسالب للعدد x.

● دليل الزمرة الجزئية:

هو خارج قسمة رتبة الزمرة على رتبة الزمرة الجزئية.

انظر زمرة ولاغرانج ــ مبرهنة لاغرانج.

● دليل الانكسار:

انظر انكسار.

دليل سفلي SUBSCRIPT

عدد أو حرف يكتب بحجم صغير في الركن الأسفل الأيمن أو الأيسر من حرف وذلك كعلامة للتمييز أو كجزء من الرمز المؤثر. ويستخدم للدلالة على قيمة ثابتة من متغير ما أو للتمييز بين مجموعة متغيرات. فمثلاً $a_1,a_2,a_3,...$ ترمز إلى ثوابت. ويرمز D_xf لمشتقة f الأولى بالنسبة إلى x. ويرمز (x_0,y_0) إلى احداثيات نقطة ثابتة في المستوى. والرمز $f(x_1,x_2,...,x_n)$ يرمز إلى دالة في n من المتغيرات.

أما C_r^n فيرمز إلى عدد توافيق n من الأشياء مأخوذة r في كل مرة.

ويستخدم الدليل السفلي الثنائي لكتابة العنصر العام a_{ij} في المعين أو المصفوفة حيث يرمز الدليل السفلي الأول i لرقم الصف ويرمز الدليل السفلي الثاني j لرقم العمود. وأحياناً نحتاج إلى استخدام دليل سفلي ثلاثي أو أكثر من ثلاثي.

دليل علوي SUPERSCRIPT

عدد أو حرف يكتب بحجم صغير في الجهة العليا اليمنى أو اليسرى لحرف معين. ويدل اعتيادياً على القوة أو مرتبة المشتقة. مثل x^5 x^i يدل على القوة الخامسة وقوة i للكمية x على التوالي. ولكن قد يستعمل الدليل العلوي بنفس معنى استعمال الدليل السفلي.

دوّار CIRCULANT

هو معين بحيث تكون عناصر كل صف فيه هي عناصر الصف السابق منقولة إلى اليمين خانة واحدة. (ويوضع العنصر الأخير في الخانة الأولى). وتكون عناصر القطر الرئيسي كلها متساوية. مثلاً:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$$

دواليكي DIALYTIC

- طريقة سيلفستر الدواليكية:

انظر سيلفستر.

دوبان (فرانسوا بيير شارل) DUPIN (1873-1784)

طبيب ورياضي فرنسي اشتغل بالهندسة التفاضلية.

● **مبين دوبان لسطح عند نقطة:**

إذا أخذنا المماسين ζ و η لخطوط التقوس عند النقطة P على السطح S وكان نصفا قطر التقوس الرئيسي للسطح S عند النقطة P هما ρ_1 و ρ_2 فإن مبين دوبان للسطح S عند النقطة P يعطى بالشكل:

$$\frac{\zeta^2}{\rho_1} + \frac{\eta^2}{\rho_2} = \pm 1 \quad (1)$$

أو

$$\frac{\zeta^2}{|\rho_1|} + \frac{\eta^2}{|\rho_2|} = 1 \quad (2)$$

أو (3) $\zeta^2 = |\rho_1|$.

ويعتمد مبين دوبان على قيمة التقوس الكلي. وتمثل المعادلة (1) المبين إذا كان التقوس الكلي سالباً وتمثله المعادلة (2) إذا كان التقوس الكلي موجباً. كما أن المعادلة (3) تمثل المبين إذا كان التقوس الكلي $\frac{1}{\rho_2}$ صفراً.

وإذا تقاطع السطح S مع مستو مواز للمستوى المماس للسطح عند P فإن منحنى التقاطع يكون على وجه التقريب مشابهاً لمبين دوبان للسطح S عند النقطة P. وفي حالة ما إذا كان تقوس السطح S عند النقطة P سالباً، فإن منحنى التقاطع هذا يكون مشابهاً لأحد القطوع الزائدة التي يمثلها مبين دوبان.

ولذلك، فإن النقطة على السطح S تسمى **ناقصية** أو **زائدية** أو **مكافئية** إذا كان التقوس الكلي للسطح عند النقطة موجباً أو سالباً أو صفراً على الترتيب.

دور — PERIOD

● **متوازي أضلاع الأدوار:**

هو متوازي الأضلاع الذي رؤوسه z_0، $z_0 + \eta$، $z_0 + \eta'$، $z_0 + \eta + \eta'$، حيث η, η' هما دوران **لدالة عقدية مضاعفة الدورية**، حيث $\eta \neq k\eta'$ من أجل أي عدد حقيقي k. كما نشير إلى أن η و η' لا يشكلان بالضرورة زوجاً دورياً بدائياً.

● **زوج دوري بدائي:**

نقول عن دورين w و w′ لدالة مضاعفة الدورية بأنهما **زوج دوري بدائي**

إذا كان أي دور للدالة يعطى بالشكل $m'w + m'w$ حيث m و m' أعداد صحيحة.

انظر دوري ــ **دالة دورية للمتغير العقدي**.

يسمى هذا الزوج أحياناً زوج دوري أساسي.

● **دور كسر عشري:**

عندما تتكرر مجموعة أرقام عشرية بعد الفاصلة في كسر نسميه كسراً عشرياً دورياً. أما دوره فهو عدد عناصر مجموعة الأرقام المكررة فدور العدد 2,32251251251 يساوي 3.

● **دور دالة:**

انظر دوري ــ **دالة دورية**.

● **دور عنصر في زمرة:**

هو أقل قوة يرفع إليها العنصر لنحصل على العنصر المحايد. وتسمى هذه القوة أحياناً **مرتبة العنصر**.

مثال: لتكن لدينا زمرة جذور المعادلة $x^6 = 1$ والضرب العادي هو العملية عليها. عندئذٍ يكون دور العنصر $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$ يساوي 3 لأن $(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3})^3 = 1$ بينما $(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3})^2 \neq 1$.

● **منطقة الدور:**

من أجل دالة دورية لمتغير عقدي هي شريط الدور البدائي إذا كانت الدالة بسيطة الدور. وهي **متوازي الأضلاع الدوري البدائي** إذا كانت الدالة مضاعفة الدور.

● **دور حركة توافقية بسيطة:**

انظر **توافقي**.

● **متوازي أضلاع الدور البدائي:**

إذا كان الدوران w . w' لدالة مضاعفة الدورية ذات متغير عقدي،

يشكلان زوجاً دورياً بدائياً. فإن متوازي أضلاع الدور البدائي لتلك الدالة هو متوازي أضلاع رؤوسه:

$$z_0, z_0 + w, z_0 + w', z_0 + w + w'$$

وينتمي الرأس z_0 والضلعان المجاوران له ماعدا نقطتي نهايتيهما إلى متوازي الأضلاع، أما الضلعان الآخران فلا ينتميان إلى متوازي الأضلاع. وهكذا، فإن كل نقطة من المستوى تنتمي إلى متوازي أضلاع واحد في مجموعة متوازيات أضلاع الدور البدائي التي تتراصف لتملأ المستوى.

● **شريط دور بدائي:**

إذا كانت f دالة بسيطة الدورية في المتغير z في المجال D وكان w هو الدور البدائي، فإن المنطقة المحصورة بين الخط C مع صورة C عند انسحابها بمقدار w تسمى شريط الدور البدائي.

● **دور منتقى من جدول منتقى للوفيات:**

انظر منتقى.

دوران REVOLUTION

● **محور الدوران:**

انظر **سطح ـ** سطح دوراني؛ وانظر **مجسم** دوراني أدناه.

● **مخروط دوراني، اسطوانة دورانية، مجسم قطع ناقص دوراني:**

انظر **مخروط، اسطوانة، مجسم قطع ناقص.**

● **مجسم دوراني:**

هو مجسم يتولد من تدوير منطقة مستوية حول خط مستقيم يسمى محور الدوران ويمكن أن نحسب حجم المجسم الدوراني بإحدى طريقتين (بدون استخدام مكاملة مضاعفة).

أولاً ــ طريقة الفلكة: نأخذ مستوياً عمودياً على محور الدوران ويقطع المجسم الدوراني في منطقة محصورة بين دائرتين متمركزتين، وليكن r_1 نصف

قطر الدائرة الصغرى و r_2 نصف قطر الدائرة الكبرى. ولنفرض أن h مقياس على امتداد محور الدوران وأن h_2,h_1 أصغر وأكبر قيمة لـ h يتقاطع فيهما المستوى والمجسم. باستخدام عنصر الحجم $\pi(r_2^2 - r_1^2)dh$ يكون حجم المجسم (حيث r_2,r_1 دالتان في h):

$$\pi \int_{h1}^{h2} (r_2^2 - r_1^2)dh$$

إذا كان محور x هو محور الدوران وكانت المنطقة المستوية محصورة بين محور x والمنحنى $y = f(x)$، والمستقيمان $x = b,\ x = a$ فيكون عنصر الحجم قرصاً (حيث $r_1 = 0$) ويكون حجم المجسم الدوراني هو $\pi \int_a^b f^2(x)dx$.

ثانياً ـ طريقة القشرة: لتكن المنطقة المستوية على الجهة الموجبة من محور الدوران، ولنأخذ مستقيماً يبعد مسافة x عن محور الدوران ويوازيه ويقطع المنطقة المستوية في قطعة (أو قطع) مستقيمة طولها الكلي $L(x)$. ويكون عنصر الحجم $2\pi L(x)dx$ قيمة تقريبية للحجم الناتج من تدوير شريط رقيق عرضه dx وطوله $L(x)$ حول محور الدوران ويُعطى الحجم الكلي بهذه الطريقة للمجسم الدوراني بالعلاقة $2\pi \int_{x_1}^{x_2} xL(x)dx$ حيث x_1 و x_2 أصغر وأكبر مسافة بين المنطقة المستوية ومحور الدوران.

- **سطح دوراني:**

انظر سطح.

CURL **دوران**

يعرف دوران دالة متجهية القيمة $F(x, y, z)$ بأنه

$$\vec{i} \times \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + j \times \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} + \vec{k} \times \frac{\partial \vec{F}}{\partial z}$$

ويرمز له بالرمز $\nabla \times F$ حيث $\nabla = i \dfrac{\partial}{\partial x} + j \dfrac{\partial}{\partial y} + k \dfrac{\partial}{\partial z}$

مثال: إذا كانت F هي سرعة سائل متحرك عند النقطة $P(x, y, z)$ فإن $\frac{1}{2}\nabla \times F$ يمثل السرعة الزاوية المتجهة لجزء متناه في الصغر من السائل حول P.

انظر متجه ـ مركبات المتجه.

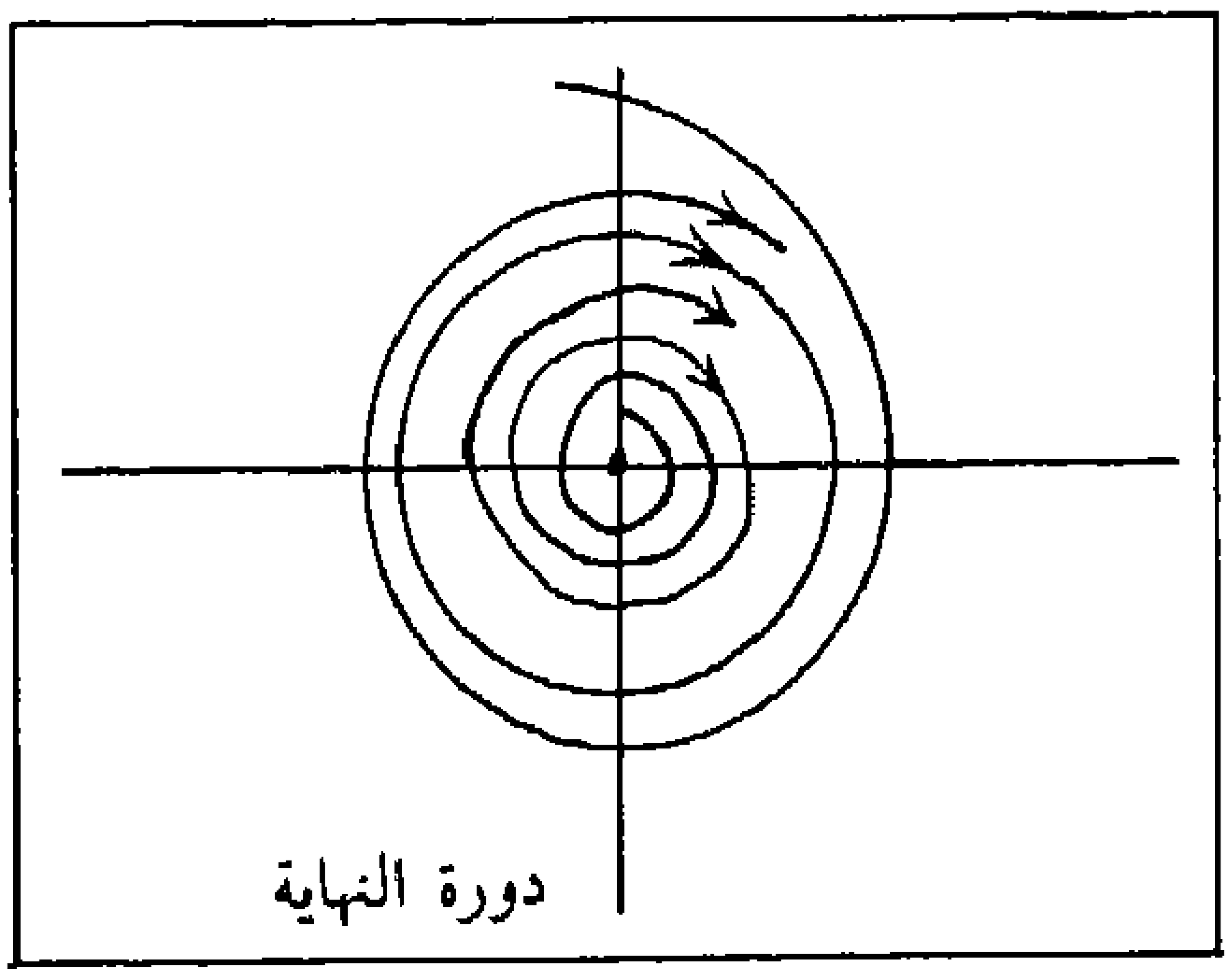
دورة CYCLE

انظر سلسلة ــ سلسلة مبسطات؛ تبديل (2).

دورة النهاية LIMIT CYCLE

لنعتبر جملة المعادلتين التفاضليتين (1) $x^{\cdot} = P(x,y) \quad y^{\cdot} = Q(x,y)$
حيث Q, P ومشتقاتها الجزئية الأولى مستمرة في مجال Γ في المستوى. ويسمى المجال Γ بفضاء الطور للنظام (1).

إذا كانت K دورة في فضاء الطور (الدورة هي منحنى مغلق في المستوى يمثل مسار حل دوري للنظام (1)) فإننا نقول إن K **دورة النهاية** إذا كان هناك جوار K,V بحيث لا يكون أي مسار مار في V دورة.



مثال: لنعتبر جملة المعادلتين

$$\left.\begin{aligned} x^{\cdot} &= y + x(1 - x^2 - y^2) \\ y^{\cdot} &= - x + y(1 - x^2 - y^2) \end{aligned}\right\} (2)$$

للنظام (2) حل دوري معادلته
$x(t) = \cos t,\ y(t) = - \sin t$

ويقابل هذا الحل الدورة $K(x^2 + y^2 = 1)$ وهي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1. أما الحلول الأخرى فمعادلاتها هي:

$$\theta(t) = - (t - \alpha),\ r(t) = (1 + ce^{-2t})^{\frac{1}{2}} \qquad (3)$$

حيث (r,θ) تمثل إحداثيات قطبية للنقاط. والمعادلات (3) تمثل عائلة من الحلزونيات داخل K وتتقارب في اتجاه K عندما $t \to \infty$ بشرط أن تكون $C > 0$. أما إذا كانت $C < 0$ فإن الحلزونيات تكون خارج K وتتقارب في اتجاه K عندما $t \to \infty$.

دورة مقابلة — COCYCLE

انظر شباه مقابل ـ زمرة الشباه المقابل.

دوروي — CYCLIC

- تبديل دوروي:

انظر تبديل (2).

- حلقية دوروية:

انظر حلقية.

- زمرة دوروية:

انظر زمرة.

- مضلع دوروي:

هو مضلع تقع كل رؤوسه على دائرة.

يكون الشكل الرباعي المحدب دوروياً إذا وفقط إذا كانت الزوايا المتقابلة متكاملة.

انظر **بطليموس** ـ مبرهنة بطليموس.

دوري — PERIODIC

- دالة قرب دورية:

نقول بأن الدالة المستمرة f هي دالة قرب دورية بانتظام إذا كانت المجموعة S لجميع قيم t المحققة للمتباينة $|f(x + t) - f(x)| < \varepsilon$

من أجل جميع قيم x وأي $\varepsilon > 0$ **كثيفة نسبياً في مجموعة** تعريف الدالة. أي أنه يوجد عدد M بحيث تحتوي أي فترة طولها M على عنصر واحد على الأقل من المجموعة S.

ونشير هنا إلى أن المجموعة $H = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ هي مجموعة كثيفة

نسبياً في $(-\infty, +\infty)$ لأن أي فترة طولها 1 تحتوي على عنصر من H. بينما المجموعة $\{0, \pm 1^2, \pm 2^2, ...\}$ ليست كثيفة نسبياً.

مثال: الدالة $f(x) = \sin 2\pi x + \sin 2\pi x \sqrt{2}$

هي دالة قرب دورية بانتظام لأن $|f(x + t) - f(x)|$

يبقى صغيراً طالما $t\sqrt{2}$ قريب من عدد صحيح و t عدد صحيح.

وتكون الدالة f قرب دورية **بانتظام** إذا وفقط إذا كانت توجد متتالية متقاربة بانتظام إلى f في مجاميع مثلثية منتهية، بحيث تتكون حدود هذه المجاميع من الشكل

$b'_r \sin r x$ $\qquad\qquad$ $a_r \cos r x$

وبحيث لا تكون r عدداً صحيحاً بالضرورة.

ونشير هنا إلى أن هناك عدداً كبيراً من التعاريف المعممة لمفهوم قرب الدورية كأن نستبدل مثلاً بالعبارة $|f(x+t) - f(x)|$ الواردة في التعريف أعلاه **أصغر حد علوي للعبارة** $[\frac{1}{k} \int^{x+k} |f(x + t) - f(x)|^p dx]^{\frac{1}{p}}$

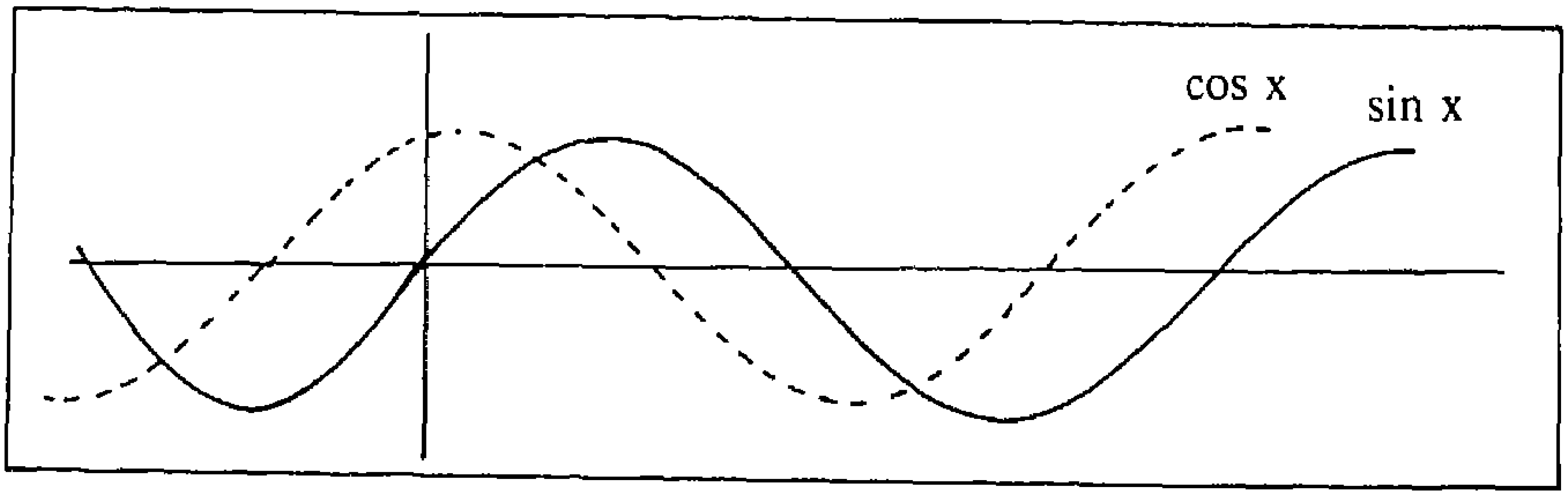
من أجل أي قيمة محددة k, $-\infty < x < +\infty$ أو بنهاية هذه العبارة عندما $k \to \infty$. انظر بوهر.

- **كسر دوري مستمر:**

انظر كسر ـ كسر مستمر.

- **منحنيات دورية:**

هي منحنيات تتكرر تراتيبها على مسافات متساوية لمحور الفصول مثل $\cos x, \sin x$ التي تتكرر تراتيبها كل 2π.



● **عشري دوري:**

انظر عشري.

● **دالة دورية لمتغير عقدي:**

نقول بأن f(z) دالة دورية في المتغير العقدي z في المجال D إذا كانت f تحليلية في D ولا تساوي مقداراً ثابتاً، وإذا كان هناك عدد عقدي $w \neq 0$ بحيث ينتمي $z + w$ إلى D إذا كان $z \in D$ وبحيث $f(z + w) = f(z)$ ونسمي w عندئذ **دور الدالة f**.

ونقول بأن w **هو دور بدائي** (أساسي) للدالة f إذا لم يوجد أي دور للدالة f من الشكل αw حيث α حقيقي و $|\alpha| < 1$.

● **دالة بسيطة الدورية:**

نقول بأن الدالة f(z) بسيطة الدورية في المتغير العقدي z إذا كان لهذه الدالة دور بدائي w ولم يكن لها أي دور آخر سوى $\pm w, \pm 2w, \ldots$.

● **دالة مضاعفة الدورية:**

هي دالة دورية في المتغير العقدي z ولكنها ليست بسيطة الدورية.

ويمكن أن يبرهن أنه إذا لم تكن الدالة بسيطة الدورية فإنه يوجد دوران بدائيان w, w' بحيث يمكن كتابة أي دور آخر بالشكل $mw + nw'$ حيث m و n صحيحان لا ينعدمان بوقت واحد معاً. وهذا ما يعرف عادة بإسم **مبرهنة يعقوبي**.

انظر ناقصي ــ دالة ناقصة.

● **دالة دورية لمتغير حقيقي:**

هي الدالة f(x) التي تحقق $f(x + \alpha) = f(x)$ من أجل جميع قيم x في مجال التعريف ومن أجل عدد موجب ثابت α.

فإذا كان هناك عدد موجب أصغر p يتحقق من أجله

$$f(x + p) = f(x)$$

من أجل جميع قيم x (أو إذا كان f(x)، f(x + p) غير معرفين معاً) فإن p يسمى دور الدالة f.

مثال: من أجل $f(x) = \sin x$ فإن $\sin(x + 6\pi) = \sin x$ من أجل جميع قيم x. أما الدور فهو 2π راديان لأنه لا يوجد عدد أصغر من 2π يحقق العلاقة

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

من أجل جميع قيم x.

● **تردد دالة دورية:**

في فترة معطاة يساوي ناتج قسمة طول الفترة على دور الدالة. وبصورة أوضح فإن تردد الدالة في فترة I يساوي عدد المرات التي تكرر فيها الدالة نفسها في تلك الفترة.

وهكذا فإن تردد الدالة $\sin x$ في فترة طولها 2π يساوي 1ω بينما يكون تردد الدالة $\sin 2x$ مساوياً 2 في نفس الفترة. أما تردد الدالة $\sin 6x$ فيساوي 6 في الفترة 2π.

● **حركة دورية:**

هي حركة تكرر نفسها كدوران الأرض حول نفسها.

انظر **توافقي ــ حركة توافقية بسيطة**.

دوري PERIODIC

● **النقطة الدورية في النظام الديناميكي** (أو المدار الدوري):

ليكن (X, R, π) أو $[(X, Z, \pi)]$ نظاماً ديناميكياً. نقول إن $x \in X$ نقطة دورية (أو أن لها مداراً دورياً) إذا كان هناك $T \neq 0$ $(T \in R \quad T \in Z)$ حيث R تمثل الأعداد الحقيقية و Z تمثل الأعداد الصحيحة بحيث يكون $\pi(x,T) = x$.

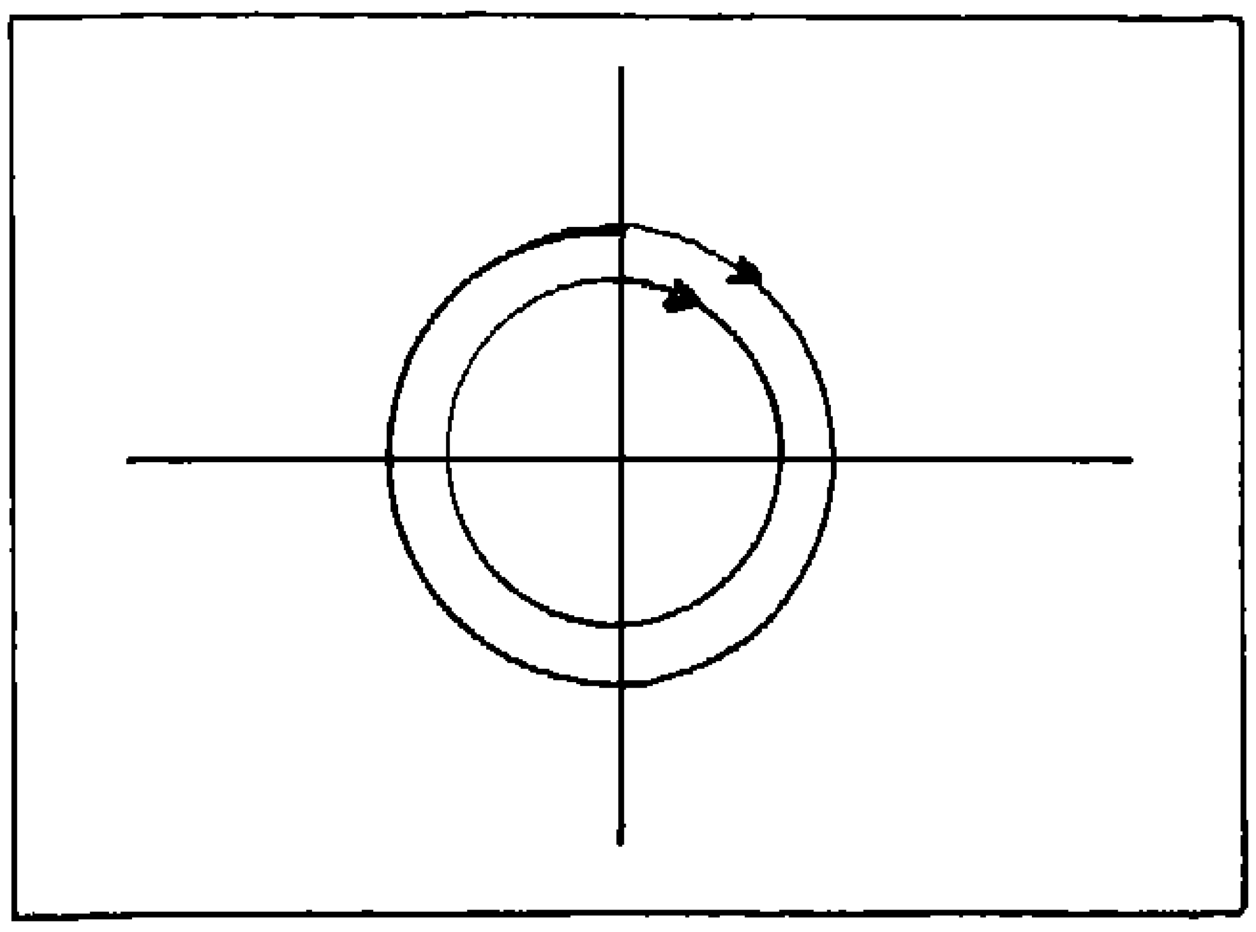
وهذا يكافىء القول بأن $\pi(x,t + T) = \pi(x,t)$ لكل $t \in R$ (أو $t \in Z$) ويسمى العدد T **بدوره النقطة** x.

مثال: ليكن $X = R^2$ و

$$\pi((x,y), t) = (x \cos t + y \sin t, -x \sin t + y \cos t)$$

نلاحظ هنا أن كل نقطة في المستوى (ما عدا نقطة الأصل) هي نقطة

دورية. ومعادلة المدار للنقطة (x_0, y_0) هي $x^2 + y^2 = x_0^2 + y_0^2$ وهي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$. أما النقطة (0,0) فهي راقدة.



انظر راقد.

والجدير بالذكر هنا أن هذا النظام الديناميكي يمثل نظام المعادلات التالي:

$$x'_1 = x_2$$

$$x'_2 = -x_1$$

PERIODIC — دوري

- **تردد دالة دورية:**

انظر **دوري** ـ دالة دورية بمتغير حقيقي.

ALMOST PERIODIC — دوري تقريباً

- **نقطة دورة تقريباً** (أو مسار دوري تقريباً):

(1) ليكن (X, R, π) نظاماً ديناميكياً حيث X فضاء مقيس ولتكن $x \in X$. نقول إن النقطة x **دورية تقريباً** إذا كان لكل $\epsilon > 0$ هناك **مجموعة جزئية كثيفة نسبياً** من الأعداد الحقيقية $\{\tau_n\}$ بحيث $d(\pi(x,t), \pi(x, t + \tau_n)) < \epsilon$ لكل $t \in R$ ولكل τ_n.

من الواضح أن كل نقطة راقدة أو **دورية** تكون دورية تقريباً.

كما أن كل نقطة دورية تقريباً تكون **نقطة معاودة**.

انظر **راقد** و **دوري** و **معاودة**.

وإذا كان الفضاء X تاماً أو متراصاً محلياً فإن النقطة x تكون دورية تقريباً إذا وفقط إذا كانت غلاقة مدار X $Cl\,[C(x)]$ **مجموعة أصغرية ومتراصة**.

انظر **أصغري ومتراص**.

(2) لتكن (X, T, π) زمرة تحويلية و $x \in X$. نقول ان x دورية تقريباً إذا

كان لكل جوار U للنقطة x هناك مجموعة وصلية A في T بحيث $\pi(x,t) \in U$ لكل $t \in A$ أي $\pi(x,A) \subset U$.

انظر وصلي.

ونقول إن (X, T, π) دورية تقريباً نقطياً إذا كانت كل نقطة في X دورية تقريباً. كما نقول أن (X, T, π) **دورية تقريباً بانتظام**، وإذا كان لكل $\epsilon > 0$ مجموعة وصلية A في T بحيث $\pi(x,A) \subset S(x,\epsilon)$ حيث $S(x,\epsilon)$ كرة مركزها x ونصف قطرها ϵ. وإذا كانت X فضاء منتظماً له بنية منتظمة U فإننا نستطيع أن تستبدل بكل «$\epsilon > 0$» العبارة «لكل دليل $\alpha \in U$» وبدلاً من «$S(x,\epsilon)$» نضع الجوار $x\alpha$ عند تعريف الزمرة التحويلية الدورية تقريباً بانتظام.

دوري تقريباً بضعف WEAKLY ALMOST PERIODIC

لتكن (X, T, π) زمرة تحويلية حيث X فضاء منتظم له بنية منتظمة U. نقول أن T **دورية تقريباً** بضعف إذا كان لكل $\alpha \in U$ يوجد **مجموعة وصلية** A جزئية من T ومجموعة متراصة K جزئية من T بحيث لكل $x \in X$ هناك مجموعة وصلية B جزئية من T وتحقق $A \subset BK$ و $\pi(x,B) \subset x\alpha$ حيث $x\alpha = \{y \in X|(x,y) \in \alpha\}$.

انظر زمرة تحويلية ووصلي وفضاء منتظم.

ويمكن البرهنة على أن العبارات التالية متكافئة:

(1) T **دورية تقريباً بضعف**.

(2) إذا كانت $\alpha \in U$ فإن هناك مجموعة متراصة K جزئية من T، بحيث $x \in X$ يؤدي إلى وجود مجموعة جزئية A من T بحيث $T = AK$ و $\pi(x,A) \subset x\alpha$.

(3) لكل $\alpha \in U$ هناك $\beta \in U$ ومجموعة متراصة K جزئية من T بحيث إذا كان $x \in X$ فإن

$$\pi(x\beta, T) \subset \pi(x\alpha, K)$$

أو

$$\pi(x, T)\beta \subset \pi(x, K)\alpha$$

دوري تقريباً بضعف (محلياً) LOCALLY WEAKLY ALMOST PERIODIC

لتكن (X, T, π) زمرة تحويلية. نقول إن T **دورية تقريباً بضعف (محلياً)** عند x أو أن x **دورية تقريباً بضعف محلياً** إذا كان لكل جوار U للنقطة x جوار V للنقطة x ومجموعة وصلية A جزئية من T ومجموعة متراصة K جزئية من T بحيث $y \in V$ يؤدي إلى وجود مجموعة وصلية B جزئية من T بحيث $A \subset BK$ و $\pi(y,B) \subset U$.

وإذا كانت T **دورية تقريباً بضعف محلياً** عند x فإن T تكون **دورية تقريباً بضعف محلياً** عند كل نقطة (x,t) في مدار $x(t \in T)$.

ويمكن البرهنة على أن العبارات التالية متكافئة إذا كان X فضاء متراصاً محلياً.

(1) T دورية تقريباً بضعف محلياً عند كل نقطة في X.

(2) T دورية تقريباً بضعف محلياً (بتقطع) عند كل نقطة في X.

(وكلمة بتقطع تستخدم هنا للدلالة على أن طوبولوجيا T طوبولوجيا متقطعة).

(3) تشكل العائلة المكونة من علاقات مدارات نقط X **تفريقاً** مثيل المستمر العلوي.

والجدير بالذكر هنا أنه إذا كان X فضاء متراصاً محلياً فإن T تكون دورية تقريباً بضعف محلياً عند كل نقطة في X إذا وفقط إذا كان (X, T, π) ذا **مميز مستقري صفري**.

انظر مميز مستقر صفري.

دوري تقريباً بنظام REGULARLY ALMOST PERIODIC

لتكن (X, T, π) زمرة تحويلية حيث X فضاء منتظم وله بنية منتظمة U.

أنظر زمرة تحويلية و فضاء منتظم.

نقول إن T **دورية تقريباً بنظام** عند $x \in X$ أو أن x **دورية تقريباً بنظام**

تحت تأثير T إذا كان لكل جوار V للنقطة x **زمرة وصلية لا متغيرة** A جزئية من T بحيث $\pi(x,A) \subset V$.

كما نقول أن T **دورية تقريباً بنظام** إذا كان لكل $\alpha \in U$ زمرة وصلية لا متغيرة A جزئيـة من T بحيث يكون $\pi(x,A) \subset x\alpha$ لكـل $x \in X$ حيث $x\alpha = \{y \in X|(x,y) \in \alpha\}$.

وإذا كانت T دورية تقريباً بنظام عند $x \in X$ فإنها تكون دورية بنظام عند كل نقطة $\pi(x,t)$ في مدار x $(t \in T)$.

دورية — PERIODICITY

- **دورية دالة أو منحن:**

هي خاصية كون الدالة أو المنحنى دورياً أو له دور.

دوموافر، ابراهام — DEMOIVRE, (1667-1754)

عالم في الإحصاء والاحتمالات والتحليل. ولد في فرنسا وتعلم في بلجيكا وعاش في بريطانيا واشتهر اسمه للأعمال التي قام بها في علم الإحصاء ولنظريته المشهورة المسماة بنظرية دوموافر من بعده.

- **نظرية دوموافر:**

هي قاعدة لرفع أي عدد عقدي لقوة معينة إذا كان هذا العدد معبراً عنه بالإحداثيات القطبية.

وتنص القاعدة على رفع القيمة المطلقة للعدد العقدي للقوة المعطاة وضرب سعته بنفس هذه القوة.

لنفرض أن z عدد عقدي وأن $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ وأن نظرية دوموافر تنص على ما يلي:

$$[r(\cos\theta + i \sin\theta)]^2 = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

فمثلاً:

$$(2 + i\,2)^2 = [2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)]^2$$
$$= 4(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$$
$$= 4i$$

دومورغان، أوغسطس DE MORGAN, AUGUSTUS (1806-1871)

هو عالم بريطاني اشتغل في علوم المنطق والإحصاء والتحليل.

● **صيغ دومورغان:**

لنفرض أن X هي المجموعة الشاملة وأن S مجموعة جزئية من X فإن S^c يدل على متممة S، وتنص صيغ دومورغان على أنه لأي مجموعتين A وB في X فإن

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

وبشكل عام إذا كانت $\{A\alpha\}$ عائلة من المجموعات في X فإن

$$(\cup A\alpha)^c = \cap A_\alpha^c$$

$$(\cap A\alpha)^c = \cup A_\alpha^c$$

حيث $\alpha \in I$ و I مجموعة الأعداد الصحيحة.

دون استبدال WITHOUT REPLACEMENT

● **معاينة بدون استبدال:**

هي طريقة سحب عينات من مجتمع إحصائي لا يسمح فيها بإرجاع العنصر المسحوب إلى المجتمع قبل سحب العنصر الذي يليه.

انظر استبدال، عشوائي ــ عينة عشوائية بسيطة؛ وانظر عينة.

دون مبرمل

نقول عن فضاء محدب محلياً E أنه **دون مبرمل** إذا كان كل برميل ممص في E جــواراً لنقطــة الأصل 0. ومن الواضح أن كل فضاء مبرمل هو دون مبرمل. أما العكس فغير صحيح، فهناك فضاءات دون مبرملة ولكنها ليست مبرملة.

دوني TESSERAL

● توافقي دوني:

انظر توافقي.

دوهاميل (جان ماري كونستان)

DUHAMEL, JEAN MARIE CONSTANT (1797-1872)

هو عالم فرنسي اهتم بالتحليل والرياضيات التطبيقية.

● مبرهنة دوهاميل:

لتكن لدينا الدوال $\alpha_i(n)$ في n و $i = 1,2,\ldots,n$ والدوال $\beta_i(n)$ في n و $i = 1,2,\ldots,n$ حيث أنه لكل $\epsilon>0$ هناك عدد صحيح موجب N بحيث تتحقق المتباينة $|\beta_i(n)/\alpha_i(n)| < \epsilon$ لكل $n>N$، إذا كانت $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(n) = L$ عندئذٍ فإن:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [\alpha_i(n) + \beta_i(n)] = L$$

هذا ويمكن صياغة الشرط الموضوع على $\beta_i(n)$ في المبرهنة بالقول أن $\frac{\beta_i(n)}{\alpha_i(n)}$ تقترب بانتظام من الصفر.

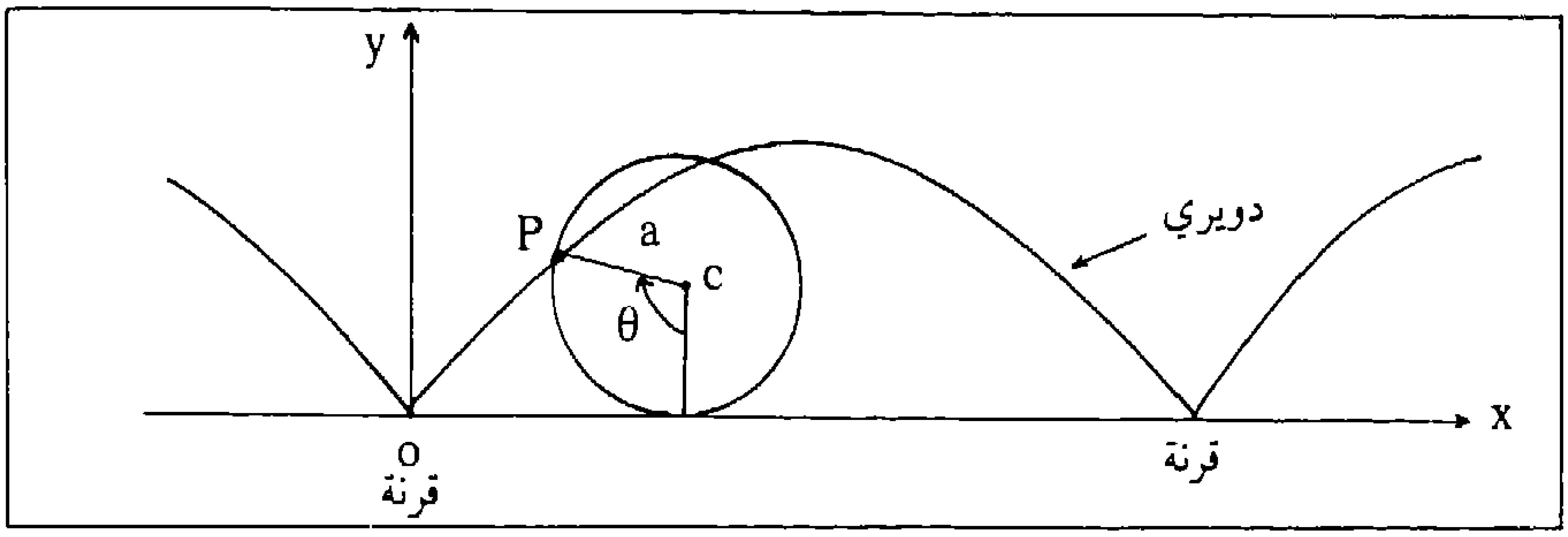
مثال: ليكن $\alpha_i(n) = \frac{1}{n}$، $\beta_i(n) = \frac{1}{n^2}$، وفي هذه الحالة فإن $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(n) = 1$ وبالتالي $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(n) = 1$. كما أن $\frac{\beta_i}{\alpha_i} = \frac{1}{n}$ تقترب من الصفر بانتظام. ولذا فإننا نستطيع تطبيق مبرهنة دوهاميل لاستنتاج أن $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [\alpha_i(n) + \beta_i(n)] = 1$.

دويرة CYCLIDE

● دويرات دوبان:

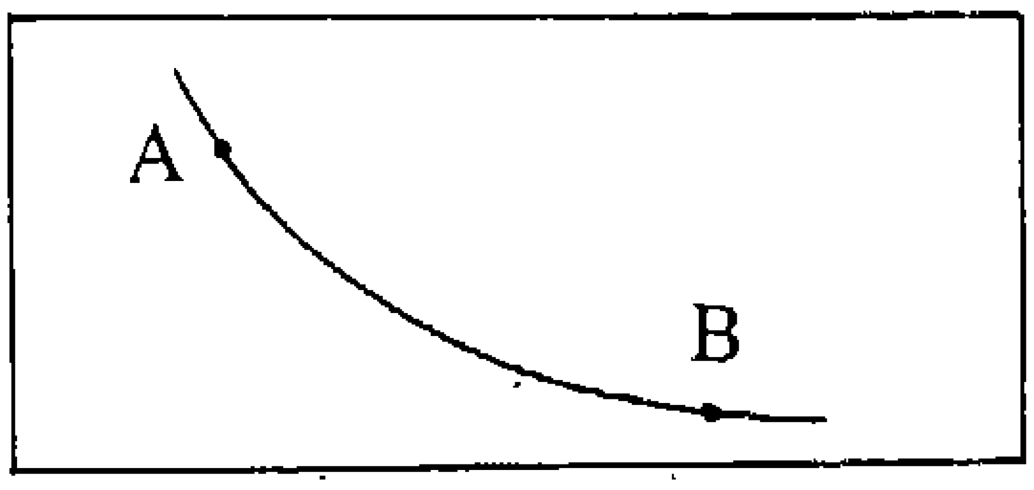
هي غلاف عائلة الكرات المماسة لثلاث كرات ثابتة.

لتكن P نقطة ثابتة على محيط دائرة. إن الدويري هو المحل الهندسي للنقطة P عندما تتدحرج الدائرةعلى خط مستقيم يسمى **خط القاعدة**. وليكن C مركز الدائرة و a نصف قطرها. ولتكن θ الزاوية المركزية للدائرة التي يصنعها المستقيم CP عندما تنتقل النقطة الثابتة من نقطة الأصل 0 إلى P حيث نعبر عن θ بقياس راديان ونعتبر اتجاهها الموجب باتجاه عقارب الساعة. إن المعادلات الوسيطية للدوري هي $y = a(1 - \cos\theta),\ x = a(\theta - \sin\theta)$.



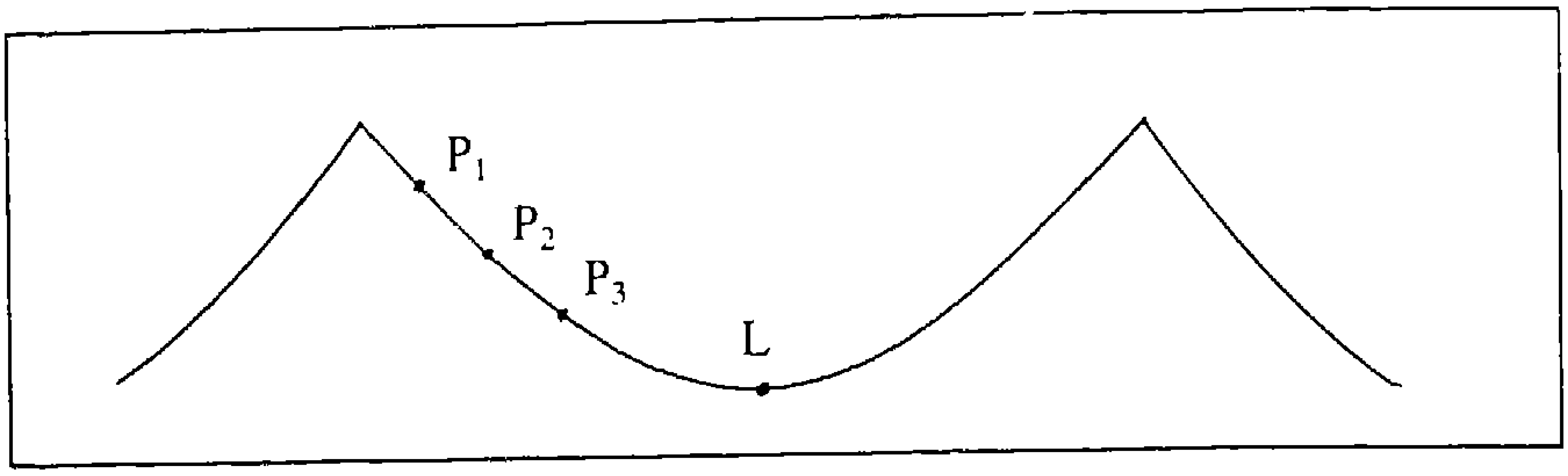
إن للدويري قرنة عند كل نقطة يمس بها خط القاعدة حيث تساوي المسافة المستقيمة بين قرنتين متجاورتين $2\pi a$. أما طول الدويري بين قرنتين تفصلهما مسافة L فيساوي $4L/\pi$. وللدويري تطبيقات مفيدة خاصة في علم الميكانيك، منها:

أولاً: إن الدويري المقلوب هومنحنى النزول الأسرع لجسيم ينزلق بفعل الجاذبية فقط وبدون احتكاك. أي أن أقصر زمن يستغرقه جسيم للانزلاق على منحنى ما من النقطة A إلى نقطة B، أوطأ من A ولا تقع على امتداد خطاً رأسي يمر خلال A، هو عندما يكون ذلك المنحنى دويرياً مقلوباً.



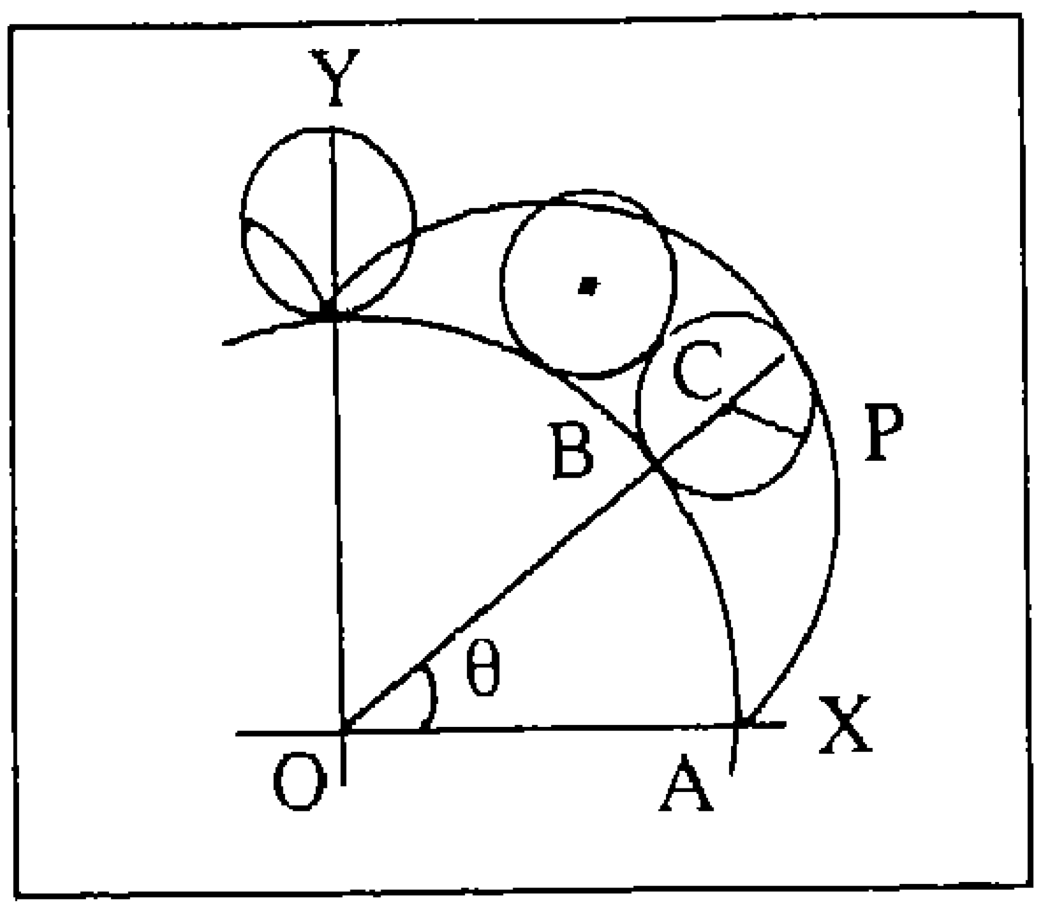
ثانياً: لقد برهن هايغنز أن الدويري المقلوب **متواقت**. فإذا كانت L أوطأ نقطة على فرع الدويري المقلوب، فإن الزمن اللازم لانزلاق جسيم (بفعل الجاذبية فقط وبدون احتكاك) على فرع الدويري المقلوب إلى النقطة L يكون

ثابتاً مهما كانت نقطة بداية الانزلاق. أي إذا انزلق الجسيم من موقع P_1 أو P_2 أو P_3 فإنه يستغرق نفس الزمن للوصول إلى L. وكنتيجة لهذه الخاصية فإن دور النواس الدويري لا يعتمد على سعة التذبذب.



دوري خارجي EPICYCLOID

هو المحل الهندسي لنقطة P على دائرة تتدحرج على خارج دائرة معطاة ثابتة تقع في مستويها.



وإذا كان نصف قطر الدائرة الثابتة OB مساوياً للمقدار a ومركزها O وكان نصف قطر الدائرة المتدحرجة BC مساوياً للمقدار b وكانت θ هي الزاوية المحصورة بين OA و OB فإن المعادلات الوسيطية للدويري الخارجي الناتج، هي:

$$x = (a + b) \cos \theta - b \cos \theta [(a + b) \theta/b]$$

$$y = (a + b) \sin \theta - b \sin \theta [(a + b) \theta/b]$$

وإذا كان a = b فإن المنحنى قوس واحد أما إذا كان a - 2b فإن المنحنى قوسان. وفي الحالة العامة إذا كان a = nb فإن للمنحنى n من الأقـواس. وللمنحنى قرنة من النوع الأول عند كل نقطة يمس فيها الدائرة الثابتة.

انظر دويري داخلي.

ديدكند، جوليوس ولهلم ريتشارد
DEDEKIND, JULUS WILHELM RICHARD (1831-1916)

هو رياضي ألماني عمل في نظرية الأعداد والتحليل وانصب اهتمامه بشكل خاص على الأعداد الصحيحة الجبرية، الدوال الجبرية والمثاليات. ومن أهم أعماله أنه عرف الأعداد الحقيقية باستخدام قطوع للأعداد المنطقة سميت من بعده بقطوع ديدكند وبهذا أوضح بشكل جلي المفاهيم المتعلقة بنظام الأعداد الحقيقية.

- **قطع ديدكند:**

هو تقسيم للأعداد المنطقة إلى مجموعتين غير متصلتين A و B بحيث يتحقق الشرطان التاليان:

(أ) إذا كان x ينتمي لـ A و y ينتمي لـ B فإن $x<y$.

(ب) ليس للمجموعة A عدد أكبر (ويمكن استبدال هذا الشرط بأن يشترط أن لا يكون للمجموعة B حد أصغر). فمثلاً يمكن أخذ A على أنها المجموعة المكونة من الأعداد المنطقة أقل من 3 وأن تكون B مجموعة الأعداد المنطقة أكبر أو تساوي 3. أو أن تكون A جميع الأعداد المنطقة السالبة والصفر مضافاً إليها جميع الأعداد المنطقة الموجبة x والتي تحقق الشرط $x^2<2$. نلاحظ أن المجموعة B لها حد أصغر في المثال الأول وليس لها حد أصغر في المثال الثاني.

وبإمكاننا الآن تعريف **الأعداد الحقيقية** على أنها مجموعة كل قطوع الأعداد المنطقة. ويرمز للعدد الحقيقي أو القطع المكون من المجموعتين A و B بالزوج المرتب (A,B). ويعرف **التباين** في الأعداد الحقيقية بالشكل التالي:

$$(A_1, B_1) > (A_2, B_2)$$

إذا وجد عنصر x في A_1 لا ينتمي لـ A_2. أما الجمع فتعريفه كما يلي: $(A_1,B_1) + (A_2,B_2) = (A,B)$ حيث تتكون المجموعة A من العناصر $x + y$ حيث تنتمي x لـ A و y و B. أما حاصل ضرب (A_1,B_1) و (A_2,B_2) فهو (A,B) حيث تتكون A من الأعداد المنطقة x والتي تحقق الشرط التالي:

لكل عدد موجب $\in$ يوجد أعداد b_2,a_2, b_1,a_1 تنتمي لـ B_2,A_2, B_1,A_1 على الترتيب، بحيث يكون $b_1 - a_1<\in$ و $b_2 - a_2<\in$ وأن يكون x أصغر من الأعداد:

$$b_1b_2,\ b_1a_2,\ a_1b_2,\ a_1a_2$$

لاحظ أنه إذا احتوت المجموعتان A_1 و A_2 على أعداد موجبة، فإن المجموعة A تتكون من جميع الأعداد اللاموجبة والأعداد xy حيث x عدد موجب ينتمي لـ A_1 و y عدد موجب ينتمي لـ A_2.

لنفرض أن المجموعة A في العدد الحقيقي (A,B) لها أصغر حد أعلى منطقي a فإن المقابلة $a\to(A,B)$ تحافظ على الترتيب والجمع والضرب. ولذا من الممكن مطابقة (A,B) بـ a.

انظر صماء ـ الأعداد الصماء.

وإذا عرفنا قطوع ديدكند على الأعداد الحقيقية بطريقة مباشرة لما شرحناه من قبل للأعداد المنطقة، فإننا سنحصل على مجموعة متماثلة مع مجموعة الأعداد الحقيقية نفسها. وعليه، فإن هذه الطريقة لا تؤدي إلى تمديد الأعداد الحقيقية.

ديريخليه (بيتر غوستاف لوجون)

DIRICHLET, PETER GUSTAV LEJUNE (1805-1859)

عالم ألماني في نظرية الأعداد والتحليل الرياضي، والرياضيات التطبيقية، وقد برهن أن أي متتالية $\{a, a+b, a+2b,...\}$ سوف تحتوي على عدد لانهائي من الأعداد الأولية، حيث a و b عددان أوليان فيما بينهما.

● **اختبار ديريخليه لتقارب متسلسلة:**

لتكن لدينا المتتالية ...,a_1,a_2 ولنفرض أن هناك عدد k بحيث $\left|\sum_{n=1}^{p} a_n\right|<k$، من أجل جميع p، فإن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} a_nu_n$ تتقارب إذا كان $u_n\geq u_{n+1}$ من أجل جميع قيم n وإذا كان $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$ ونرى بسهولة أن هذا الاختبار ينتج من متباينة آبل.

- **اختبار ديريخليه للتقارب المنتظم لمتسلسلة:**

إذا كان هناك عدد k بحيث تحقق متتالية الدوال $a_1(x), a_2(x), \ldots$ المتباينة $\left|\sum_{n=1}^{p} a_n(x)\right| < k$ حيث k مستقل عن p و x. فإن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x)u_n(x)$ تتقارب بانتظام إذا كان $u_n(x) \geq u_{n+1}(x)$ وكان $u_n \to 0$ بانتظام عندما $n \to \infty$. ويسمى هذا الاختبار أحياناً اختبار هاردي.

- **تكامل ديريخليه:**

هو التكامل $\int_A \int [(\frac{\partial w}{\partial x})^2 + (\frac{\partial w}{\partial y})^2] \, dx \, dy$ أو ما يشبهه من أجل دالة في أي عدد من المتغيرات المستقلة.

- **جداء ديريخليه: D[u,v]**

لدالتين $u(x,y,z)$, $v(x,y,z)$ من أجل دالة غير سالبة $p(x,y,z)$ ومجال R معطى، يعرف بالعلاقة:

$$D\,[u,v] = \iiint_R (\nabla u . \nabla v + puv) \, dx \, dy \, dz$$

حيث: $$\nabla u \,.\, \nabla v = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial v}{\partial z}$$

- **خواص ديريخليه المميزة لدالة الكمون: $\iiint \frac{\rho}{r} dv$**

بفرض أن ρ دالة الكثافة لجسم أو شحنة أو غيرها ومشتقاتها الجزئية الأولى هي دوال مستمرة قطعياً وأن مجموعة النقط التي يكون فيها ρ مغايراً للصفر يمكن أن تحاط بكرة ذات نصف قطر منته. عندئذٍ فإن خواص ديريخليه لدالة الكمون $U = \iiint \frac{\rho}{r} dv$، هي ما يلي:

(1) $U \in C^1$ ضمن الفضاء.

(2) $U \in C^2$ ماعدا السطوح التي لا تكون فيها الدوال $\rho, \frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}$ مستمرة.

(3) U تحقق معادلة لابلاس $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$ في

جميع النقط الواقعة خارج الجسم $(\rho = 0)$ بينما تحقق U المعادلة $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \pm 4\pi\rho$ في النقط الواقعة داخل الجسم وليس على الحدود.

ونأخذ الإشارة (+) في الحالة الكهروسكونية بينما نأخذ الإشارة + أو − في حالة الجاذبية وفقاً لاصطلاح الإشارة المأخوذ به.

(4) إذا كان $M = \iiint \rho \, dV$ وكان $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ عندئذٍ فإن $R(U - \frac{M}{R}) \to 0$ عندما $R \to \infty$ بينما تبقى المقادير $R^3 \frac{\partial}{\partial z}(U - \frac{M}{R})$، $R^3 \frac{\partial}{\partial x}(U - \frac{M}{R})$, $R^3 \frac{\partial}{\partial y}(U - \frac{M}{R})$, محدودة.

انظر كمون ـ دالة الكمون لتوزع حجمي الشحنة أو كتلة.

● مبدأ ديريخليه:

يقول بأنه إذا أصغرنا (جعلناه أصغرياً) تكامل ديريخليه في صنف من الدوال وبشكل مستمر وبافتراض أن دالة القيم الحدودية معطاة على الحدود A فإن الدالة المصغرة (التي تجعل التكامل أصغرياً) هي دالة توافقية داخل A.

● مسألة ديريخليه:

هي المسألة الأولى للقيم الحدودية لنظرية الكمون.

انظر حدود.

● شروط ديريخليه لتقارب متسلسلة فوريه:

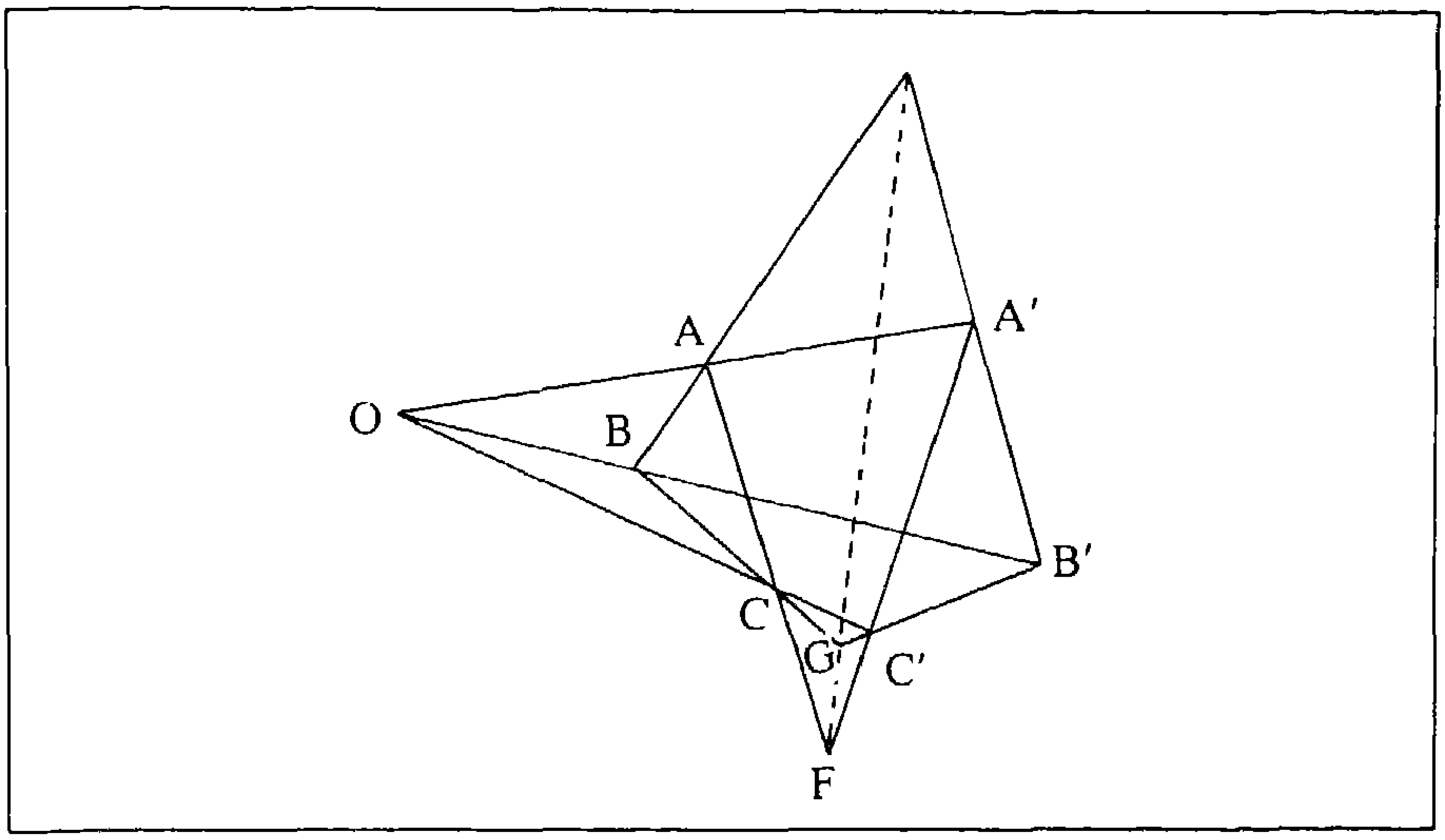
انظر فوريه.

ديسارغ (غرارد) DESARGUES, GIRARD (1591-1661)

هو عالم فرنسي يعتبر أول من بدأ دراسة الهندسة الإسقاطية دراسة فعلية.

● مبرهنة ديسارغ:

للمثلثات المنظورة، وتنص هذه المبرهنة على أن الخطوط الواصلة بين الرؤوس المتقابلة لمثلثين تكون متلاقية إذا وفقط إذا كانت نقط تقاطع الأضلاع المتقابلة في المثلثين متسامتة.



المثلثان هنا هما ABC ‏A′B′C′.

ديسمتر **DECIMETER**

اصطلاح في النظام المتري يقصد به 0.1 متراً أو ما يساوي 3.937 بوصات على وجه التقريب.

ديكارت (رينيه) **DESCARTES, RENE (1596-1650)**

فيلسوف ورياضي ولد في فرنسا وعاش في عدة بلدان في أوروبا الغربية ثم استقر في هولندا.

ويعتبر ديكارت بحق مؤسساً للهندسة التحليلية بالاشتراك مع زميله فرما. وتسمى الهندسة التحليلية أحياناً بالهندسة الكارتيزية أو الديكارتية تخليداً لاسمه. ولهذا يعتبر ديكارت وفرما من أوائل علماء الرياضيات.

- **قاعدة الإشارات لديكارت:**

وتحدد هذه القاعدة حداً أعلى لعدد الأصفار الموجبة وحداً أعلى لعدد الأصفار السالبة في كثير الحدود. وتنص هذه القاعدة على أن عدد الأصفار الموجبة لكثير الحدود p(x) يساوي عدد التغيرات في إشارة الحدود أو أقل منها

بعدد زوجي. ولإيجاد عدد الأصفار السالبة تطبق القاعدة سالفة الذكر على كثير الحدود p(−x) فمثلاً لكثير الحدود $x^4-x^3-x^2+x-1$ ثلاثة تغيرات في الإشارة. ولذلك فحسب قاعدة ديكارت له ثلاثة أصفار موجبة أو صفر واحد موجب. وبتبديل x بـ −x نحصل على العبارة x^4+x^3-x-1 والتي لها تغير واحد في الإشارة. ولذا فإن p(x) لها صفر واحد سالب.

انظر **تغير** ـ التغير في الإشارة في كثير الحدود.

● **ورقة ديكارت** (فوليوم ديكارت):

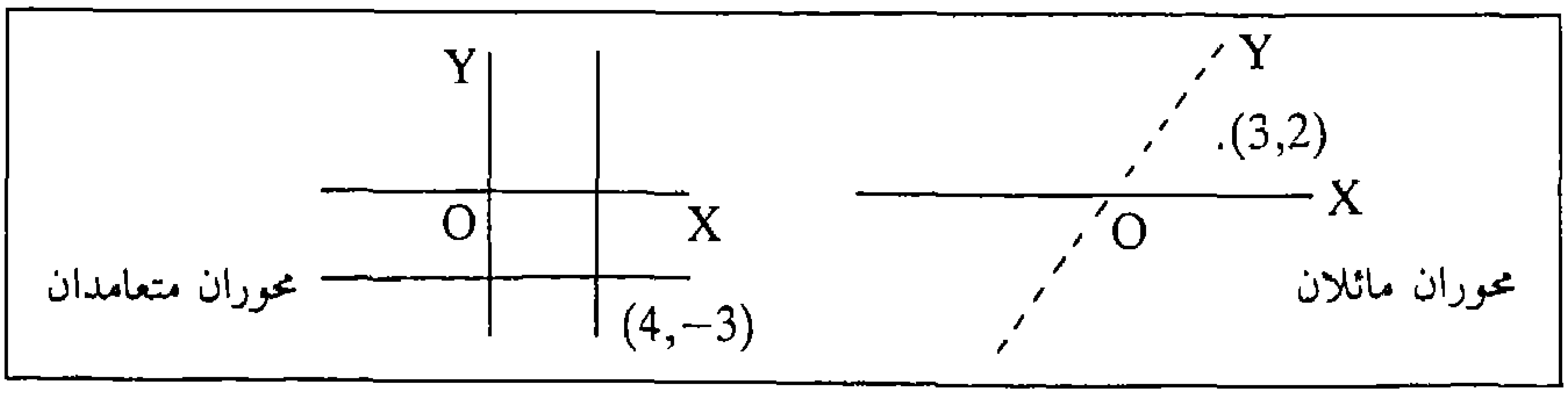
انظر ذو العروة.

CARTESIAN — **ديكارتي**

● **احداثيات ديكارتية في المستوى:**

يمكن تعيين موقع نقطة في المستوى بواسطة «بعديها» عن خطين متقاطعين على أن تقاس هذه الأبعاد على مستقيمات موازية لهذين الخطين. ويسمى كل من الخطين محوراً (الأول محوره x والثاني محور y). إذا كان كل من المحورين عموداً على الآخر فإننا نسميهما **محورين متعامدين** وإلا فهما **محوران مائلان** وتسمى الاحداثيات **متعامدة** أو مائلة حسب وضع المحورين. الاحداثي الذي يمثل البعد عن محور y موازياً لمحور x يسمى **الفصل** ويسمى الآخر **الترتيب**.

في الفضاء نستعمل ثلاثة مستويات (XOY, XOZ, YOZ) لتعيين موقع النقطة بأن نأخذ البعد بين النقطة وكل من هذه المستويات ويحسب هذا البعد بين النقطة ومستوى على خط مواز لخط تقاطع المستويين الآخرين. إذا كانت هذه المستويات متعامدة بالتبادل فإننا نسمي هذه الأبعاد **بالاحداثيات** الديكارتية المتعامدة في الفضاء بالاحداثيات المتعامدة أو بالاحداثيات الديكارتية وحسب.



CARTESIAN — ديكارتي

وتسمى خطوط التقاطع بين هذه المستويات بالمحاور الاحداثية وتميز عادة على أنها محور x، محور y ومحور z. أما نقطة التقاء هذه المحاور فتسمى نقطة الأصل. كما يطلق على هذه المحاور أحياناً اسم **ثلاثي الوجوه الاحداثي**.

انظر ثلاثي الوجوه.

تفصل المستويات الثلاثة الفضاء إلى ثمانية أقسام، يسمى كل منها ثمناً. يسمى الثمن المحتوى على الجزء الموجب من كل من المحاور بالثمن الأول وليس هناك اتفاق على كيفية ترقيم الأثمان الباقية. وينظر البعض إلى الاحداثيات المتعامدة للنقطة على أنها إسقاط الخط الواصل بين نقطة الأصل وهذه النقطة على المحور العمودي على المستوى الذي نريد أن نقيس البعد منه (في الرسم $x = oA,\ y = oB,\ z = oC$).

- **جداء ديكارتي:**

انظر جداء ـ جداء ديكارتي.

- **فضاء ديكارتي:**

ويقصد به فضاء إقليدي.

DECAMETER — ديكامتر

اصطلاح في النظام المتري يقصد به 10 أمتار أو ما يساوي 32.808 قدماً على وجه التقريب.

LIABILITY — دين

انظر أصول.

DYNAMICS — الديناميك

الديناميك فرع من الميكانيك يبحث في تأثير القوى على الأجسام الصلبة

وغير الصلبة. وهي عادة ما توضع ضمن الدراسات الخاصة بعلمي الحركة و السكون.

انظر علم الحركة وعلم السكون وعلم التحريك.

DIOPHANTUS (c. 250 A.D) **ديوفانتوس**

هو عالم رياضي إغريقي عاش في مصر.

- **التحليل الديوفانتي:**

هو علم يختص بإيجاد حلول لمعادلات جبرية معينة بحيث تكون هذه الحلول أعداداً صحيحة. ويعتمد هذا التحليل في أغلب الأحيان على الاستخدام البارع لوسائط اختيارية.

- **المعادلات الديوفانتية:**

انظر معادلة ـ المعادلة اللامعينة.

DINI, UISSE (1854-1918) **ديني**

هو عالم تحليل إيطالي.

- **شرط ديني لتقارب متسلسلة فورييه:**

انظر فورييه ـ نظرية فورييه.

- **نظرية ديني للتقارب المنتظم:**

إذا كانت $\{S_n\}$ متتالية رتيبة من الدوال الحقيقية المستمرة بحيث تقترب إلى الدالة المستمرة S على مجموعة متراصة D فإن $\{S_n\}$ تقترب بانتظام من S على D.

ذ

ذاتي SELF

- **تحويل مقترن ذاتياً (مؤثر مقترن ذاتياً):**

تحويل هرميتي: هو تحويل خطي يتطابق مع قرينه.

انظر **قرين**.

ففي الفضاءات منتهية البعد (عدد أبعادها محدود) يكون التحويل T الذي يحول المتجهات $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ إلى $y = Tx = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ وفق العلاقة

$$y_i = \sum_j a_{ij} x_j \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

مقترناً ذاتياً إذا وفقط إذا كانت المصفوفة (a_{ij}) **مصفوفة هرميتية**.

انظر **مصفوفة**.

إذا رمزنا للجداء الداخلي لعنصرين x و y من فضاء هيلبرت H بالرمز

$$< x, y >$$

عندئذ يكون التحويل الخطي T للفضاء H إلى H مقترناً ذاتياً إذا وفقط إذا كان

$$< Tx, y > = < x, Ty >$$

من أجل أي x و y من H.

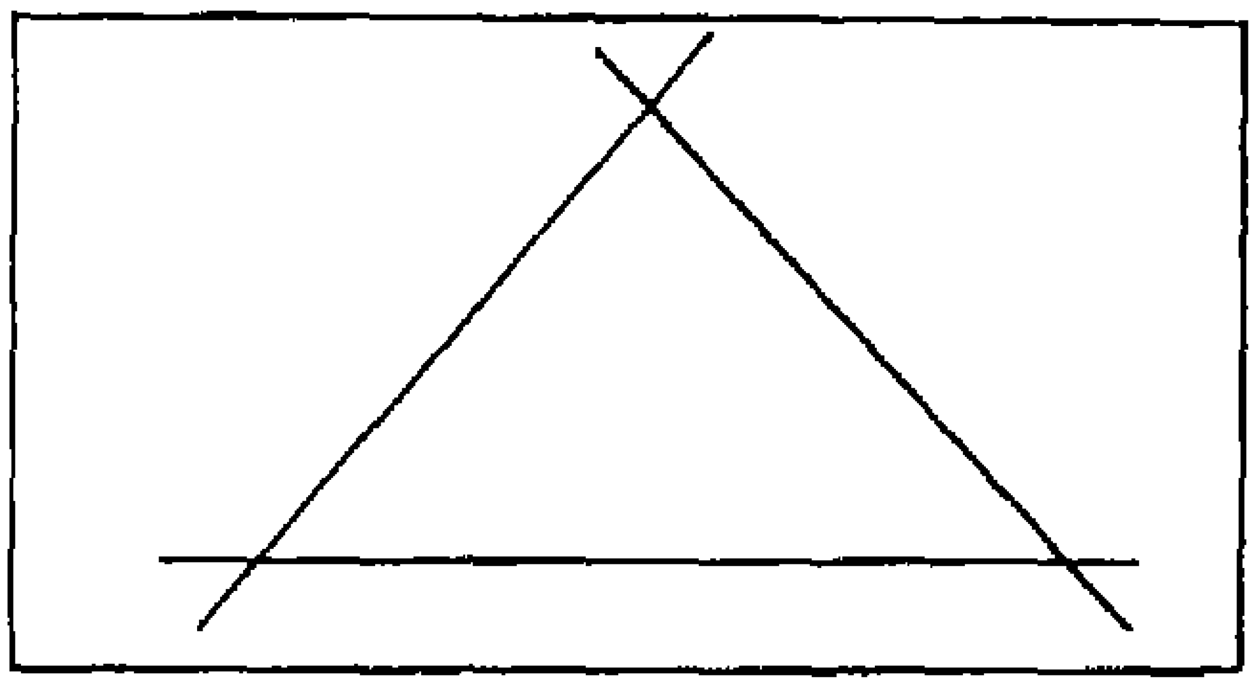
إن أي تحويل خطي محدود T لفضاء هيلبرت (عقدي) (مجاله كل

الفضاء) يمكن أن يكتب بشكل وحيد بالصورة $T = A + iB$ حيث A و B تحويلان مقترنان ذاتياً.

انظر **طيفي ــ** مبرهنة الطيف؛ انظر **متناظر ــ** تحويل متناظر.

● **ذاتي الثنوية:**

من المعروف أن مبدأ الثنوية يتحقق في المستوى الإسقاطي أي أن كل مبرهنة يقابلها مبرهنة ثنوية وكذلك الحال بالنسبة لكل عبارة أو تعريف وذلك باستبدال الكلمتين «نقطة» و«خط» مع ما يستلزم ذلك من تعديل. ونقول عن شكل ما انه **ذاتي الثنوية** إذا كان ثنوي هذا الشكل هو الشكل نفسه. فمثلاً المثلث هو الشكل المكون من ثلاث نقط غير متسامتة والخطوط المعينة بواسطة هذه النقاط. وثنوي هذا التعريف هو التالي: ثلاثي الأضلاع هو الشكل المكون من ثلاثة خطوط غير متلاقية والنقاط المعينة بواسطة هذه الخطوط ولو رسمنا كلا من المثلث وثلاثي الأضلاع لحصلنا على الشكل ذاته. نقول إذن أن المثلث شكل ذاتي الثنوية.



مثال آخر: ثنوية الشكل المؤلف من خط ونقطة على هذا الخط هو الشكل المؤلف من نقطة وخط مار بهذه النقطة.

ذرة ATOM

إذا أخذنا شبكية أو حلقة مجموعات R فإن الذرة هي المجموعة الأصغرية غير الخالية. أي أننا نقول بأن U هي ذرة إذا كان (i) $U \neq \phi$ (ii) $U \subset X$ وذلك من أجل أي عنصر X في R وليس هناك أي عنصر $V \neq \phi$ في R بحيث يكون $V \subset U$ فعلياً كل جبرية بولية منتهية تكون متماثلة مع الجبرية البولية لمجموعة ذراتها.

انظر ضم ــ ضم لا مختزل.

APEX ذروة

هي أعلى نقطة بالنسبة لخط معين أو مستو معين أو شكل معين. فمثلاً، ذروة المثلث هي الرأس المقابل للضلع الذي نعتبره قاعدة. أما ذروة المخروط فهي رأسه.

GOLDEN ذهبـي

- **المستطيل الذهبـي:**

هو مستطيل R يمكن تقسيمه إلى مربع ومستطيل مشابه للمستطيل الأصلي R. كما يمكن تعريفه بأنه مستطيل النسبة بين طوله وعرضه تساوي $\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$.

- **المقطع الذهبـي:**

هو قسمة قطعة مستقيمة AB بواسطة نقطة داخلة p بحيث يكون

$$\frac{AB}{AP} = \frac{AP}{PB} \qquad (1)$$

ولإيجاد النسبة $\frac{AP}{PB}$ فإننا نفرض أنها تساوي x ونعوض عن $PB = (AP)/x$ في المعادلة (1) نحصل على

$$\frac{(AP)/x + AP}{AP} = x$$

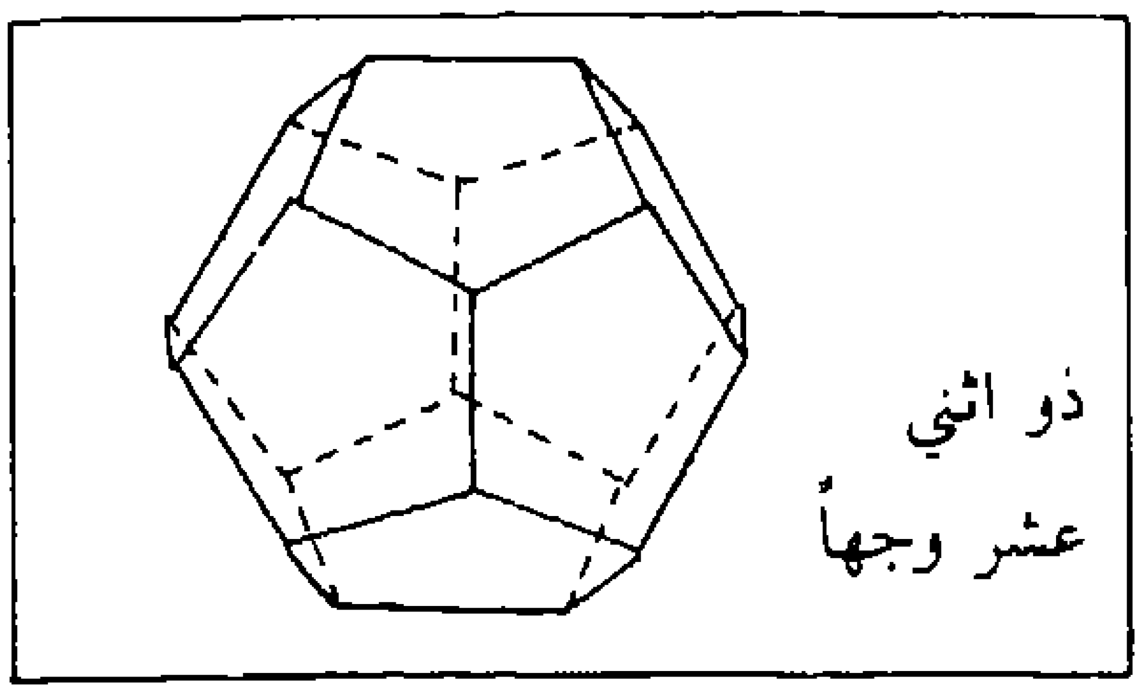
$$\frac{1}{x} + 1 = x$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

ونحل المعادلة الأخيرة لنحصل على

$$x = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{2}(1 + + \sqrt{5})$$

ذو اثني عشر وجهاً DODECAHEDRON



● ذو الاثني عشر وجهاً:

هو كثير وجوه له اثنا عشر وجهاً، ويسمى نظامياً إذا كانت وجوهه خماسيات نظامية.

ذو أربعة وجوه TETRAHERAL

● زاوية ذات أربعة وجوه:

حالة خاصة من الزاوية كثيرة الوجوه، حيث يكون عدد الوجوه أربعة.

انظر زاوية ـ زاوية كثير الوجوه.

● سطح ذو أربعة وجوه:

سطح يمكن تمثيله بالمعادلات الوسيطية

$$x = A(u - a)^{\alpha} (v - a)^{\beta}$$

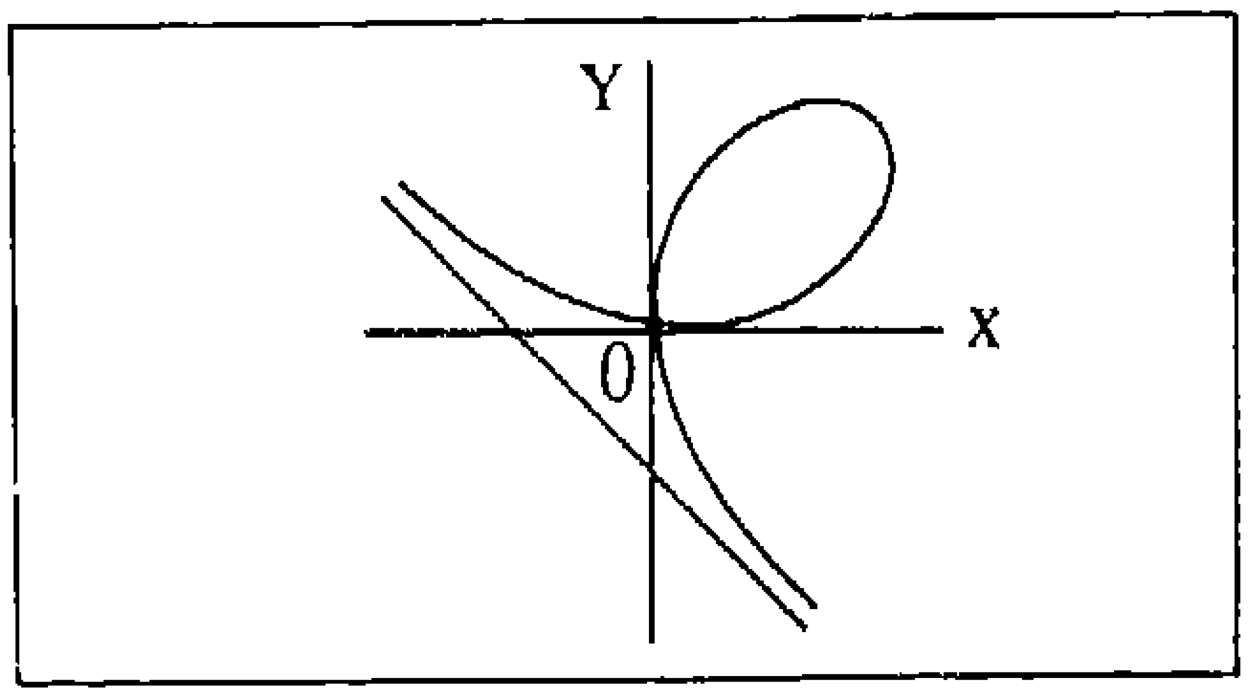
$$y = B(u - b)^{\alpha} (v - b)^{\beta}$$

$$z = C(u - c)^{\alpha} (v - c)^{\beta}$$

حيث a و b و c و A و B و C هي ثوابت.

ذو العروة FOLIUM OF DESCARTES

وذو العروة منحن تكعيبي مستو يتكون من عروة واحدة وعقدة وفرعين متقاربين لنفس الخط كما هو موضح بالشكل.



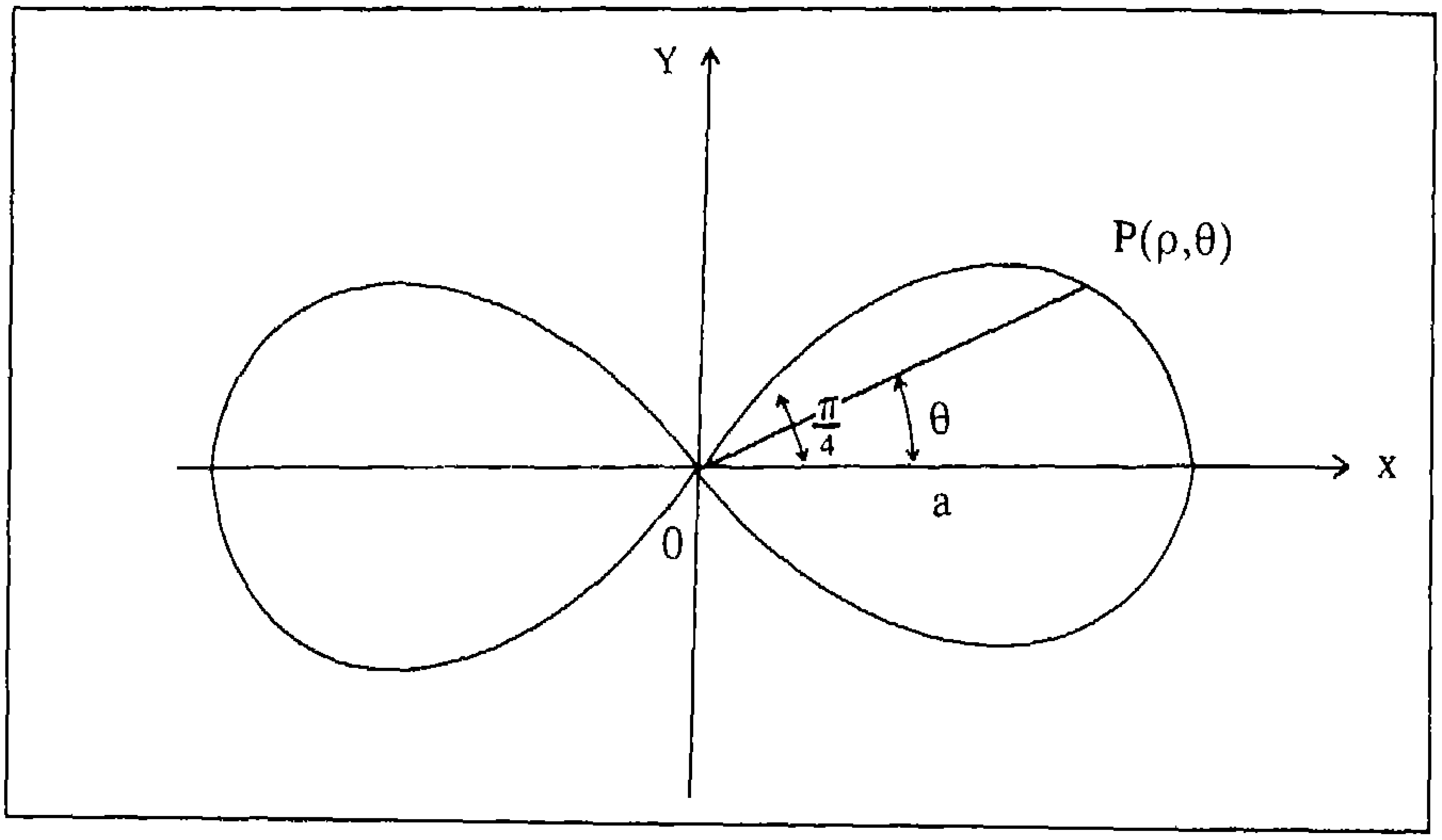
وتكون معادلته الديكارتية

$$x^3 + y^3 = 3a\,xy$$

ويمر ذو العروة بنقطة الأصل كما أنه مقارب للمستقيم $x + y + a = 0$.

هو عبارة عن منحن مستو يمثل المحل الهندسي لموقع العمود المنشأ من نقطة الأصل على مماس متغير لقطع زائد. كما أنه المحل الهندسي للنقطة A رأس المثلث A B C عندما يتغير المثلث بحيث تتحقق العلاقة $AB.AC = \frac{1}{4}(BC)^2$

علمًا بأن الطول BC ثابت.



أما معادلة ذي العروتين القطبية فتأخذ الشكل $\rho^2 = a^2 \cos 2\theta$

وذلك بفرض القطب ينطبق على عقدة المنحنى وبفرض المحور القطبي يمر من أبعد نقطة من المنحنى عن النقطة 0. وتكتب المعادلة الديكارتية لهذا المنحنى بالشكل

$$x^2 + y^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

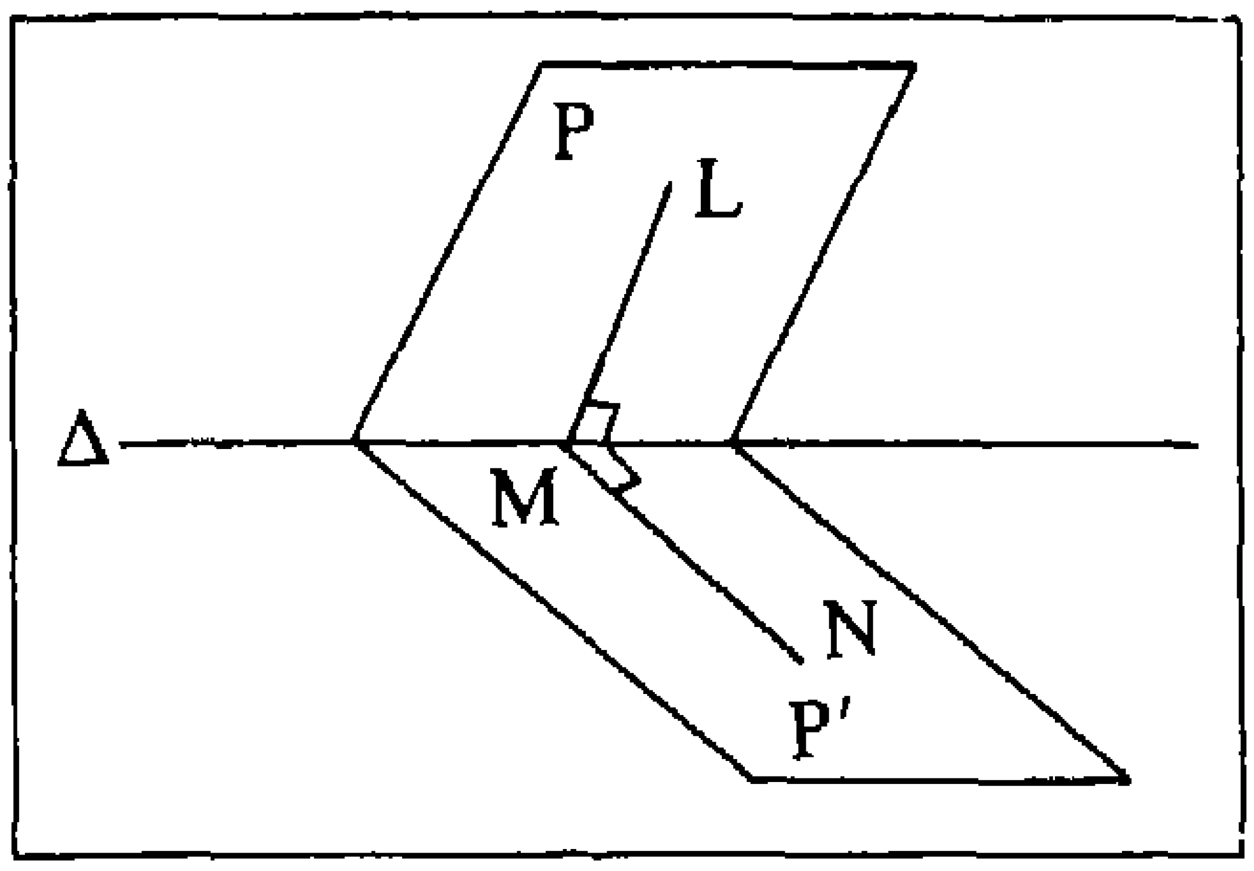
ولما كان جاك برنولي أول من درس هذا المنحنى فإنه يسمى عادة **لمنيسكات برنولي**.

أنظر **كاسيني**.

ذو القطبين DIPOLE

انظر كمون ــ طريقة التركيز لكمون مركب.

ذو الوجهين DIHEDRAL



● زاوية ذات الوجهين: (زاوية زوجية)

هي بالتعريف مستويان P و P′ وفصلهما المشترك Δ

ويسمى Δ حرف الزاوية أما P(P′) فيسمى وجه الزاوية.

● الزاوية المستوية للزاوية الزوجية:

هي الزاوية بين مستقيمين منبعثين من نقطة M على Δ وعمود عليه وواقعين على الوجهين P و P′.

● قياس الزاوية الزوجية:

يعطى قياس الزاوية الزوجية بقيمة الزاوية المستوية $L\hat{M}N$ فإذا كانت $L\hat{M}N$ حادة (منفرجة أو قائمة) قلنا أن الزاوية الزوجية حادة (منفرجة، قائمة).

ذو ثلاثة وجوه TRIHEDRAL

هو شكل مؤلف من ثلاثة مستقيمات متلاقية في نقطة ولا تقع في مستوى واحد. إذا كانت هذه المستقيمات موجهة فإننا نقول انه لدينا ثلاثية مستقيمات متجهة.

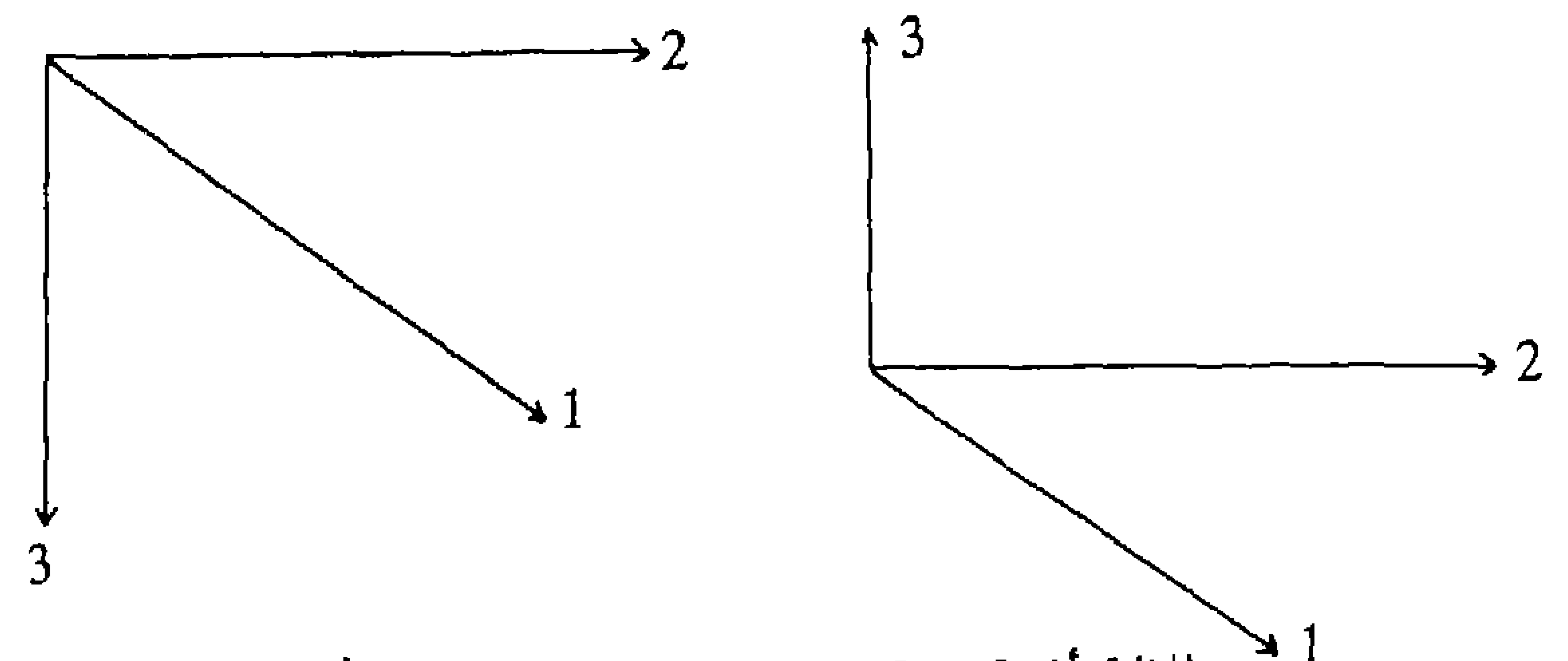
فإذا كانت هذه المستقيمات الموجهة هي محاور الإحداثيات في النظام الديكارتي الفضائي فإننا نسميها ثلاثية محاور إحداثية.

● ثلاثية أشعة:

هي إتحاد ثلاث أشعة غير مستواة ولها نفس النقطة الابتدائية. إذا أخذنا

إحدى هذه الأشعات واعتبرناها الأولى ثم أخذنا أخرى وصنفناها على أنها الثانية والأخرى الثالثة فإن ثلاثية الأشعة مع هذا التعيين تسمى **ثلاثية أشعة**. نقول عن ذي ثلاثية أشعة موجه أنها **يسارية** إذا حققت ما يلي:

عندما نمد إبهام اليد اليسرى من النقطة الابتدائية بموازاة الشعاع الأول فإن الأصابع تنثني في الاتجاه الذي ينبغي أن يدور فيه الشعاع الثاني بزاوية أقل من 180° حتى ينطبق على الثالث. أما إذا تحقق هذا الشرط باستعمال اليد اليمنى فإننا نقول عن الثلاثية إنها **يمينية**.



ثلاثية أشعة يسارية   ثلاثية أشعة يمينية

إذا أخذنا ثلاثة متجهات $\vec{w}, \vec{v}, \vec{u}$ لها نفس النقطة الابتدائية للأشعة ووضعنا $\vec{u}$ على الشعاع الأول و$\vec{v}$ على الثاني و$\vec{w}$ على الثالث فإننا نقول أن الثلاثية **موجهة إيجاباً** إذا كان الجداء السلمي الثلاثي $\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})$ موجباً.

ونقول إنها موجهة سلباً إذا كان $\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})$ سالباً.

تكون ذات الثلاثية موجهة إيجابا إذا وفقط إذا كانت هي والثلاثية الاحداثية يساريتين معاً أو يمينيتين معاً.

نقول أن ثلاثية الأشعة هي **ثلاثية القوائم** إذا كانت أشعتها متعامدة مثنى مثنى. إذا سمينا الأشعة التي تكون ذات ثلاثية موجهة L_1, L_2, L_3 وكانت جيوب تمام الاتجاه للشعاع L_i هي ℓ_i, m_i, n_i ، $i = 1,2,3$ فإن الشرط اللازم والكافي حتى تكون ثلاثية الأشعة ثلاثية القوائم هو أن تكون القيمة المطلقة للمعين:

$$\begin{vmatrix} \ell_1 & m_1 & n_1 \\ \ell_2 & m_2 & n_2 \\ \ell_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix}$$

تساوي 1. ويكون المعين موجباً إذا وفقط إذا كان ذو ثلاثة الوجوه موجهاً إيجاباً.

● **ثلاثية الأشعة المتحركة:**

لمنحنى فضائي موجه C هو التشكل المؤلف من المماس، الناظم الرئيسي وثنائي الناظم للمنحنى C عند نقطة تتحرك على C. أما ثلاثية الأشعة المتحركة لسطح بالنسبة إلى منحنى موجه على السطح فتعرّف كما يلي:

لتكن P نقطة على المنحنى الموجه C على السطح S. ليكن α متجه وحدة من P بالاتجاه الموجب للماس للمنحنى C عند P. وليكن γ متجه وحدة من P بالاتجاه الموجب للناظم على S عند P. وليكن β متجه وحدة في المستوى المماس للسطح S عند P وبحيث تأخذ α,β,γ نفس توجيه محاور x,y,z.

إن المحاور الممتدة باتجاه α,β,γ تعطى ثلاثية متحركة للسطح S بالنسبة إلى C.

تدويرات ثلاثية الأشعة المتحركة لسطح تشكل مجموعة من ست دوال خاصة تحدد توجيه الثلاثية ولكن لا تحدد موضعها في الفضاء.

● **زاوية ذات ثلاثة وجوه أو زاوية ثلاثية:**

هي زاوية عدد وجوهها ثلاثة. انظر **زاوية ــ** زاوية ذات وجوه كثيرة.

نقول عن زاويتين ثلاثيتين أنهما متناظرتان إذا كانت زواياهما الوجهية متساوية زوجاً زوجاً ولكنها مرتبة في ترتيب متعاكس. وتكون هاتان الزاويتان غير قابلتين للتراكب.

ذو وجوه كثيرة POLYHEDRAL

انظر زاوية.

● **منطقة ذات وجوه كثيرة:**

هي ما داخل كثير الوجوه مع وجهه كلها أو بعضها أو بدونها جميعاً. فإذا احتوت المنطقة الوجوه سميت **مغلقة**، أما إذا لم تحتو على أي منها فهي **مفتوحة**.

انظر **منطقة**.

ر

RAABE, JOSEF LUDWIG (1801-1859) **رآب (جوزيف لودفيغ)**

عـالـم سويسري في التحليل الرياضي.

● **اختبار رآب للتقارب:**

انظر نسبة ـ اختبار النسبة.

VERTICAL **رأسي**

● **زوايا رأسية:**

زاويتان تشتركان برأس واحد وتتكون الواحدة منهما في إطالة ضلعي الزاوية الأخرى خلال الرأس المشترك.

● **مستقيم رأسي:**

(1) مستقيم عمود على مستقيم أفقي وفي المستوى الاحداثي يكون اتجاه المستقيم الأفقي من اليسار إلى اليمين واتجاه المستقيم الرأسي من الأسفل إلى الأعلى.

(2) مستقيم عمود على مستوى الأفق.

(3) مستقيم من نقطة معينة إلى السمت، أي المستقيم الشاقولي.

رأسي VERTEX

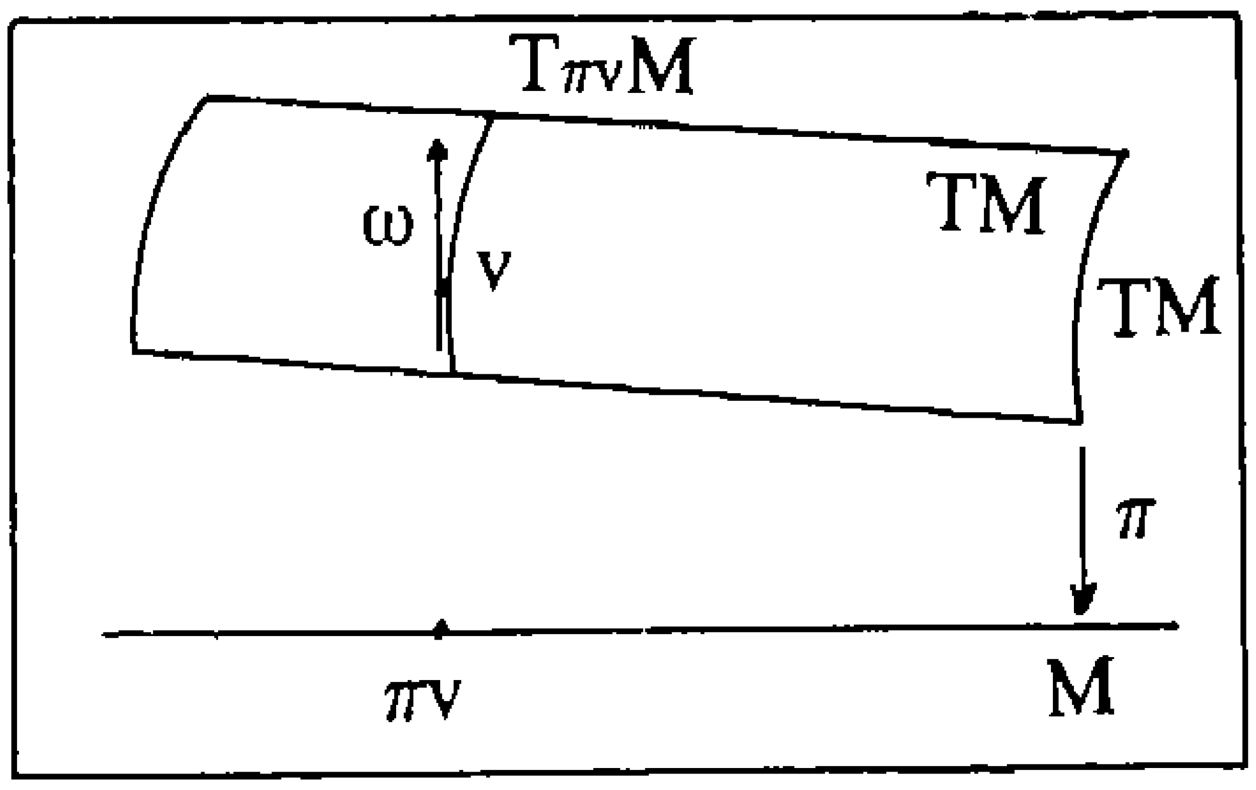
انظر ما يأتي: زاوية ـ زاوية كثيرة الوجوه، مخروط، مخروطي، قطع ناقص، قطع زائد، قطع مكافىء، مجسم قطع مكافىء، حزمة، حزمة ـ حزمة خطوط خلال نقطة، مضلع، كثير الوجوه، هرم، مثلث.

● رأس مقابل:
انظر مقابل.

رأسي

● متجه رأسي:
لنأخذ الغمر $\pi:TM \to M$ من رزمة المماس TM لمنطو تفاضلي M إلى المنطوى نفسه M. وإذا كان $\pi_*:T(M) \to TM$ تفاضل π فإننا نقول عن المتجه $\omega \epsilon T(TM)$ بأنه رأسي إذا وفقط إذا كان $\pi_* \omega = 0$. وهندسياً نحن نعرف أنه إذا كان $v \epsilon TM$ فإن $T\pi(v)M$ هو منطو جزئي في TM، والمتجه المماسي $\omega \epsilon T(TM)$ يكون رأسياً حسب التعريف إذا كان مماساً على المنطوى الجزئي $T\pi(v)M$.

● توزيع رأسي:
والتوزيع الرأسي هو توزيع V على رزمة المماس TM لمنطو M بحيث يكون V(x) فضاء المتجهات الرأسية وذلك لكل $x \epsilon TM$.
انظر متجه رأسي.



رئيسي PRINCIPAL

هو الشيء الأهم. والذي يمكن إهمال ما عداه.

● تقويس رئيسي:
انظر تقويس.

● **أنصاف أقطار التقوس الرئيسي:**

انظر تقوس.

● **قطر رئيس:**

انظر معين، مصفوفة، متوازي مستطيلات.

● **مثالية رئيسية:**

انظر مثالية ـ أنظر حلقة.

● **خط طول رئيسي:** انظر خط طول.

● **ناظم رئيسي:** انظر ناظم.

● **جزء رئيسي لزيادة دالة:**

انظر زيادة.

● **أجزاء رئيسية لمثلث:**

هي أضلاع المثلث وزواياه. أما منصفات الزوايا والارتفاعات والدائرة المحيطة والدائرة المحافظة فتسمى **الأجزاء الثانوية**.

● **مستوى رئيسي لسطح ثنائي الدرجة:**

هو مستوى تناظر السطح ثنائي الدرجة.

● **الجذر الرئيسي لعدد:**

هو الجذر الحقيقي الموجب في حالة جذور الأعداد الموجبة. وهو الجذر الحقيقي السالب في حالة الجذور من المراتب الفردية للعدد السالب. ونشير إلى أن للعدد جذرين تربيعين وثلاثة جذور تكعيبية و n جذراً من المرتبة n. على أن ندخل في حسابنا استخدام الأعداد العقدية.

● **قيمة رئيسية لدالة مثلثية معاكسة:**

انظر مثلثي.

CARDINAL **رئيسي**

● **عدد رئيسي:**

العدد الرئيسي لمجموعة من الأشياء هو عدد يصف «الكثرة» في هذه المجموعة، هو عدد وحداتها دون النظر إلى الترتيب الذي وضعت به هذه

الـوحدات. مثـلاً عندمـا نقول 5 سيـارات فإن العـدد الرئيسي يكـون 5. أما التعريف الرياضي الدقيق فكما يلي: نقول ان مجموعتين لهما نفس العدد الرئيسي إذا كان بينهما تقابل (أي تطبيق متباين وعامر) وهذا يعطي علاقة تكافؤ على عائلة المجموعات ويكون العدد الرئيسي لمجموعة ما هو صنف التكافؤ الذي تقع المجموعة فيه. هذا يعني أن هناك عدداً رئيسياً لكل مجموعة، ويسمى العدد الرئيسي أيضاً بقدرة المجموعة أو قوة المجموعة، لذا إذا كان هناك تقابل بين مجموعة الأعداد الحقيقية ومجموعة ما فإننا نقول ان لهذه المجموعة قوة الملتحم، العدد الرئيسي للمجموعة $\{a_1,a_2,...,a_n\}$ هـو n. العدد الـرئيسي لمجموعة لامنتهية وقابلة للعـد هو X_0، والعدد الرئيسي لمجموعة الأعـداد الحقيقية يرمز له بالحرف C. أما العدد الرئيسي لعائلة المجموعات الجـزئية لمجموعة الأعداد الحقيقية فيرمز له بالرمز 2^c وهو أكبر من C.

انظر ترتيبـي ـ عدد ترتيبـي، متكافىء ـ مجموعات متكافئة.

رادون (جوهان كارل أوغست)

RADON, JOHANN KARL AUGUST (1887-1956)

رياضي ألماني نمساوي اختص بالجبر والتحليل والهندسة.

- **مشتق رادون نيكوديم:**

انظر تحت مبرهنة رادون نيكوديم.

- **مبرهنة رادون نيكوديم:**

ليكن μ قياساً منتهياً من σ ومعرفاً على جبرية $\mathcal{A}$ من σ متكونة من مجموعات جزئية لمجموعة X. وليكن υ قياساً منتهياً من σ معرفاً على $\mathcal{A}$ ومطلق الاستمرار نسبة إلى μ (أي أن $\upsilon(\mathcal{A}) = 0$ إذا كان $\mu(\mathcal{A}) = 0$) فإنه توجد دالة غير سالبة φ قابلة للقياس من μ تحقق:

$$\int_\alpha f d\upsilon = \int_\alpha f\phi d\mu \quad \text{و} \quad \upsilon(\mathcal{A}) = \int_\alpha (\phi d\mu$$

عندما يكون A في $\mathcal{A}$ وتكون f دالة قابلة للقياس من μ. وتسمى الدالة φ **مشتق رادون نيكوديم** للقياس υ نسبة إلى μ. وتختلف دالتان ϕ_1, ϕ_2 من نوع φ فقط على مجموعة ذات قياس صفر من μ. كما تبقى هذه المبرهنة صحيحة إذا كانت كل من f و φ عقدية القيمة.

انظر قياس — قياس مجموعة.

● **مبرهنة رادون:**

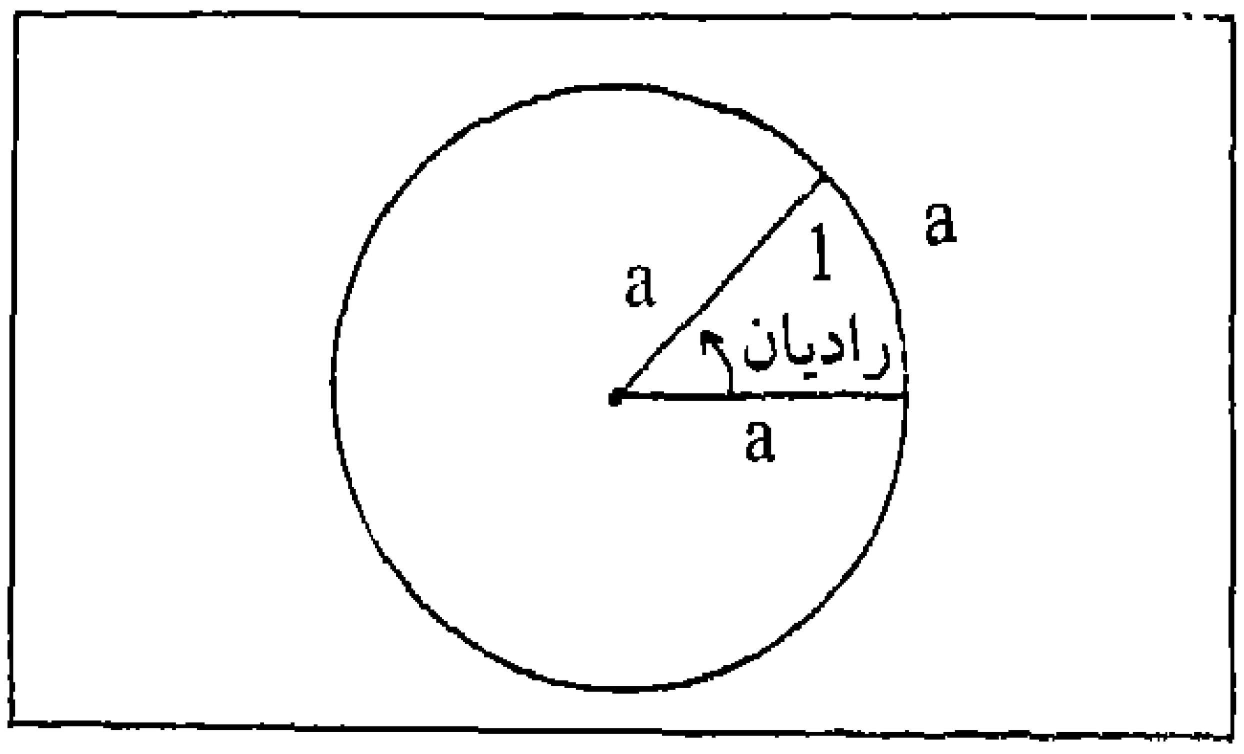
إذا كانت S مجموعة جزئية من فضاء بعديته n وكانت تحتوي على n+2 نقطة على الأقل فيمكن أن تمثل S بشكل اتحاد مجموعتين منفصلتين X و Y وحيث يكون مولداهما المحدبان غير منفصلين.

انظر **كاراثيودوري وهلي وشتاينيتز**.

راديان RADIAN

● **الراديان:**

هو وحدة قياس للزوايا. والراديان هو الزاوية التي تقابل قوساً من دائرة طوله يساوي نصف قطر الدائرة. ولما كان محيط الدائرة التي نصف قطرها a يساوي $2\pi a$ فإن الزاوية التي قياسها 360 درجة والتي تقابل كل محيط الدائرة تساوي $\frac{2\pi a}{a}$ راديانا، أي أن $2\pi = 360^\circ$ راديان، كما أن 180° يساوي π راديان وهكذا، وهنا $\pi \equiv 3.14$.



راديماخر (هانس أدولف) RADEMACHER, HANS ADOLPH (1892-1859)

عالم ألماني في النظرية التحليلية للأعداد.

● **دوال راديماخر:**

هي الدوال $\{r_n\}$ المعرفة على الفترة [0,1] بالعلاقة $r_n(x) = \text{sign}[\sin(2^n \pi x)]$، حيث n عدد صحيح موجب و sign(y) هو 1 أو 0

أو 1- حسبما تكون y موجبة أو صفراً أو سالبة على الترتيب. وهذه الدوال متعامدة على الفترة [0,1] كما أن مولدها الخطي المغلق في $L^P(1\le p<\infty)$ هو فضاء جزئي متماثل مع فضاء هيلبرتي ومتمم إذا كانت p>1 أما L^P هنا فهي فضاء بناخ للدوال المعرفة على [0,1] حيث: $\| f \| = [\int_0^1 | f |^p dx]^{\frac{1}{p}}$

انظر هار ـ دوال هار؛ انظر ليبيغ ـ تكامل ليبيغ؛ انظر متعامد ـ دوال متعامدة؛ انظر والش ـ دوال والش.

الرازي

هو أبو بكر الرازي من الري قرب طهران، ولد سنة 854 ميلادية وتوفي سنة 932 ميلادية. واشتغل بالطب والكيمياء والمنطق والفلك والرياضيات والصيدلة. ألف أكثر من مئتي كتاب ضاع معظمها. ومع أن شهرة الرازي كطبيب وكيميائي عظيم ترجمت مؤلفاته، مثل «الحاوي» و«سر الأسرار» و«كتاب الأسرار في الكيمياء» و«كتاب المنصوري» و«كتاب من لا يحضره الطبيب» إلى اللاتينية ومن ثم إلى اللغات الأوروبية الأخرى واستعملت مراجع أساسية في الجامعات الأوروبية، إلا أن الرازي كتب الكثير أيضاً في الرياضيات والمنطق والطبيعة وكروية الأرض، إلا أن شهرته في الطب والكيمياء طغت على هذه الأعمال. ونذكر من مؤلفاته في الرياضيات: «كتاب فيمن استعمل تفضيل الهندسة من الموسومين بالهندسة»، و«كتاب في كيفية الأبصار» نقضي فيه أشكالاً من كتاب إقليدس في المناظر. وله أيضاً «كتاب الحيل» و«كتاب في الرياضة» و«رسالة في أن قطر المربع لا يشارك الضلع من غير هندسة» أما في الفلك فله «كتاب هيئة العالم» وقد جاء في «طبقات الأطباء» أن غرض الرازي في هذا الكتاب كان أن يبين أن الأرض كروية. وله في الفلك أيضاً «كتاب في الكواكب السبعة». ومن مؤلفاته في الطبيعة «كتاب في الحركة وأنها ليست مرئية بل معلومة». و«كتاب في محنة الذهب والفضة والميزان الطبيعي» و«كتاب في علة جذب حجر المغناطيس الحديد».

● راسب دالة تحليلية لنقطة منفردة منعزلة:

إذا كانت الدالة f تحليلية في المتغير العقدي z في الجوار المحذوف لجميع قيم z المحققة للعلاقة $0< |z-z_0| <\varepsilon$ فإن راسب الدالة f في z_0 هو:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_c f(z)\,dz$$

حيث c هو منحنى بسيط مغلق وقابل للقياس حول z_0 في الجوار المحذوف. (أي الذي لا يشمل z_0) وقيمة الراسب هي a_{-1} في نشر لورنت للدالة f(z) حول z_0 والمعرف بالعلاقة:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (z-z_0)^n a_n$$

● راسب تطابق باقي:

إذا كان للمطابقة $x^n \equiv \pmod{m}$ حل فإننا نسمي a راسباً (هنا نسمي a بشكل خاص راسب قوة لـ m من المرتبة m).

أما إذا لم يكن للمطابقة السابقة حل، فإن a تسمى لاراسباً. m وهكذا فإن 4 هو راسب للعدد 5 من المرتبة الثانية، لأن $3^2 \equiv 4 \pmod{5}$ وتكون المطابقة $x^n \equiv a \pmod{m}$ إذا وفقط إذا كان $a^{\left(\frac{\phi(m)}{d}\right)} \equiv 1 \pmod{m}$ ، حيث ϕ هي دالة لأويلر أما d فهي القاسم المشترك الأعظم لـ n و $\phi(m)$. وهكذا فإن a يكون راسباً لـ m من المرتبة n إذا وفقط إذا كان $a^{\left(\frac{\phi(m)}{d}\right)} \equiv 1 \pmod{m}$ ويسمى هذا الاختبار عادة اختبار أويلر.

● مجموعة الرواسب التامة لباقي n:

هي مجموعة من الأعداد الصحيحة التي لا ينتمي أي عددين منها إلى نفس صنف الأعداد المتطابقة لباقي n. فمثلاً المجموعة {0,1,2,3,4,5,6,7} ليست مجموعة رواسب تامة بباقي 7 لأن العددين 0 و 7 متطابقان بباقي 7 أي $7 \pmod{7} \equiv 0$ بينما نجد أن المجموعة {0,1,2,3,4,5,6} هي مجموعة رواسب تامة

بباقي 7. نذكر هنا بأن $a \equiv b(\mod n)$ يعني أن باقي قسمة a على n يساوي باقي قسمة b على n.

- **مجموعة الرواسب المخفضة لباقي n:**

هي مجموعة رواسب تامة تحتوي على بعض الأعداد الأولية بالنسبة لـ n وهكذا فإن مجموعة الرواسب المخفضة لباقي 6 هي {1,5} بينما تكون مجموعة الرواسب التامة لباقي 6 هي:

{0,1,2,3,4,5}

راسبي RESIDUAL

- **مجموع المربعات الراسبي:**

انظر انكفاء ـ دالة الانكفاء.

- **مجموعة راسبية:**

انظر طائفة ـ طائفة مجموعات.

راسل (برتراند آرثروليم)

RUSSELL, BERTRAND ARTHUR WILLIAM (1872-1970)

فيلسوف إنجليزي وعالم بالمنطق. عمل مع وايت هد دراسات عميقة في الأسس المنطقية للرياضيات.

- **محيرة راسل:**

لنصنف المجموعات إلى نوعين: كل مجموعة M لا تحتوي على نفسها كعنصر أي $(M \notin M)$ تسمى مجموعة من النوع الأول. وكل مجموعة M تحتوي على نفسها كعنصر $(M \in M)$ تسمى مجموعة من النوع الثاني. ولنعرف المجموعة N بأنها المجموعة التي تحتوي على جميع المجموعات من النوع الأول. إن محيرة راسل تتضمن التناقض في تصنيف المجموعة N إلى أي من النوعين وذلك كما يلي:

إذا كانت N من النوع الأول فإن N∉N. ولكن إذا كانت N من النوع الأول فينتج من تعريف N أن N∈N وهذا تناقض. ومن ناحية أخرى إذا كانت N من النوع الثاني فإن N∈N. ولكن إذا كانت N∈N فينتج من تعريفها أن N من النوع الأول وبالتالي N∉N وهذا تناقض.

انظر بورالي ــ فورتي: محيرة بورالي ــ فورتي.

رافعة LEVER

هي قضيب صلب يستخدم لرفع الأوزان. حيث يرتكز القضيب على نقطة بينما يستند طرفه الآخر على الجسم المراد رفعه. ويتغير نوع الرافعة بتغير موضع نقطة الارتكاز. وتعتمد الرافعة على قانون الروافع الذي يقول بأن القوة المطبقة على القضيب مضروباً في ذراع الرافعة الموافق يساوي مقدار القوة الأخرى مضروباً في ذراع الرافعة الآخر.

- **ذراع الرافعة:**

هو البعد بين نقطة ارتكاز الرافعة والمستقيم الحامل للقوة المؤثرة.

راقد REST

- **النقطة الراقدة في النظام الديناميكي:**

ليكن (X, R, π) أو (X, Z, π) نظاماً ديناميكياً. فإننا نقول إن النقطة $x \in X$ **نقطة راقدة إذا كان** $\pi(x,t) = x$ لكل $t \in R$ (أو $t \in z$).

مثال (1): ليكن $X = R^2$ وليكن $\pi((x,y),t) = (xe^t, ye^{-t})$. نلاحظ أن نقطة الأصل هي النقطة الراقدة الوحيدة في هذا النظام. وتسمى في هذه الحالة **بالنقطة السرجية**.

مثال (2): ليكن $X = [0,1]$ ولتكن $\pi(x,n) = x^n$ نلاحظ هنا أن النقطتين 0 و 1 راقدتان.

ويمكن البرهنة على أن مجموعة كل النقاط الراقدة في النظام الديناميكي تكون مغلقة.

وتنص مبرهنة برانكاريه ــ بندّكسون على أنه في المستوى هناك داخل أية منطقة محدودة بواسطة مدار نقطة دورية نقطة راقدة واحدة على الأقل.

انظر دوري ــ نقطة دورية.

رباعي QUATERNARY

أي مؤلف من أربعة أشياء.

● **متجانسة جبرية رباعية:**

انظر متجانسة.

رباعي الأضلاع QUADRILATERAL

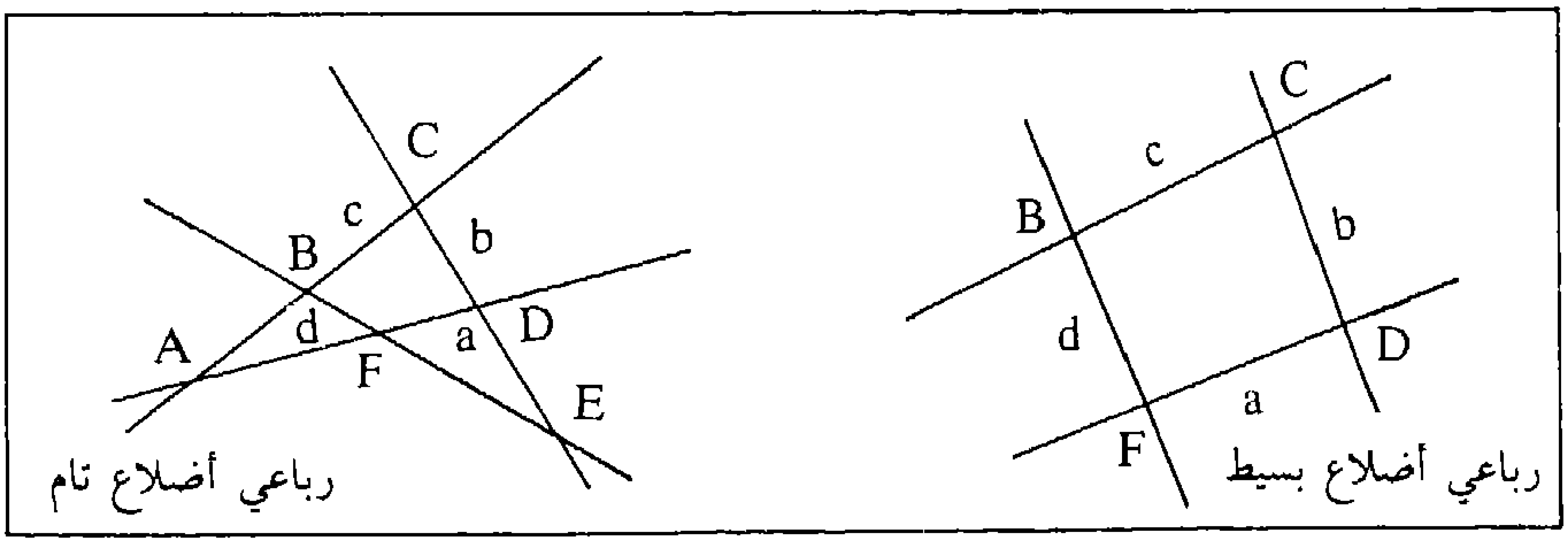
هو مضلع له أربعة أضلاع، كمتوازي الأضلاع وشبه المنحرف والمعين والمستطيل والمربع.

● **رباعي أضلاع بسيط:**

هو شكل مؤلف من أربعة مستقيمات مع نقاط التقاطع الأربعة للأزواج المتتالية. أي بدون النقطتين A و E في **رباعي الأضلاع التام**. والمقصود بالأزواج المتتالية ما يلي: إذا كانت المستقيمات هي a,b c,d فإن نقاط التقاطع الأربعة تكون: a.b, b.c, c.d, d.a

● **رباعي أضلاع تام:**

هو شكل يتألف من أربعة مستقيمات في المستوى مع نقط تقاطعها الست. ومن الواضح هنا ألا تكون أية ثلاثة مستقيمات من هذه الأربعة متلاقية.



● رباعي أضلاع محاط بدائرة:

انظر بتولمي ـ مبرهنة بتولمي.

● رباعي أضلاع نظامي:

هو رباعي أضلاع تساوت أضلاعه وزواياه الداخلية. أي أنه مربع.

رباعي الأوراق QUADREFOIL

انظر متعدد الأوراق.

رباعي الدرجة QUARTIC

● تناظر رباعي الدرجة:

هو تناظر لشكل في مستوى بالنسبة لأربعة مستقيمات مارة من نقطة وبحيث تكون الزاوية بين كل مستقيمين متجاورين تساوي $45°$.

مثال: المثمن هو شكل ذو تناظر رباعي الدرجة.

● معادلة رباعية الدرجة:

هي معادلة كثير حدود من الدرجة الرابعة، وتأخذ الشكل

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

بحيث $a \neq 0$

وباستخدام التحويل $y = x + \frac{b}{4a}$ تأخذ المعادلة رباعية الدرجة الشكل

$$y^4 + py^2 + qy + r = 0$$

وعندئذ فإن جذور هذه المعادلة هي جذور المعادلتين

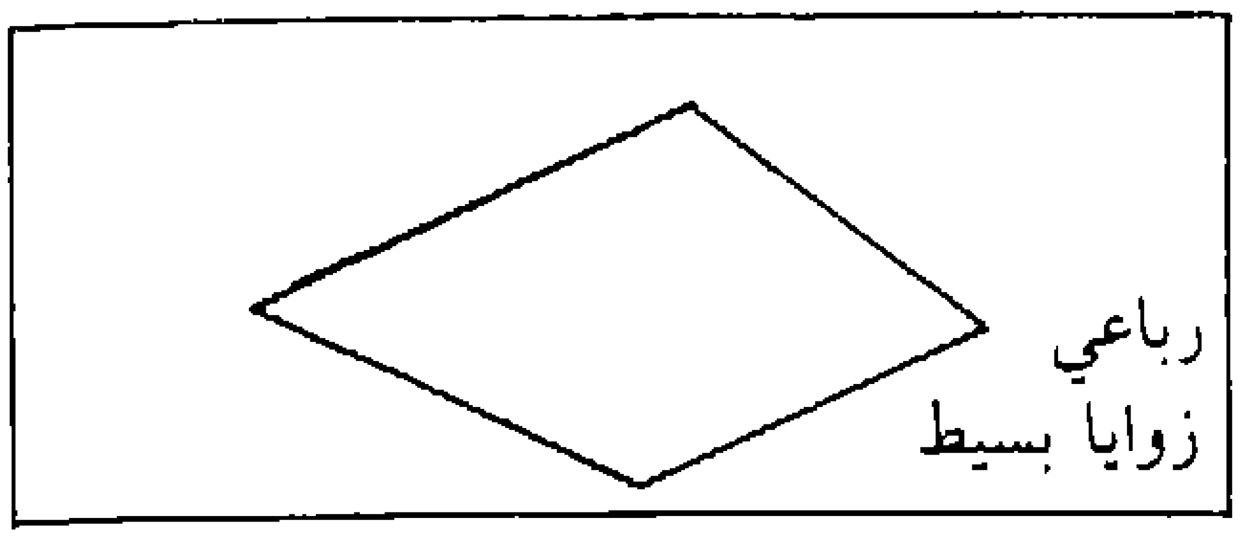
$$y^2 \pm \sqrt{\alpha - p}\,[y - \frac{q}{2(\alpha - p)}] + \frac{\alpha}{2} = 0$$

حيث α هو أحد جذور المعادلة $z^3 - pz^2 - 4rz + (4pr - q^2) = 0$ التي تسمى **المفكك التكعيبي**. أما صيغة الحل فتعرف باسم صيغة فيرارو.

رباعي الزوايا QUADRANGLE

● **رباعي الزوايا البسيط:**

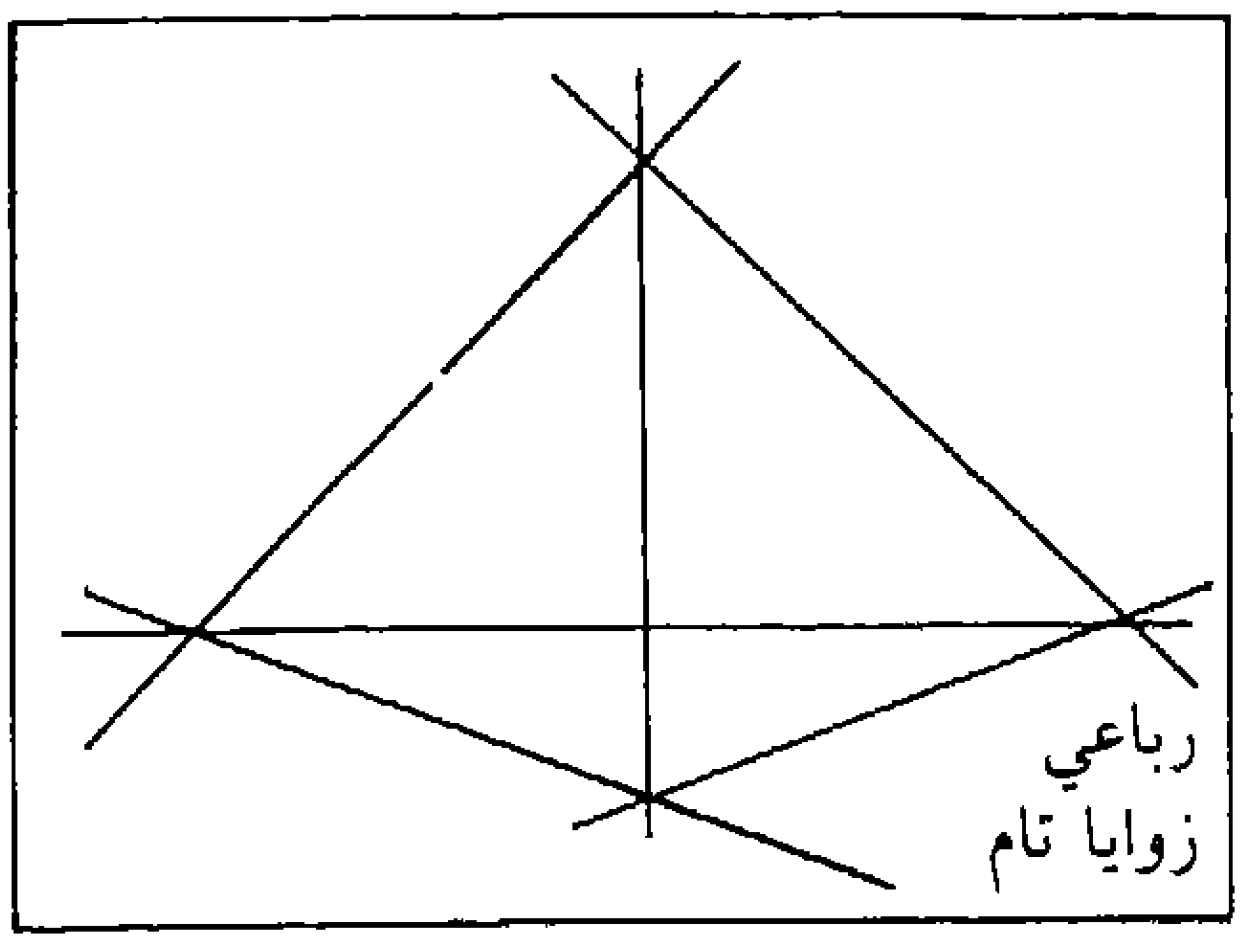
هو شكل هندسي مستو له أربعة رؤوس وأربعة أضلاع وأربع زوايا.



● **رباعي الزوايا التام:**

هو شكل هندسي مؤلف من أربع نقط واقعة في مستوى واحد (لا يوجد أي ثلاث نقط منها متسامتة) يصل بين كل نقطتين منها مستقيم.

انظر **رباعي الأضلاع**.



● **موشور رباعي الزوايا:**

إذا كانت كل قاعدة من موشور ما هي رباعي زوايا فإن هذا الموشور يسمى موشوراً رباعي الزوايا.

● **هرم رباعي الزوايا:**

هو هرم قاعدته رباعي زوايا.

رباعي الوجوه TETRAHEDRON

كثير وجوه له أربعة وجوه. مرادفها: هرم مثلثي.

● **رباعي الوجوه النظامي:**

هو رباعي وجوه تكون كل وجوهه عبارة عن مثلثات متساوية الأضلاع.

انظر **كثير وجوه**.

رباعية QUADRUPLE

هي ما يتألف من أربعة وهي مثل رباعية الحياة عند القدماء «الماء، النار، الهواء، التراب» أو مثل «الحلو، الحامض، المر، اللاذع».

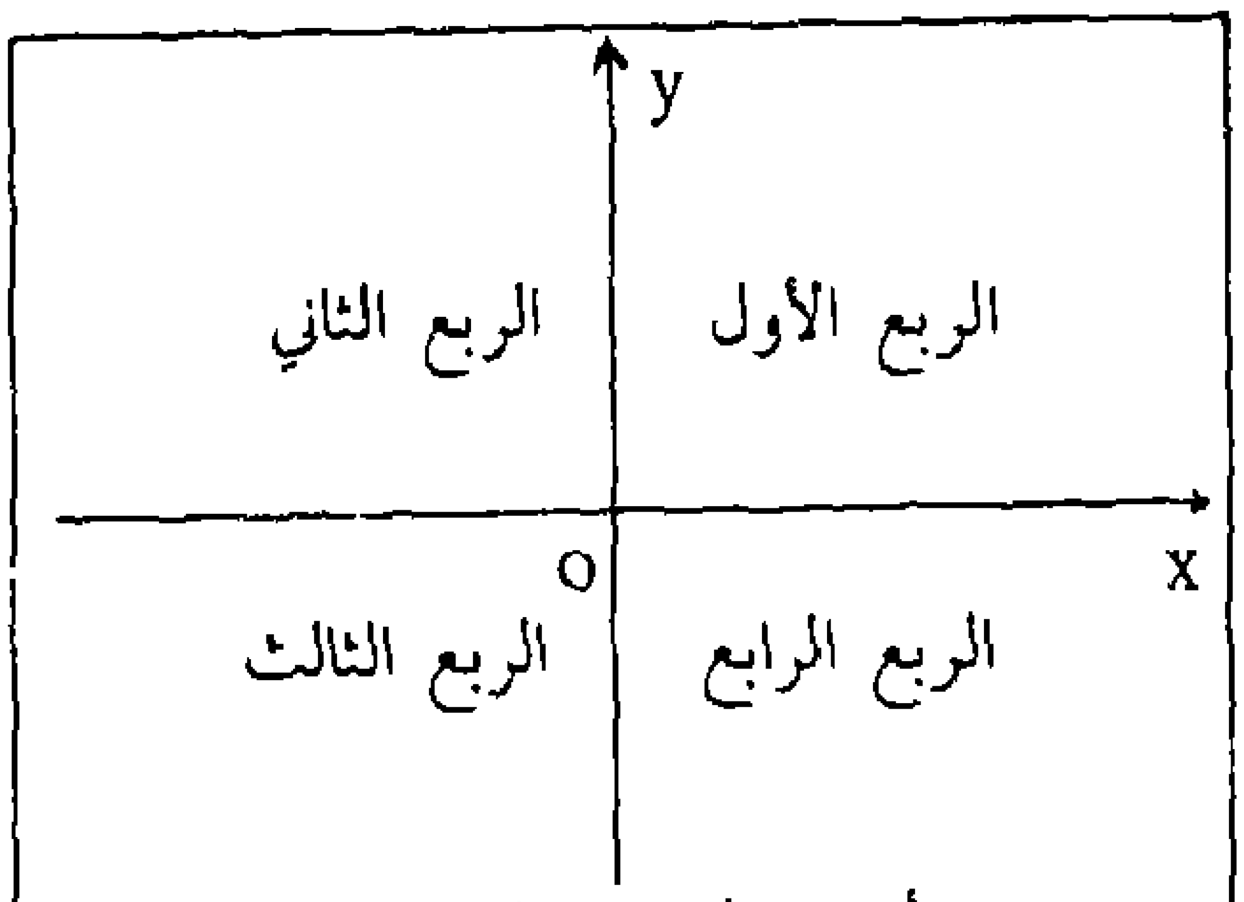
● رباعية مرتبة :

هي مجموعة من أربعة عناصر نأخذ فيها الترتيب بعين الاعتبار ونكتبها بالشكل (x_1,x_2,x_3,x_4) حيث تختلف الرباعية إذا بدلنا موضع عنصرين فيها. هكذا فـإن :

$$(1,2,0,5) \neq (2,1,0,5)$$

QUADRANT ربع

هو القيمة العددية $\frac{1}{4}$.



أرباع المستوى الإحداثي

● أرباع المستوى الإحداثي :

في الإحداثيات القائمة يقسم المحوران ox و oy المستوى إلى أربعة أرباع، الأول، الثاني، الثالث، الرابع. كما يبين الشكل

● ربع دائرة :

هو القوس الصغير من دائرة والذي يقابل زاويـة قائمة رأسها مركز الدائرة.

● زوايا الأرباع :

نقول عن زاوية بأنها في الربع الأول إذا كان أحد ضلعيها ينطبق على ox الموجب والضلع الآخر يقع في الربع الأول للمستوى الإحداثي، ويتم تعريف زوايا الربع الثاني والثالث والرابع بنفس الأسلوب.

انظر الشكل الذي يبين قياس الزاوية بواسطة السهم المنقط.

QUADRANTAL ربعي

● زوايا ربعية :

هي الزوايا التي ينطبق كل من ضلعيها على أحد المحورين الإحداثيين وهي ...,$0°, 90°, 180°, 270°, 360°$ أو $-360°, -270°, -180°$, ...

● زاوية كروية ربعية : انظر كروي.

QUARTILE — ربيع (إحصاء)

الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث هي ثلاث قيم Q_1, Q_2, Q_3 على التوالي لمتغير عشوائي XX تقسّم توزيع ذلك المتغير إلى أربعة أقسام متساوية. إذا كانت $F_x(X)$ هي دالة التوزيع التراكمي للمتغير X فتعرّف Q_1 بأنه أصغر قيمة تحقق $F_x(Q_1) \geqslant 0.25$ ونعرف Q_2 بأنه أصغر قيمة تحقق $F_x(Q_2) \geqslant 0.50$ ونعرف Q_3 بأنه أصغر قيمة تحقق $F_x(Q_3) \geqslant 0.75$.

والجدير بالذكر أن Q_2 هو نفس أوسط التوزيع. كما يسمى Q_1 **الربيع الأسفل** ويسمى Q_3 **الربيع الأعلى**. إذا كان X متغيراً عشوائياً مستمراً بدالة كثافة احتمالية f(X) فإن Q_1, Q_2, Q_3 تحقق العلاقات:

$$\int_{-\infty}^{Q_1} f(x)dx = \int_{Q_1}^{Q_2} f(x)dx = \int_{Q_2}^{Q_3} f(x)dx = \int_{Q_3}^{\infty} f(x)dx = {}^1/_4$$

مدى ربيعي. ويساوي $(Q_3 - Q_1)$ **انحراف ربيعي**. ويساوي $^1/_2(Q_3 - Q_1)$ وهي مرادفة **نصف مدى ربيعي**.

RANK — رتبة

- **رتبة مصفوفة أو رتبة شكل تربيعي:**

انظر دليل ـ دليل شكل تربيعي، وانظر مصفوفة.

MONOTONE, MONOTONIC — رتيب

- **كمية متزايدة رتيبة:**

هي كمية لا تتناقص أبداً. أي أن هذه الكمية التي يمكن أن تكون دالة أو متتالية إما أن تتزايد أو تبقى على حالها ولكنها لا تتناقص أبداً.

مثال: إن متتالية المجموعات $\{E_1, E_2, ...\}$ متزايدة رتيبة إذا كانت E_n محتواة في E_{n+1} من أجل أي n (طبعاً الاحتواء هنا قد يعني التساوي).

● **كمية متناقصة رتيبة:**

هي كمية (متتالية، دالة، . . .) لا تتزايد أبداً أي أنها إما أن تتناقص أو تبقى على حالها.

● **مبرهنة التقارب الرتيب:**

بفرض أن m هو قياس جمعي عدياً على جبرية من σ للمجموعات الجزئية للمجموعة T وأن $\{S_n\}$ هي متتالية متزايدة رتيبة من الدوال القابلة للقياس وغير السالبة. إذا كان يوجد دالة S بحيث $\lim_{n \to \infty} S_n(x) = S(x)$

تقريباً في كل مكان على T فإن S تكون قابلة للقياس وتتحقق العلاقة

$$\int_T S dm = \lim_{n \to \infty} \int_T S_n dm$$

بحيث يفهم ضمناً أن أحد طرفي المساواة يساوي اللانهاية إذا وفقط إذا كان الطرف الثاني مساوياً $+\infty$.

انظر **محدود** ـ مبرهنة التقارب المحدود؛ انظر **ليبيغ** ـ مبرهنة ليبيغ للتقارب؛ انظر **متسلسلة** ـ مكاملة المتسلسلات اللانهائية.

● **مبرهنة التقارب الرتيب (صيغة مبسطة):**

لتكن لدينا متوالية الدوال غير السالبة $f_n: [a,b] \to R$ و $f: [a,b] \to R$ بحيث يكون $0 \leq f_n \leq f_{n+1} \leq f$

ولنفرض أن $\int_a^b f(x)dx$ موجود على أنه **تكامل غير معتل** وأن $f_n(x) \to f(x)$ من أجل جميع قيم x في [a,b] عندئذ $\lim_{n \to \infty} \int_a^b f_n(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

● **عائلة مجموعات رتيبة:**

هي عائلة من المجموعات بحيث يكون $A \subset B$ أو $B \subset A$ من أجل أي مجموعتين تنتميان إلى هذه العائلة.

ننبه هنا إلى أن الكمية المتزايدة الرتيبة تسمى غير متناقصة. كما أن الكمية المتناقصة الرتيبة تسمى **غير متزايدة**.

نقول بأن التطبيق للفضاء الطوبولوجي A على الفضاء الطوبولوجي B هو تطبيق رتيب إذا كانت الصورة العكسية لأي عنصر من B هي **ملتحم**.

نقول بأن التطبيق T لمجموعة مرتبة A على مجموعة مرتبة B هو تطبيق رتيب إذا كان:

$$x < y \Leftarrow Tx \leq Ty$$

من أجل أي عنصرين x و y ينتميان إلى A حيث نعني بالرمز $x < y$ أن x يسبق y وبالرمز $u \leq v$ أن u يسبق أو يساوي v.

رد فعل REACTION

- **قانون الفعل ورد الفعل:**

انظر فعل.

رزمة BUNDLE

- **رزمة مستويات:**

انظر جرزة.

- **رزمة ألياف:**

رزمة الألياف $\xi = (E,B,F,P)$ تتألف من ثلاثة فضاءات طوبولوجية E ويسمى الفضاء الكلي و B ويسمى **فضاء الأساس** و F ويسمى **الليف** أما P فهو تطبيق إسقاط من E إلى B، أي أن $(P:E \rightarrow B)$ بحيث توجد تغطية مفتوحة $\{U_i\}$ للفضاء B بحيث يوجد لكل عنصر U_i في هذه التغطية تماثل مستمر $(\varphi_u:U_i \times F \rightarrow p^{-1}(U_i))$.

ويكون التركيب $(U \times F \overset{\varphi_u}{\rightarrow} p^{-1}(U) \overset{P}{\rightarrow} U)$ هو الإسقاط على العامل الأول. وهذا يعني محلياً أن التطبيق p يكافىء الإسقاط $(B \times F \rightarrow B)$. وإذا كان $b \in B$ فإن **الليف** فوق b هو المجموعة $p^{-1}(b)$ وهو مماثلة استمرارياً للفضاء F لكل $b \in B$.

مثلاً: إذا كان B و F فضاءين طوبولوجيين فبإمكاننا أن نأخذ

$E = B\times F$ ونأخذ $p: E \to B$ الإسقاط على العامل الأول. فتكون $\xi = (E,B,F,P)$ رزمة ألياف وتسمى **بالرزمة التافهة**.

- **رزمة ألياف رئيسية:**

إذا كان E منطوياً تفاضلياً وكان F زمرة لي تفعل على E من اليمين وكان B فضاء القسمة $B = E/F$ و (p) الاسقاط الطبيعي فإن الرزمة $\xi = (E,B, F,P)$ تسمى رزمة ألياف رئيسية. ويسمى E في هذه الحالة أيضاً بالفضاء الكلي أو فضاء الرزمة. ويسمى B فضاء الأساس. أما الليف F فيدعى زمرة البنية كما أننا نستطيع تعريف زمرة البنية بالنسبة لأي رزمة ألياف وذلك باختيار هذه الزمرة على أنها زمرة التماثلات المستمرة لليف F.

- **رزمة المتجهات:**

هي رزمة ألياف يكون ليفها الفضاء الاقليدي R^n وزمرة بنيتها الزمرة الخطية العاملة $GL(R^n)$ التي تتألف من التماثلات الخطية للفضاء R^n.

- **رزمة المماس:**

لنأخذ M منطوياً تفاضلياً ونأخذ TM مجموعة المتجهات المماسة على M. إذا أخذنا رزمة الألياف (TM,M,R^n,P) حيث أن $(P: TM \to M)$ يأخذ كل متجه مماس إلى نقطة أصله، فإننا نحصل على رزمة متجهات تسمى **رزمة المماس**.

- **رزمة الإطارات:**

إذا كان الفضاء الكلي هو المجموعة L(M) المؤلفة من كل الإطارات عند كل النقاط في منطو تفاضلي M وكان $P:L(M \to M$ هو التطبيق الذي يأخذ الإطار عند x إلى x. وكانت زمرة البنية هي $GL(R^n)$ فإننا نحصل على زمرة ألياف رئيسية هي $\xi = (L(M),M,GL(R^n),P)$ تسمى بزمرة الإطارات. أما رزمة الإطارات المتعامدة المعيرة في منطو ريماني فنحصل عليها إذا أخذنا الفضاء الكلي مجموعة الإطارات المتعامدة المعيرة وأخذنا الزمرة التعامدية كزمرة بنية.

رسم — TRACING

- **رسم المنحنى:**

انظر منحنى.

رسم تخطيطي DIAGRAM

هو رسم يمثل معطيات معينة وربما أيضاً يمثل استنتاجات مستخلصة من هذه المعطيات. وبمعنى آخر هو رسم يمثل عبارة أو برهاناً بيانياً وذلك لمساعدة القارىء لفهم شروح جبرية معينة.

رسم بياني GRAPHING

ونعني بالرسم البياني رسمًا لبيان معادلة أو لبيان يمثل مجموعة من المعطيات.

انظر منحنى ـ رسم منحن.

- **الرسم البياني بالتركيب:**

هي طريقة للرسم البياني يمكن تلخيصها على النحو التالي:

(1) نكتب الدالة المعطاة على صورة مجموعة دوال يكون بيانها أسهل في الرسم.

(2) وبعد ذلك نرسم بيان كل دالة على حدة ولكن في نفس الشكل. ثم نجمع ترتيبات النقط.

مثال: يمكن رسم بيان الدالة $y = e^x - \sin x$ بالقيام برسم بياني الدالتين $y = e^x$ و $y = -\sin x$ ثم نجمع بعد ذلك ترتيبي المنحنيين عند نفس فصل النقطة x.

رصّ COMPACTIFICATION

ويعرف رص الفضاء الطوبولوجي X بأنه فضاء متراص W يحتوي على X (أو أنه X متماثلة باستمرار مع مجموعة جزئية من W).

فمثلاً المستوى العقدي (أو الكرة) تكون تراصاً للمستوى الإقليدي. وهذا التراص ناتج عن إضافة نقطة واحدة (يرمز لها عادة بالرمز ∞) للمستوى

الإقليدي ثم تعريف الجوارات (المفتوحة) لـ ∞ على أنها تلك المجموعات التي تحتوي على ∞ وبحيث تكون متمماتها مجموعات مغلقة ومحدودة (أي متراصة) في المستوى.

ويعرف **الرص ذو النقطة** لفضاء هاوسدوف المتراص محلياً X بأنه الفضاء $X^* = X\cup\{\infty\}$ وبحيث تكون مجموعات المفتوحة التي لا تحوي على ∞ هي نفس المجموعات المفتوحة في X وأما المجموعات المفتوحة التي تحتوي على ∞ فتعرف بأنها تلك المجموعات التي تحتوي على ∞ وتكون متمماتها في Xمتراصة.

أما تراص ستون ــ **تشيك** لفضاء تيخونوف X فيعرف بأنه علاقة صورة X في الفضاء I^Φ حيث I^Φ ترمز للجداء الديكارتي لفترة الوحدة المغلقة I (مأخوذاً Φ من المرات) و Φ يمثل العدد الرئيسي للعائلة F المكونة من كل الدوال المستمرة f من X إلى I. وتعرف الدالة $\lambda:X \to I^\Phi$ بالقانون $[\lambda(x)]_f = f(x)$ حيث $[\lambda(x)]_f$ يمثل المركبة f من $\lambda(x)$ ومن الواضح أن هذا التراص متراص لأنه مجموعة جزئية مغلقة من الفضاء المتراص I^Φ (I^Φ متراص نتيجة لمبرهنة تيخونوف).

انظر جداء ــ الجداء الديكارتي.

وتراص ستون ــ **تشيك** هو تراص أعظمي.

رفع LIFT

إذا أثرت قوة $\vec{F}$ في جسم صلب B فأعطته حركة ذات سرعة $\vec{V}$ فإن الرفع (قوة الرفع) هي المركبة العمودية للقوة $\vec{F}$ على السرعة $\vec{V}$. ويستخدم هذا المصطلح في الديناميك الهوائي.

رفع INVOLUTION

(1) هو **الرفع لقوة** أي ضرب الكمية في نفسها عدداً معطى من المرات. والرفع عكس **التجذير**. فمثلاً عملية تربيع العدد 2 تعتبر رفعاً، أما أخذ الجذر التربيعي للعدد 2 فهو تجذير.

(2) والرفع دالة تساوي معكوسها، فمثلاً الدالة $f(x) = {}^1/_2$ تكون رفعاً لأنها تساوي معكوسها.

انظر معكوس ــ معكوس الدالة.

● **الرفع على خط:**

هو تقابل إسقاطي بين نقاط خط بحيث يساوي التقابل معكوسه. ويمكن كتابة الصورة العامة للرفع على خط على الصيغة $f(x) = \frac{ax + b}{cx - a}$

حيث $a^2 + bc \neq 0$. وإذا كان $c\neq0$ فإن هذه الصيغة يمكن كتابتها على الشكل $f(x) = \frac{k}{x}$ بواسطة اختيار مناسب لنقطة الأصل.

● **رفع خطوط الحزمة:**

هو تقابل بين الخطوط بحيث تمر الخطوط المتقابلة بالنقاط المتقابلة لرفع نقاط على خط لا يمر برأس الحزمة.

● **رفع (Lift):**

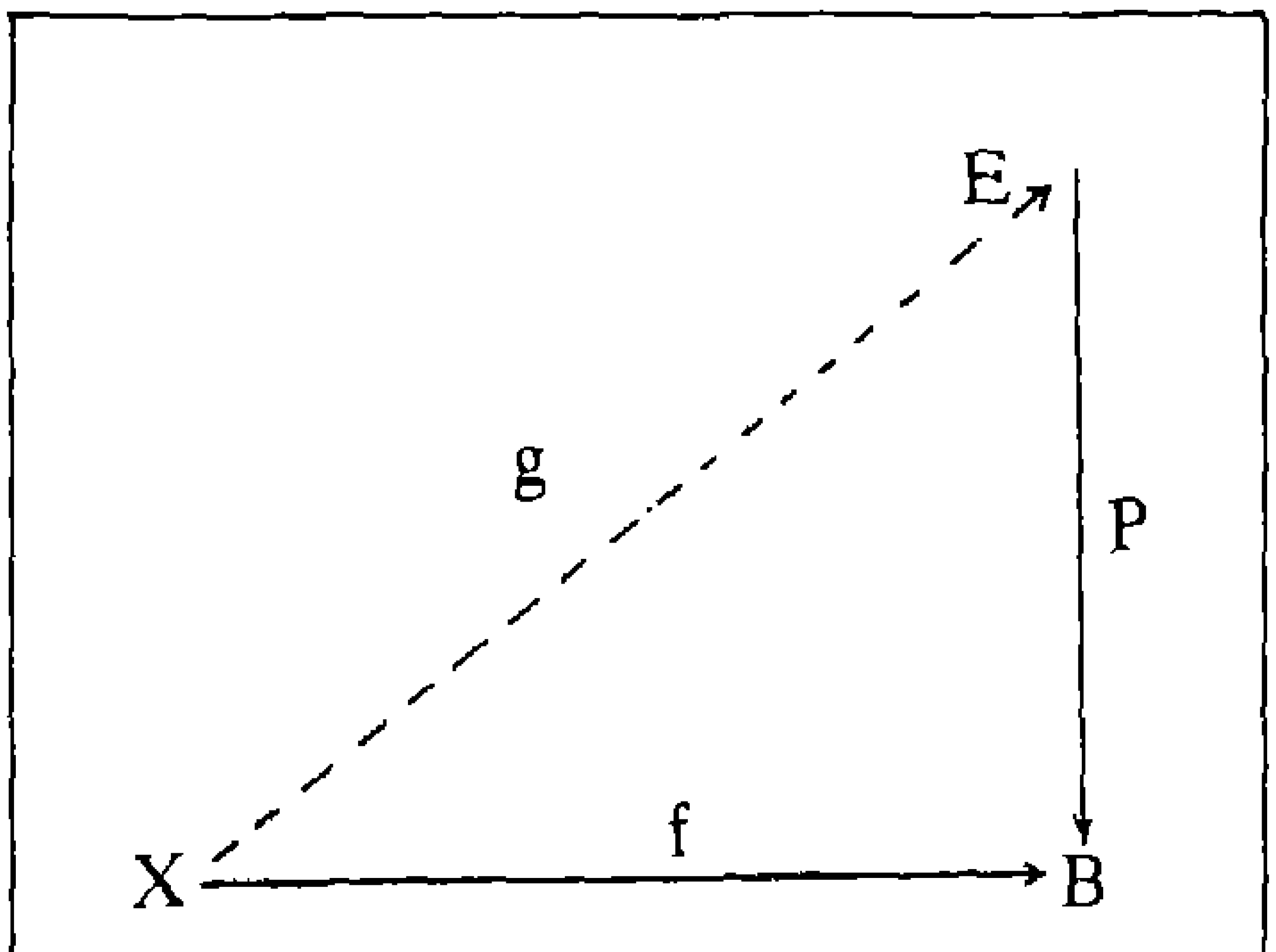
رفع حقل متجهات: ويقصد به رفع أفقي لحقل متجهات.

انظر **أفقي** ــ رفع أفقي لحقل متجهات.

انظر **أفقي** ــ رفع أفقي لمنحنى.

رفع منحنى: ويقصد به رفع أفقي لمنحنى.

رفع تطبيق: لنأخذ التطبيقين $P:E \to B$ و $f:X \to B$ حيث E,B,X مجموعات. نقول أن التطبيق $g:X \to E$ هو رفع للتطبيق f إذا كان $f = pog$ أي أن g هو التطبيق الذي يجعل الرسم التخطيطي المرفق تبديلياً.



مسألة الرفع: إذا كان E,B,X فضاءات طوبولوجية وكان $P:E \to B$ و $f:X \to B$ فإن مسألة الرفع هي مسألة ما إذا كان هناك تطبيق مستمر بحيث $f = pog$.

رقعة — PATCH

● **رقعة سطح**:

انظر سطح.

رَقْمٌ — DIGIT

يسمى كـل منْ الرمـوز 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 رقمًا في النـظام العددي العشري، فمثلاً العدد 23 يتكون من الرقمين 2,3.

● **الأرقام المعنوية**:

(1) هي الأرقام التي تعين الجزء العشري من لوغاريتم العدد، أي أرقام العدد التي تبدأ بأول رقم غير صفري من الشمال وتنتهي بآخر رقم غير صفري على اليمين.

(2) هي أرقام العدد التي لها اعتبار أي أرقام العدد التي تبدأ بأول رقم غير صفري على شمال النقطة العشرية أو أول رقم يأتي بعد النقطة العشرية إذا لم يوجد أي رقم غير صفري على شمال النقطة العشرية، وتنتهي بآخر رقم على اليمين. فالأرقام المعنوية في العدد 230 هي 0,3,2 أيضاً. في العدد 0.23 الأرقام المعنوية هي 3,2 وبذلك يكون الصفر رقمًا غير معنوي. أما في العدد 0.023 فالأرقام المعنوية هي 3,2,0 حيث يكون الصفر الأول والذي على شمال النقطة

العشرية رقمًا غير معنوي أما الصفر الذي على شمال النقطة العشرية فيعتبر رقمًا معنوياً.

DIGITAL **رَقْمـيّ**

● **الوسيلة الرقمية:**

انظر حاسب ـ حاسب رقمي.

SYMBOL **رمز**

حرف أو أية علامة تستخدم لتمثيل الكميات أو العلاقات أو العمليات الرياضية.

●**رموز جبرية:**

رموز تمثل أعداداً أو عبارات جبرية وعمليات جبرية.

SYMBOLIC **رمزي**

● **النظام الديناميكي الرمزي:**

لتكن $X = \{0,1,2,\ldots,k-1\}$ مجموعة منتهية معـرفاً عليها الطوبولوجيا المتقـطعة. ولنعتبر الجداء $Y = \prod_{n=-\infty}^{\infty} X_n$ (حيث $X_n = X$ لكل n) معـرفاً عليه طوبولوجيا الجداء. ولذا فإن Y يكون متراصاً ولا متصل كلياً وهاوسدورف. وإذا كان $k = 2$ فإن Y تكون **مجموعة كانتور**.

انظر كانتور ـ مجموعة كانتور.

لنعرف $\sigma: Y \to Y$ بالقانون $\sigma(x) = y$ حيث $y_n = x_{n+1}$ لكل n. تكون الدالة σ مستمرة ولها معكوس σ^{-1} متصل أيضاً. نسمي الزوج (Y,σ) **بالنظام الديناميكي الرمزي** (انظر **نظام ديناميكي** ــ نظام ديناميكي متقطع).

ويكون (Y,σ) أصغرياً إذا وفقط إذا كانت $\overline{C^+(x)} = Y$ لكل $x \in Y$ حيث $C^+(x)$ هو المدار الموجب للنقطة x بحيث

$$C^+(x) \bigcup_{n=0}^{\infty} \{(\sigma^n(x))\}$$

انظر **أصغري**.
أي أنه إذا كان (Y,σ) أصغرياً فإن كل نقطة في XY تكون **نقطة معاودة**.
انظر **معاود**.

وتوجد دائماً مجموعة مغلقة غير خالية X_0 جزئية من Y بحيث $\sigma(X_0) \subset X_0$ وبحيث يكون النظام الجزئي (X_0, σ) أصغرياً. ويمكن تعريف مقاس d على Y كما يلي:

$$d(x,y) = (1 + \min \{|n| : x_n \neq y_n\})^{-1}$$

وفي هذه الحالة فإن (Y,σ) لا يكون متساوي الاستمرار.
انظر **متساوي الاستمرار**.

RESONANCE — رنين

انظر **تذبذب**.

RUNGE, CARL DAVID TOLME (1856-1927) — رونج، كارل ديفيد توليه

هو عالم ألماني في التحليل.

- **طريقة رونج ــ كوتا:**

هي طريقة للتقريب من أجل حل المعادلات التفاضلية.

فلتعيين حل تقريبي يمر من النقطة (x_0, y_0) للمعادلة $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ نضع

$x_1 = x_0 + h$ وعندئذ فإن هذه الطريقة تعين y_1 الموافقة لـ x_1 بالعلاقة $y_1 = y_0 + k$ حيث

$$k = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = hf(x_0, y_0)$$

$$k_2 = hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hf(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + {}^1/_2k_2)$$

$$k_4 = hf(x_0 + h, y_0 + k_3)$$

وبتكرار هذه العملية ابتداء من (x_1,y_1) نحصل على (x_2,y_2) وهكذا. . ويمكن تعميم هذه الطريقة لحل مجموعات المعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى أو المراتب العليا.

روبنسون، ابراهام — ROBINSON, ABRAHAM (1918-1974)

عالم في المنطق، والرياضيات، والجبر والتحليل، والتحليل الدالي، والديناميكا الهوائية، حيث أوجد التحليل اللامعياري.

ولد في ألمانيا وعاش في بريطانيا، وكندا، وفلسطين المحتلة وأخيراً في الولايات المتحدة.

روبين، (فيكتور غوستاف) — ROBIN, VICTOR GUSTAVE (1855-1897)

عالم فرنسي في التحليل الرياضي وفي الرياضيات التطبيقية.

- **دالة روبين:**

إذا كانت R منطقة محدودة بسطح S وكانت Q نقطة داخلية في R فإننا نعرف دالة روبين $R_{k,h}(P,Q)$ على النحو التالي: $R_{k,h}(P,Q) = 1/(4\pi r) + V(P)$

حيث r هي المسافة PQ و $V(P)$ دالة توافقية و $K\partial R_{k,h}/\partial n + hR_{k,h} = 0$ على S. ويمكن تمثيل الحل $U(Q)$ لمسألة القيمة الحدية الثالثة (كمسألة روبين) في نظرية الكمون بشكل $U(Q) = \int_S f(P)R_{k,h}(P,Q)d\sigma_p$

انظر غرين؛ انظر حدود.

ROTH, KLAUS FRIEDRICH — روث، كلاوس فريدرخ

رياضي انجليزي مختص بنظرية العدد، وحاصل على ميدالية فيلدز عام 1958.

انظر تويه ــ نظرية تويه ــ سيغل روث.

RODRIGUES, OLINDE (1794-1815) — رودريغ، أولاند

اقتصادي فرنسي كانت دراسته الأولية في الرياضيات.

● معادلات رودريغ:

المعادلات التي تميز خطوط انحناء السطح S وهي:

$$dx + p dX = 0, \quad dy + p dY = 0, \quad dz + p dZ = 0$$

حيث الدالة p هي نصف قطر التقوس الناظمي باتجاه خط التقوس.

● صيغة رودريغ:

المعادلة: $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

حيث P_n يمثل كثير حدود لوجاندر.

ROUCHE, EUGENE (1832-1910) — روشيه، أوجين

رياضي فرنسي اختص بالجبر والتحليل والهندسة والاحتمال.

● مبرهنة روشيه:

إذا كانت F و f دالتين تحليليتين في المتغير العقدي z في وعلى منحنى قابل للقياس وبسيط C وكان $|F(z)| > |f(z)|$ في كل نقطة على C فإن للدالتين F و f+F نفس عدد الأصفار في المنطقة المنتهية والمحدودة بالمنحنى C.

روفيني (باولو) RUFFINI, PAOLO (1765-1822)

رياضي إيطالي مختص في الجبر ونظرية الزمرة. نشر عام 1799 برهاناً غير كامل بعدم إمكانية حل معادلة الدرجة الخامسة العامة بعدد منته من العمليات الجبرية.

انظر آبل.

رول (ميشيل) ROLLE, MICHEL (1652-1719)

عالم رياضيات فرنسي اختص بالتحليل والجبر والهندسة.

● مبرهنة رول:

إذا كانت $f(x)$ دالة مستمرة في الفترة $a \leq x \leq b$ وقابلة للمفاضلة في الفترة $a \leq x \leq b$ وكانت $f(a) = f(b) = 0$ فإنه توجد نقطة z في الفترة (a,b) بحيث $f'(z) = 0$، وهذا يعني أن مماساً منحنياً الدالة يكون أفقياً عند النقطة z. مثلاً، منحنى الجيب $f(x) = \sin x$ يعبر محور x عند $x = 0$ و $x = \pi$ أي أن $f(0) = f(\pi) = 0$ وله مماس أفقي عند النقطة $x = \pi/2$.

روماني ROMAN

● أرقام رومانية:

نظام استعمل من قبل الرومان لكتابة الأعداد الصحيحة. ورموز النظام الأساسية هي: I ترمز للعدد 1، V للعدد 5، X للعدد 10، L للعدد 50 و C للعدد 100 و D للعدد 500 وأخيراً M للعدد 1000.

وتكتب جميع الأعداد الصحيحة الباقية باتباع القاعدتين التاليتين:

(1) عندما يتكرر حرف أوعندما يتبع حرف مباشرة بحرف يقل عنه قيمة تجمع قيمة الحرفين.

(2) عندما يتبع حرف مباشرة بحرف يزيد عنه قيمة تطرح القيمة الصغرى من القيمة الكبرى. وهكذا نكتب الأعداد من 1 إلى 10 بشكل: I, II

III, IIIIأو IV, V, VI, VII, VIII, IX, X. ونكتب 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 بشكل XX, XXX, XL, L, LX, LXX, LXXX, XC. ونكتب المئات 100, 200, 900. . . بشكل C, CC CCC, CD, D, DC, DCC, CM.

رونسكي (جوزيف ماريا) WRONSKI (1778-1853)

رياضي ولد في بولندا وعاش في فرنسا. اشتغل بالتحليل والتوافقات والفلسفة والفيزياء.

● رونسكية:

إن رونسكية n من الدوال $u_1, u_2, ..., u_n$ هي المعين التالي من رتبة n:

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \\ u'_1 & u'_2 & \cdots & u'_n \\ u''_1 & u''_2 & \cdots & u''_n \\ \hline u_1^{(n-1)} & u_2^{(n-1)} & \cdots & u_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

وإذا كانت رونسكية n من الدوال لا تساوي صفراً بالتطابق، فإن الدوال تكون مستقلة خطياً، وتكون هذه الدوال تابعة خطياً على الفترة (a,b) إذا كانت الرونسكية تساوي صفراً بالتطابق على الفترة (a,b). وهنا نفترض أن المشتقات الأولى وحتى رتبة (n−1) لهذه الدوال تكون مستمرة وتكون حلولاً لمعادلة تفاضلية من الشكل:

$$p_0 \frac{d^n y}{dx^n} + p_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots p_{n-1} \frac{dy}{dx} + p_n y = 0$$

حيث p_i دوال مستمرة على الفترة (a,b) وحيث p_0 لا تساوي صفراً لأي نقطة في (a,b).

رهن MORTGAGE

هو نقل ملكية مشروط يؤخذ كضمان لقرض مالي.

- **استقراء رياضي:**

انظر استقراء.

- **توقع رياضي:**

انظر توقع.

- **نظام رياضي:**

هو مجموعة أو أكثر من كائنات غير معرفة مع مفاهيم بعضها معرف وبعضها الآخر غير معرف بالإضافة إلى مجموعة من الموضوعات المتعلقة بهذه الكائنات والمفاهيم.

والزمرة هي واحدة من أهم وأبسط الأنظمة الرياضية. كما أن هناك أنظمة أكثر تعقيداً كنظام الأعداد الحقيقية والموضوعات المتعلقة بها (أي خواص الأعداد الحقيقية)، وهناك نظام المستوى في الهندسة الاقليدية المكون من مجموعة النقط والخطوط يضاف اليها مفاهيم غير معرفة مثل «نقطة على خط»، «نقطة بين نقطتين» وأخرى معرفة، مثل «مثلث»، «يوازي»، «زاوية» و«موضوعات تربط الكائنات بهذه المفاهيم».

والنظام الرياضي عموماً هو نظرية استنتاجية يمكن أن تطبق في الحقول الرياضية إذا أمكن التحقق من صحة الموضوعات. ويتوقف نجاح تطبيق النظام الرياضي في الحقول المختلفة للمعرفة على مقدار دقة وحسن وصف النظام الرياضي للحالة المعروضة على بساط البحث.

MATHEMATICS رياضيات

في الحقيقة لا يوجد تعريف دقيق لأي فرع من فروع المعرفة الإنسانية، (حتى كلمة المعرفة الإنسانية ذاتها). ولا يمكن في هذه الحالات إلا أن نعطي تعريفاً عاماً وشاملاً وكثيراً ما يكون غامضاً. على أية حال نقول بأن الرياضيات

هي علم الدراسة المنطقية لكم الأشياء وكيفها وترابطها، كما أنه علم الدراسة المجردة البحتة التسلسلية للقضايا والأنظمة الرياضية.

انظر **رياضي ـ نظام رياضي**.

فإذا التصقت الرياضيات بعلوم الطبيعة (الفيزياء والكيمياء والفلك) والعلوم الإنسانية والطبية والهندسية تسمى الرياضيات التطبيقية وهي التي تبحث في حل المشاكل التي تواجه الإنسان في حياته العملية. وتستقي الرياضيات التطبيقية منابعها من الفرع الآخر للرياضيات وهي الرياضيات البحتة المجردة التي تعتبر قلعة جميلة مبنية على أسس متينة جداً. ولا توجد حدود واضحة تفصل بين الرياضيات البحتة والتطبيقية. إلا أن من أصعب الأمور وأهمها هو مد الخطوط التي تربط القلعة الجميلة بالواقع (أي الرياضيات التطبيقية البحتة) وهو ما يسعى إليه أعظم علماء هذا العصر.

ويمكن تقسيم الرياضيات بصورة أخرى إلى ثلاثة أقسام، هي: الجبر، التحليل والهندسة، ولا بد من القول أن الرياضيات التطبيقية تختلط في بعض اتجاهاتها مع الفيزياء والعلوم الهندسية. فإذا أردنا أن نعرف **الرياضيات التطبيقية** فإننا نقول بأنها فرع الرياضيات الذي يدرس العلم الفيزيائي والبيولوجي والإنساني والهندسي. بينما نقول إن **الرياضيات البحتة** هي الفرع الذي يدرس المبادىء الرياضية وتطويرها دون النظر إلى فائدتها العملية.

ونذكر أخيراً أنه توجد بين الرياضيات التطبيقية والرياضيات البحتة تغذية خلفية بحيث أن نمو إحداهما يؤثر على نمو الأخرى.

- **رياضيات مالية (رياضيات الاستثمار):**

هي نوع من الرياضيات نشأ مع زيادة سيطرة الاقتصاد وأهميته بالنسبة للشعوب. وهي العلم الذي يدرس مواضيع التأمين والنقد والميزانية.

ريتز (فريدريك) RIESZ (1956-1880)

هو رياضي مجري اشتغل بالتحليل الدالي. ويعتبر أول من قدم الدوال تحت التوافقية وكذلك الفكرة المجردة للمؤثر.

● مبرهنة ريتز ـ فيشر:

ليكن m قياساً على جبرية من σ لمجموعات جزئية من المجموعة Ω. بحيث يتمتع بالخاصية الجمعية عدياً. ولتكن L_2 مجموعة كل الدوال f (الحقيقية أو العقدية) القابلة للقياس بحيث يكون $\int|f|^2\,dm$ منتهياً. وتحت هذه الشروط تنص مبرهنة ريتز ـ فيشر على أن الفضاء L_2 فضاء تام. وهذا يعني أن المتتالية $\{f_i\}$ من عناصر L_2 تقترب من f إذا كان $\|f_m-f_n\|\to 0$ عندما تقترب m و n من اللانهاية (أي إذا كانت المتتالية $\{f_i\}$ متتالية كوشي) حيث $\|f_m-f_n\|^2 = \int|f_m-f_n|^2\,dm$.

وكنتيجة مباشرة لهذه المبرهنة نستخلص المبرهنة التالية، والتي تسمى أيضاً بمبرهنة ريتز ـ فيشر، إذا كانت $\{u_i\}$ متتالية من الدوال المتعامدة المعيرة وكانت $\{a_i\}$ متتالية من الأعداد العقدية أو الحقيقية بحيث تكون $\sum_{n=1}^{\theta}|a_n|^2$ متقاربة فإنه يوجد $f\in L_2$ بحيث يكون $a_n = \int f(x)\overline{u_n(x)}\,dm$ لكل n.

مثال: تكون المتسلسلة المثلثية $\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx + b_n\sin nx)$ متسلسلة فورير لدالة ما إذا وفقط إذا كانت المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)$ متقاربة.

ريتشي (كورباسترو غيريغوريو)

RICCI, CURBASTRO GREGORIO (1853-1925)

عالم إيطالي في الجبر والتحليل والهندسة والفيزياء الرياضية. وهو الذي استحدث تحليل الموترات كوسيلة لدراسة اللامتغيرات في الهندسة الريمانية.

● موتر ريتشي:

موتر التقوس المتقلص $R_{ij} = R^{\sigma}_{ij\sigma}$، حيث R^{p}_{ijk} يمثل موتر التقوس لريمان ـ كريستوفل.

ويسمى أحياناً موتر اينشتين في نظرية النسبية العامة بسبب ظهوره في معادلات الجاذبية لاينشتين.

إن موتر ريتشي موتر متماثل بما أن:

$$\frac{\partial \operatorname{Log} \sqrt{g}}{\partial x^i} = \left\{ {i \atop ij} \right\}$$

ريكاتي (كونت جاكوبو فرانسيسكو)

RICCATI, COUNT JACOPO FRANCESCO (1676-1754)

هو عالم إيطالي في الهندسة والتحليل الرياضي.

● **معادلة ريكاتي:**

هي المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} + ay^2 = bx^n$ وبشكل عام، فإنه لا يمكن مكاملة هذه المعادلة والحصول على y بدلالة دوال بسيطة (أي المكاملة بشكل منته) إلا في بعض الحالات الخاصة. فإذا استخدمنا التحويل $u = ay$ تأخذ المعادلة الشكل: $\frac{du}{dx} + u^2 = cx^{2q-2}$

حيث $q = \frac{1}{2}n + 1,\ c = ab$ فإذا كانت $n = -\frac{4k}{2k\mp1}$ حيث k صحيح موجب، فإنه يمكن مكاملة هذه المعادلة بشكل منته.

● **معادلة ريكاتي المعممة:**

هي معادلة تفاضلية من الشكل:

$$y' = f(x)y^2 + g(x)y + h(x) \qquad (*)$$

باستخدام التحويل $y = E(x)\,y(x)$ حيث $E(x) = \exp\int g(x)dx$ تأخذ معادلة ريكاتي المعممة(*) الشكل $u' = fEu^2 + \frac{h}{E}$. ونظراً لأن إيجاد الحل العام لمعادلة ريكاتي المعممة بدلالة دوال بسيطة (أي بشكل منته) غير ممكن أيضاً فإنه من المفيد أن نعطي بعض المعلومات عن هذه المعادلة التفاضلية المهمة:

(1) ترتبط معادلة ريكاتي ارتباطاً وثيقاً مع المعادلة التفاضلية من المرتبة الثانية. فإذا كانت الدالتان f و g مستمرتين في الفترة $a<x<b$ وكانت f قابلة للاشتقاق في نفس الفترة، فإن أي حل $y(x)$ لمعادلة ريكاتي معرف في الفترة $\alpha<x<\beta$ $(a\leq\alpha<x<\beta\leq b)$ سوف يؤول إلى حل مغاير

للصفر للمعادلة $fu'' - (f' + fg)u' + f^2hu = 0$ باستخدام التحويل $u = \exp(-\int fydx)$.

وبالعكس إذا كان $f \neq 0$ فإن أي حل مغاير للصفر للمعادلة السابقة سوف يؤول إلى حل لمعادلة ريكاتي المعممة (*) باستخدام التحويل $y = \frac{u'}{fu}$.

(2) إذا عرفنا حلاً خاصاً $\phi(x)$ لمعادلة ريكاتي (*) معرفاً في الفترة $a<x<b$ فإن الدالة $y(x)$ المعرفة في $a \leq \alpha < x < \beta \leq b$ تكون حلاً لمعادلة ريكاتي مختلفاً عن $\phi(x)$ إذا وفقط إذا كانت الدالة $\alpha < x < \beta$, $H(x) = \frac{1}{y(x) - \phi(x)}$ حلاً مغايراً للصفر للمعادلة $z' + (2f\phi + g)z + f = 0$.

(3) إذا كانت الدوال $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ حلولاً لمعادلة ريكاتي (*) فإن

ثابت $= \frac{\phi_4 - \phi_2}{\phi_3 - \phi_2} \cdot \frac{\phi_3 - \phi_1}{\phi_4 - \phi_1}$.

(4) إذا كانت الدوال u, v, w, r قابلة للاشتقاق في $a < x < b$ وكان $ur - vw \neq 0$ فإن الدالة $y = \frac{u + cv}{w + cr}$.

حيث c ثابت، تحقق معادلة من نوع معادلة ريكاتي (*).

(5) إذا كان $f + g + h = 0$ فإن الحل العام لمعادلة ريكاتي هو(*):

$$y = \frac{c + \int (f + h) Edx - E}{c + \int (f + h) Edx + E}$$

حيث $E = \exp \int (f - h)\, dx$.

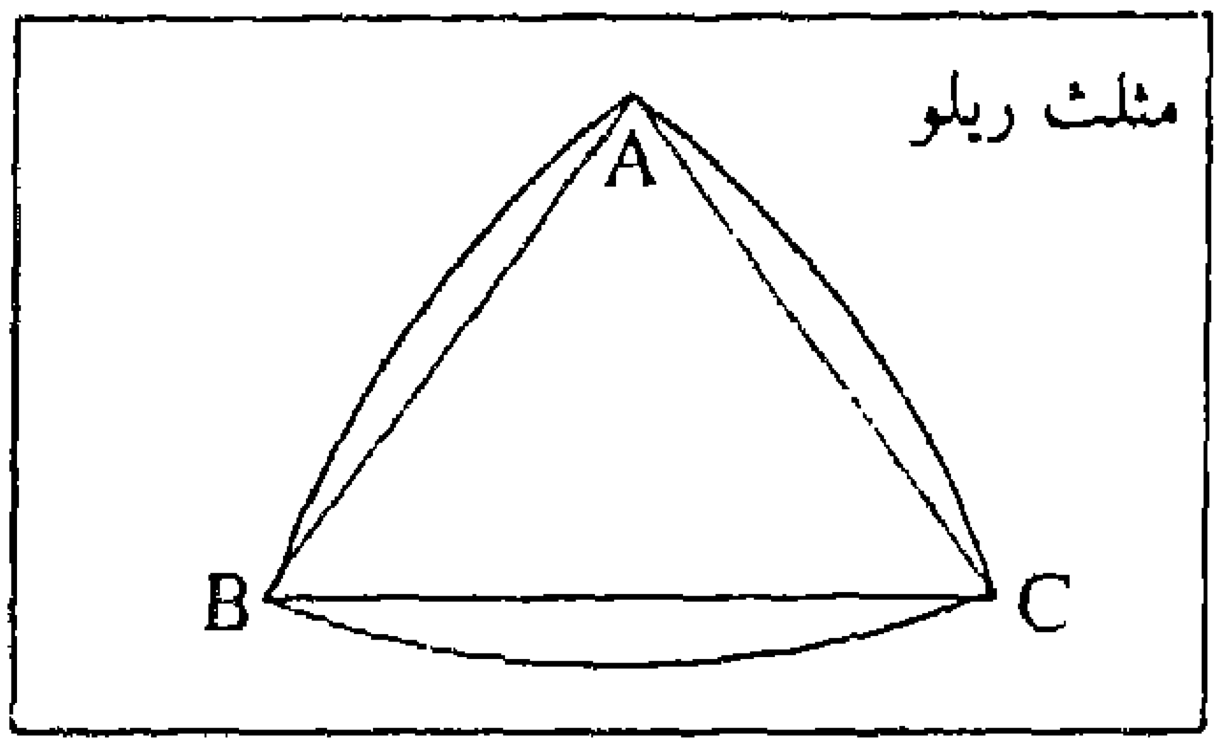
ريلو، فرانز REULEAUX, FRANZ (1829-1905)

مهندس ألماني.

- مثلث ريلو:

ليكن ABC مثلثاً متساوي الأضلاع. ولنرسم دوائر C_1, C_2, C_3 مراكزها C,B,A على التوالي وأنصاف أقطارها تساوي طول ضلع المثلث. نجد أن

الأقواس AB و BC و CA تشكل منحنياً مغلقاً بيضوي الشكل يسمى مثلث ريلو وهذا المثلث هو منحن له عرض ثابت بمعنى أن هذا المثلث يقع بين مستقيمين موازيين لمستقيم ما L ويبعدان عن بعضهما مسافة تساوي نصف قطر الدوائر.



ريمان RIEMANN

● **موتر التقوس الموافق التغير لريمان ـ كريستوفل:**

هو حقل الموترات الموافق التغير من الرتبة الرابعة $R_{i\alpha\beta\gamma}(x^1,\dots,x^n) = g_{i\sigma}R^{\sigma}_{\alpha\beta\gamma}(x^1,\dots,x^n)$.

أنظر موتر التقوس لريمان ـ كريستوفل.

● **موتر التقوس لريمان ـ كريستوفل**

هو حقل الموترات:

$$R^i{}_{\alpha\beta\gamma}(x^2,\dots,x^n) = \frac{\partial\{\alpha^i\beta\}}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial\{\alpha^i\gamma\}}{\partial x^\beta} + \{\alpha^\sigma\beta\}\{\alpha^i\gamma\} - \{\alpha^\sigma\gamma\}\{\sigma^i\beta\}$$

حيث أن $\{j^i k\}$ هي رموز كريستوفل من النوع الثاني في فضاء ريماني بعديته n ومعرف عليه شكل تفاضل أساسي $g_{ij}dx^i dx^j$. وجدير بالذكر أننا نستعمل اصطلاح التجميع في صياغة المعادلة أعلاه. يكون $R^i_{\alpha\beta\gamma}$ حقل موترات رتبته أربعة وهو مخالف التغير من الرتبة الأولى وموافق التغير من الرتبة الأولى وموافق التغير من الرتبة الثالثة.

● **تقوس ريماني:**

إذا أخذنا p نقطة في فضاء ريماني شكل تفاضله الأساسي $g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$ وموتر تقوسه الموافق التغير $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ (انظر أعلاه) وإذا أخذنا ξ^i_2 ξ^i_1 اتجاهين مستقلين عند p فإن التقوس الريماني الذي تحدده ξ^i_2 ξ^i_1 ,p هو العدد السلمي:

$$k = \frac{R_{\alpha\beta\gamma\delta}\, \zeta_1^\alpha\, \zeta_2^\beta\, \zeta_1^\gamma\, \zeta_2^\delta}{(g_{\alpha\delta}\, g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma}\, g_{\beta\delta})\, \zeta_1^\alpha\, \zeta_2^\beta\, \zeta_1^\gamma\, \zeta_2^\delta}$$

وتسمى k في بعض الكتب **بالتقوس المقطعي** حيث تطلق تسمية التقوس الريماني على موتر التقوس $R^i_{\alpha\beta\gamma}$.

● **فضاء ريماني أو منظور ريماني:**

هو منطو تفاضلي معرف عليه حقل موترات أملس متناظر g_{ij} موافق التغير من الرتبة الثانية ويشترط البعض أن يكون g_{ij} موجباً بالتحديد بينما يكتفي البعض الآخر بأن يكون g_{ij} لا مضمحلاً أي الا يكون معين المصفوفة g_{ij} صفراً.

● **فضاء ريماني ثابت التقوس:**

هو فضاء ريماني يكون تقوسه الريماني ثابتاً لا يتغير بتغير الاتجاهات ζ^i_1، ζ^i_2 عند p ولا بتغير p ذاتها. إذا كان هذا التقوس الثابت موجباً فيقال بأن **الفضاء كروياً** أو إذا كان سالباً فهو فضاء **لوباتشيفسكي**، أما إذا كان صفراً فنحصل على **الفضاء الإقليدي**.

● **فرضية ريمان حول أصفار الدالة دزيتا:**

إن للدالة دزيتا أصفاراً هي ... ,4− ,2− أما الأصفار العقدية للدالة دزيتا فتقع في شريط الأعداد العقدية التي جزؤها الحقيقي يحقق العلاقة $0 < R(z) < 1$. أما مخمنة ريمان (غيرالمبرهنة حتى الآن) فتقول بأن هذه الأصفار تقع على المستقيم $R(z) = 1/2$. ولقد برهن هاردي أنه يوجد على هذا المستقيم لا نهاية من الأصفار. فإذا ما تم برهان هذه المخمنة فإن ذلك سيؤدي إلى نتائج ذات قيمة كبيرة في نظرية الأعداد الأولية. وتعتبر مخمنة ريمان صحيحة إذا وفقط إذا كانت المتسلسلة $\sum_1^\infty \mu(n)n^{-s}$ متقاربة من أجل الجزء الحقيقي للعدد S والذي يحقق $R(S) > 1/2$، حيث μ هو دالة موبيوس.

● **تكامل ريمان:**

انظر **تكامل ـــ** تكامل محدد.

● تمهيدية ريمان ـ ليبيغ:

إذا كانت f و |f| قابلتين للمكاملة على الفترة [a,b]، فإن

$$\lim_{t\to\infty} \int_a^b f(x)\sin tx\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_a^b f(x)\cos tx\,dx = 0$$

أو (بشكل مكافىء) $\lim_{t\to\infty} \int_a^b f(x)\sin\ (tx+b)\,dx = 0$ من أجل جميع b. وتفيد هذه التمهيدية في دراسة تقارب متسلسلات فوريه وبشكل خاص إذا كانت t عدداً صحيحاً، فإن التمهيدية تعني أن $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = 0$ حيث a_n و b_n هي معاملات cos nx و sin nx في متسلسلة فوريه للدالة f.

● مبرهنة التطبيق لريمان:

إن أية مجموعة مفتوحة S بسيطة الاتصال في المستوى (على ألا تكون كل المستوى) يمكن أن تطبق بتطبيق واحد لواحد ومحافظ على الزوايا على داخل دائرة. فإذا كانت الدائرة هي $|z| = 1$ وكانت z_0 نقطة من s فإنه يوجد تطبيق واحد f بحيث يكون $f(z_0) = 0$ و $f'(z_0) > 0$.

● كرة ريمان:

هو سطح على كرة نصف قطرها واحد يقابل سطح ريمان (مستو) عند إجراء إسقاط مجادي.

● تكامل ريمان ـ ستيلتجس:

انظر ستيلتجيس.

● مجموع ريمان:

انظر تكامل ـ تكامل محدد.

● سطح ريمان:

إن العلاقة بين الأعداد العقدية z والأعداد العقدية w التي يعبر عنها بدالة تحليلية وحيدة المولد $w = f(z)$ يمكن أن تكون واحداً لواحد أوواحداً ـ لكثير أوكثيراً لواحد أوكثيراً لكثير كالدوال:

$$w^3 = z^2,\ w^3 = z,\ w = z^2,\ w = \frac{z+1}{z-1}$$

وقد استحدث ريمان طريقة يتمكن بواسطتها من جعل هذه العلاقة واحداً ـ لواحد (بين نقط سطحي ريمان z و w) في جميع الحالات السابقة.

واعتمد بذلك على استخدام شطور (ج. شطر) ذات عدد مناسب، قد يكون لانهائياً (قابلاً للعد) فوق المستوى z والمستوى w. ويمكن لهذه الشطور أن تضم بأساليب متنوعة في نقط التفرع. ويتم تمييز هذه الشطور بقطوع تخيلية تضم النقط الفرعية أو مدها إلى اللانهاية. وهكذا فإن $w^3 = z^2$ يعطينا تطبيقاً واحد ـ لواحد بين سطح من z ذي ثلاثة شطور على سطح من w ذي شطرين.

كما إن أي سطح ريمان بسيط الاتصال يمكن أن يطبق بواسطة تطبيق محافظ على الزوايا على واحدة فقط من المجموعات التالية:

(أ) داخل دائرة الوحدة.

(ب) المستوى العقدي المنتهي (أي الذي حذفنا منه نقطة اللانهاية).

(ج) المستوى العقدي المغلق أي الذي يحتوي نقطة اللانهاية.

ونقول بأن سطح ريمان زائدي في الحالة الأولى بينما نقول بأنه مكافىء في الحالة الثانية، وناقصي في الحالة الثالثة.

- **دالة دزيتا لريمان:**

انظر دزيتا ـ زيتا.

ز

زائد PLUS

ونعني بها الإشارة + التي تعني عملية جمع كميتين.

أما إذا أرفقنا + بعدد ما دلت هذه الإشارة على أن الكمية موجبة، كأن نكتب ∞ − لنوضح بأننا نأخذ الإشارة الموجبة لـ ∞.

زائف

● إسقاطية زائفة:

لكل عدد عقدي $x + iy$ نستطيع أن نأخذ مرافقة $x - iy$. يشير هذا إلى أننا نستطيع أن نأخذ لكل نقطة P نقطتها المرافقة $\bar{P}$ التي تكون إحداثياتها مرافقات إحداثيات P. إذا كان X يرمز إلى المصفوفة العمودية لإحداثيات P فسنضع $\bar{X}$ رمزاً لإحداثيات النقطة $\bar{P}$. نستطيع أن نعرف الآن التطبيق $T:\Pi \rightarrow \Pi$ بواسطة $T(P') = P$ $X = A\bar{X}'$ و Π هو المستوى الإسقاطي العقدي. أي أننا نستطيع اعتبار T تركيب دالة خطية يتلوها أخذ المرافق وتسمى هذه الدالة T بالاسقاطية الزائفة. وتسمى كذلك لأنها ليست دالة إسقاطية ومع ذلك فهي تحتفظ ببعض خصائص الإسقاطيات. فمثلاً الإسقاطية الزائفة من خط إلى نفسه تحفظ العلاقة التوافقية والإسقاطية الزائفة من مستوى إلى مستوى تأخذ الأشكال البدائية ذات البعدية واحد إلى أشكال بدائية بعديتها واحد.

زاويٌّ ANGULAR

● **تسارع زاويٌّ:**
انظر تسارع.

● **مسافة زاوية:**
انظر مسافة.

● **كمية الحركة الزاوية:**
انظر كمية الحركة، عزم كمية الحركة.

● **سرعة زاوية:**
انظر سرعة.

● **سرعة عددية زاوية:**
انظر سرعة عددية.

زاوية ANGLE

● **الزاوية أو الزاوية الهندسية:**

هي الشكل المكون من نقطة P وشعاعين يمتدان من P (ويطلب البعض أن يكون الشعاعان على نفس المستقيم) تسمى P **رأس الزاوية** وكل من الشعاعين **ضلع** لها. نقول إن الزاويتين **متساويتان** إذا كانتا متطابقتين، عندما لا يمتد شعاعا الزاوية على نفس المستقيمين وباتجاهين مختلفين نقول أن مجموعة النقط التي بين الشعاعين هي **داخل** الزاوية. أما **خارج** الزاوية فهو مجموعة النقاط التي لا تقع في اتحاد الزاوية وداخلها. **الزاوية الموجهة** هي الزاوية التي نعتبر أن أحد شعاعيها هو الشعاع الابتدائي والآخر النهائي. وهناك نوعان من القياس للزوايا:

(1) راديان: إذا رسمنا دائرة نصف قطرها واحد ومركزها عند رأس الزاوية فيكون قياس الزاوية الموجهة بالراديان هو طول القوس الذي يمتد على الدائرة باتجاه عكس عقارب الساعة من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي.

أو هي ℓ - حيث ℓ هو طول القوس الذي يمتد على الدائرة باتجاه عقارب الساعة من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي. والجدير بالذكر أن القوس قد يلف حول الدائرة عدداً من المرات.

مثلاً: إذا كان قياس زاوية بالراديان $\frac{\pi}{2}$ فإن قياسها أيضاً يكون $\frac{\pi}{2}+2k\pi$، حيث k أي عدد صحيح. ونشير هنا إلى أنه لو سرنا من نقطة P على دائرة نصف قطرها يساوي الواحد باتجاه معاكس لعقارب الساعة ثم عدنا إلى النقطة P ذاتها فإننا نحصل بذلك على زاوية قياسها 2π.

(2) الدرجة: وهي وحدة لقياس الزوايا بحيث يكون كل 360 درجة (وتكتب 360^o) مساوية لـ 2π راديان.

انظر **ستوني** ـ قياس ستوني لزاوية.

والحقيقة أن هناك نوع ثالث من الوحدات لقياس الزوايا وهو الغراد ($2\pi = 400$) ولكنه غير مستعمل كثيراً.

- **زاوية تدوير:**

وتتألف من زاوية موجهة وقياسها مع اعتبار الإشارة. وتسمى الزاوية **موجبة** إذا كان قياسها موجباً **وسالبة** إذا كان قياسها سالباً. وتكون زاويتا التدوير متساويتين إذا كان لهما نفس القياس. ويقصد غالباً **بالزاوية** زاوية تدوير (أنظر زاوية انخفاض، زاوية ميلان، زاوية منفرجة).

ويمكن أن ننظر إلى زاوية التدوير على أنها زاوية موجهة مع وصف للطريقة التي تشكلت فيها هذه الزاوية عن طريق تدوير الشعاع من وضعه الابتدائي إلى وضعه النهائي.

- **زاوية حادة:**

انظر **حاد**.

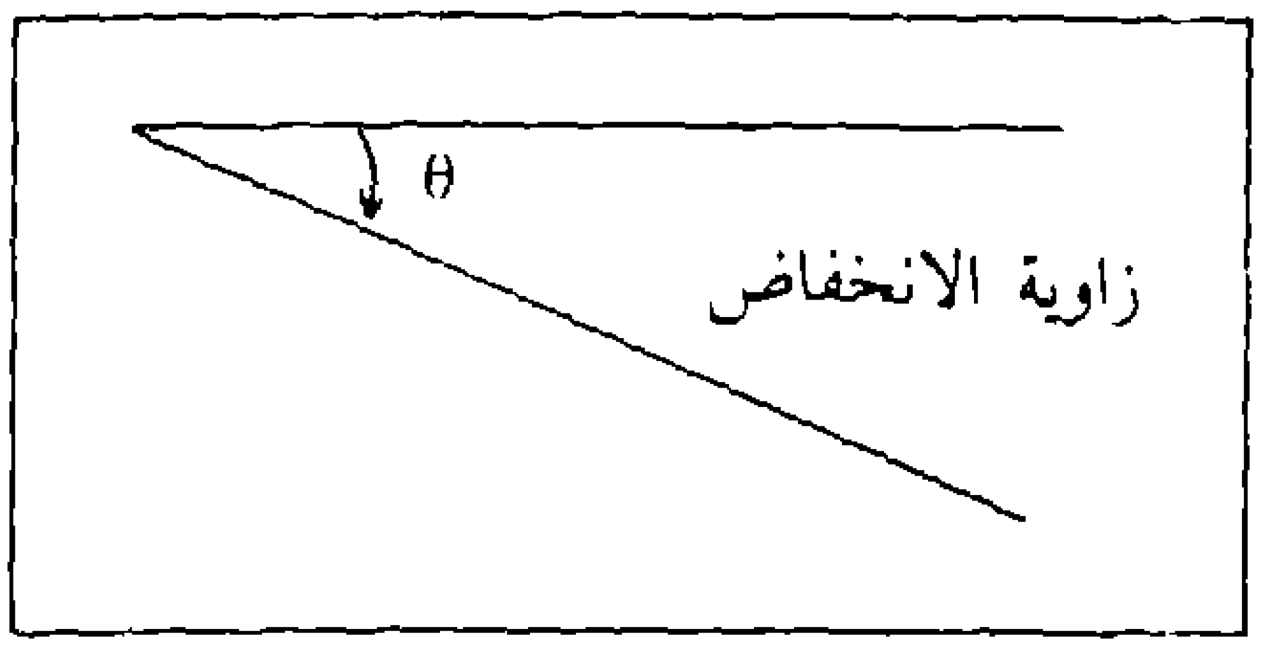
- **جمع الزوايا:**

انظر **جمع** ـ جمع الزوايا.

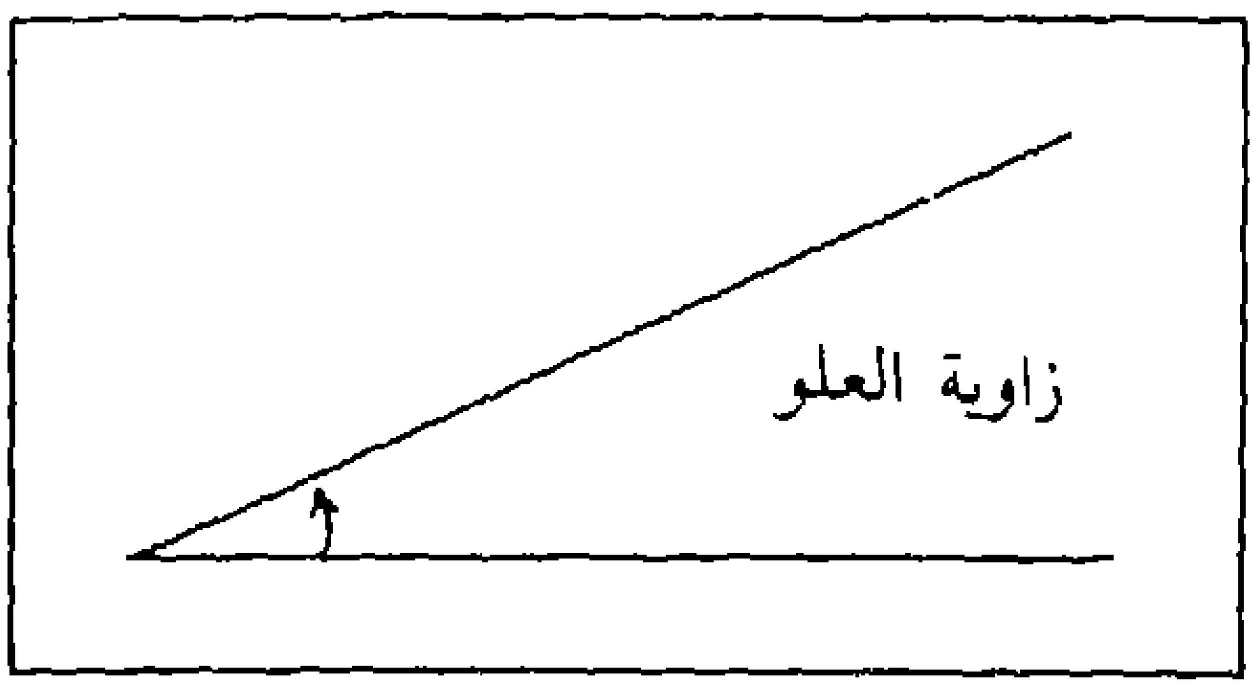
- **زوايا متجاورة:**

انظر **مجاور**.

● زاوية انخفاض:



هي الزاوية بين المستوى الأفقي والخط المائل الذي يصل عين المراقب بالكائن المراقب الواقع تحت المستوى.



أما إذا كان الكائن فوق المستوى فتسمى الزاوية **زاوية العلو**.

● **زاوية احتكاك:**

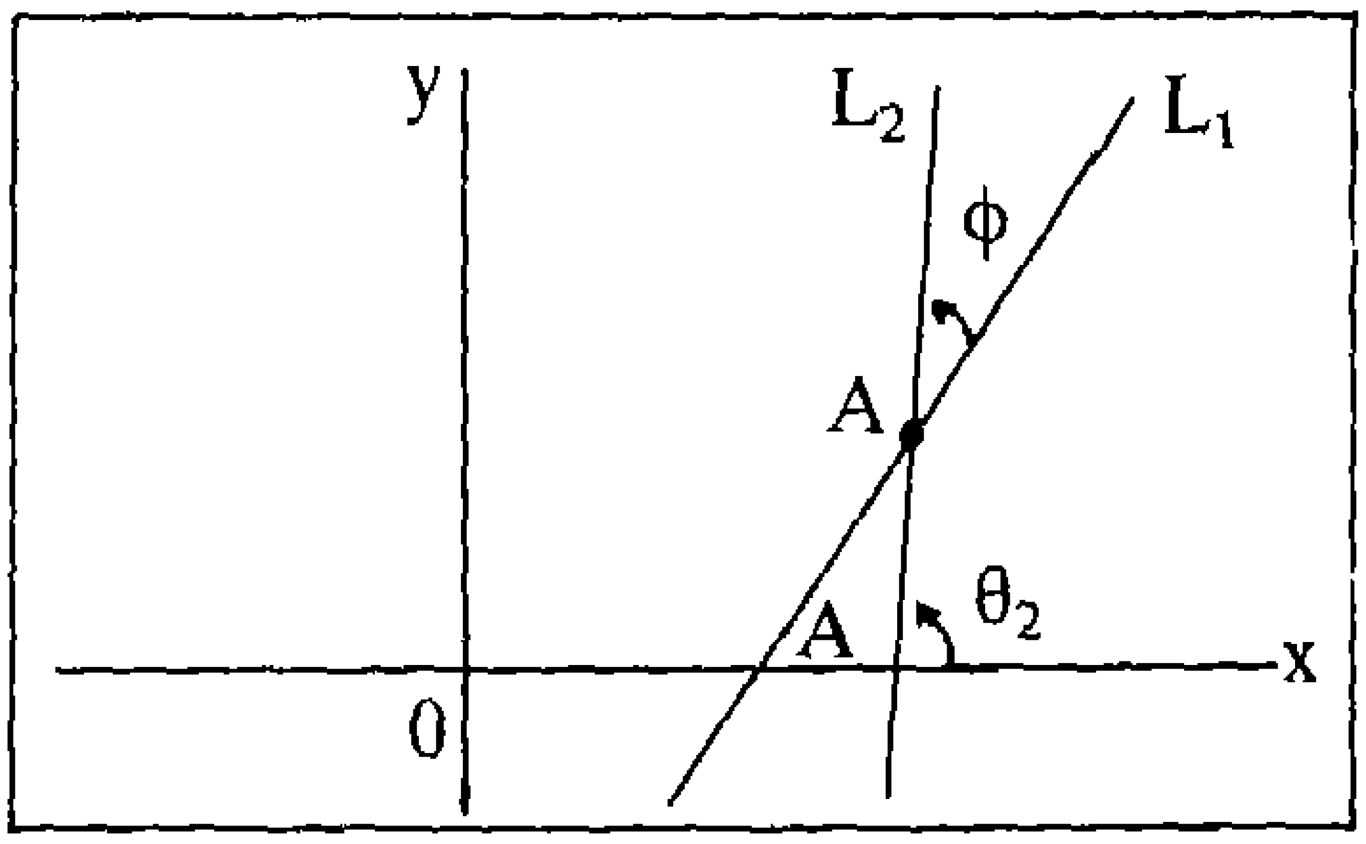
انظر **احتكاك**.

● **زاوية ميلان لخط:**

هي الزاوية الموجبة الأقل من 180° والتي نقيسها من محور x الموجب إلى الخط.

● **زاوية التقاطع:**

زاوية التقاطع بين خطين مستقيمين L_1 إلى L_2 في المستوى هي أصغر زاوية موجبة تأخذ L_1 ضلعاً ابتدائياً لها و L_2 ضلعاً نهائياً، وهي الزاوية ϕ في الشكل.



ويمكن أن نحصل على ظل الزاوية ϕ من L_1 إلى L_2 كما يلي:

$$\tan\phi = \tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

حيث $m_2 = \tan\theta_2,\ m_1 = \tan\theta_1$

● **زاوية بين خطين مستقيمين L_1 و L_2:**

هي L_2, L_1 هي أصغر زاوية موجبة بين الخطين (ونقول أن الزاوية بين خطين متوازيين يكون قياسها صفراً).

● **الزاوية بين مستقيمين في الفضاء:** (ولا يهم إذا كانا متقاطعين أم لا)

هي الزاوية بين مستقيمين متقاطعين ويوازي كل منهما أحد المستقيمين

الأصليين. يكون جيب تمام هذه الزاوية مساوياً للمجموع $a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$ حيث a_1,a_2,a_3 هي جيوب تمام توجيه أحد المستقيمين و b_1,b_2,b_3 جيوب تمام توجيه الخط الثاني.

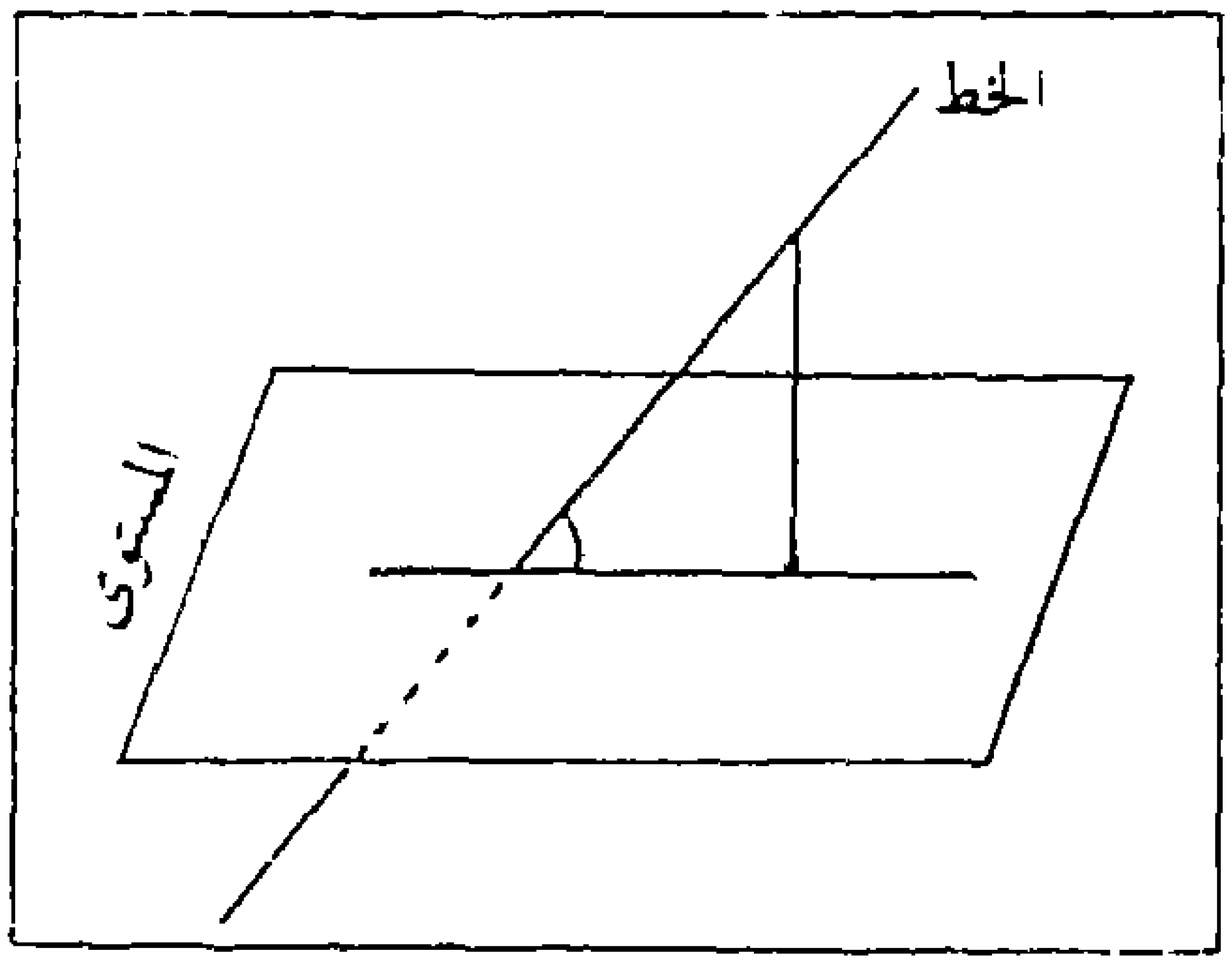
انظر اتجاه.

● **الزاوية بين منحنيين:**

هي الزاوية بين مماسي المنحنيين عند نقطة التقاطع.

● **الزاوية بين خط ومستو:**

هي الزاوية الصغرى (أي الحادة) التي يكونها الخط المستقيم مع مسقطه في المستوى.



● **الزاوية بين مستويين:**

هي الزاوية الزوجية التي يكونها هذان المستويان.

انظر ذو الوجهين.

وهذه الزاوية تساوي الزاوية بين ناظمي هذين المستويين. وعندما تأخذ معادلتا المستويين شكلهما الطبيعي

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

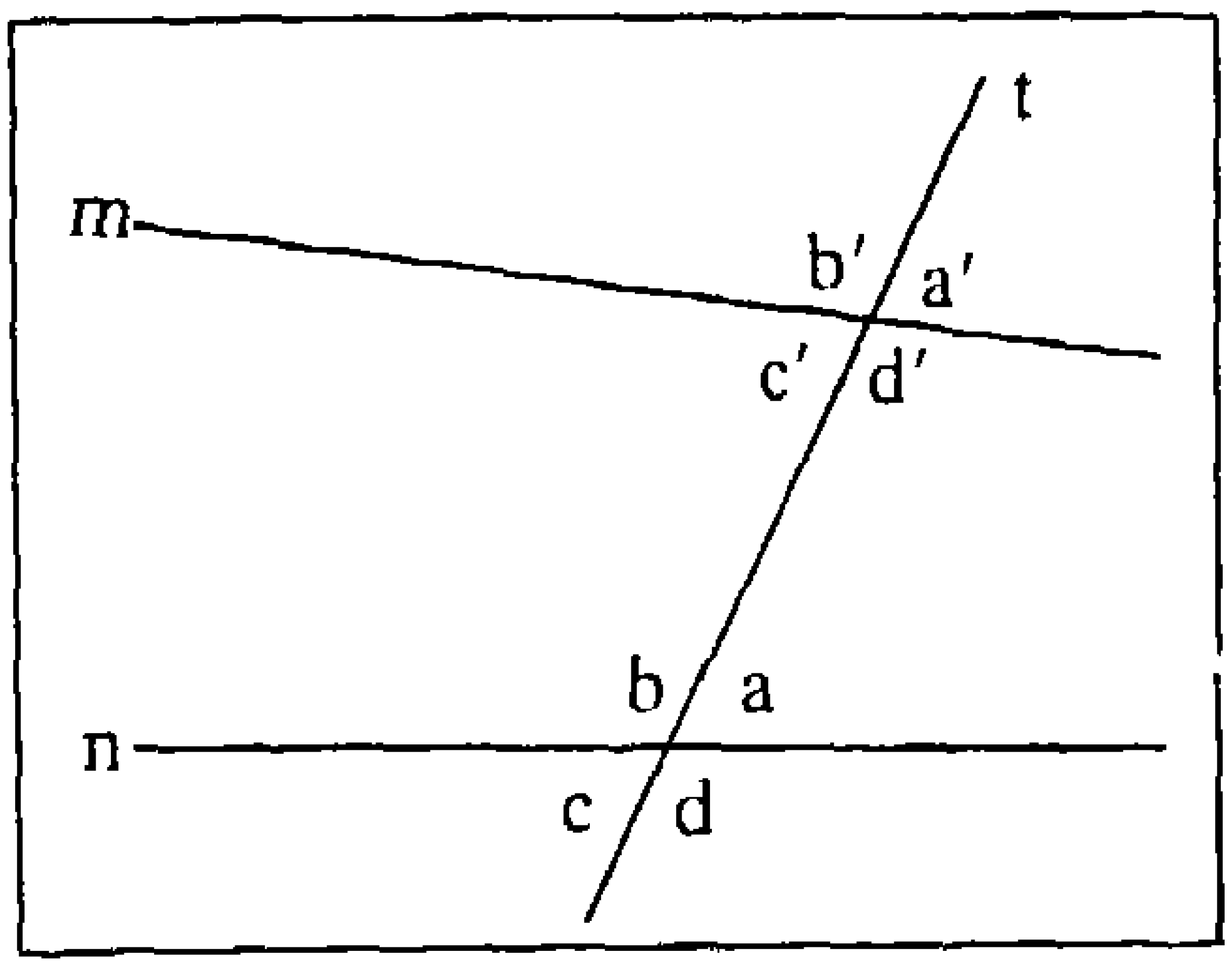
أي $A_i^2 + B_i^2 + C_i^2 = 1$ $i = 1,2$ فإن جيب تمام الزاوية بين المستويين يكون $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2$.

● **زاوية هلال:**

انظر هلال.

● **الزوايا التي يكونها مستعرض قاطع:**

هي الزوايا التي يكونها مستقيم ما عندما يقطع خطين مستقيمين آخرين أو أكثر، في الشكل التالي، نأخذ t مستعرضاً يقطع الخطين m,n. ونقول إن



الزوايا a,b,c′,d′ هي **زوايا داخلة** والزوايا a′,b′,c,d **زوايا خارجة**. أما a,c′ و b,d′ فهما زوجان من الزوايا المتبادلة الداخلة و b′,d و a′,c من المتبادلة الخارجة، ونقول أيضاً أن a′,a و b′,b و c′,c و d′,d هي أزواج من الزوايا المتقابلة.

● زاوية مضلع:

هي الزاوية داخل المضلع والتي يكون رأسها أحد رؤوسه وضلعاها ضلعيه المارين بذلك الرأس ويكون قياس هذه الزاوية مساوياً لأصغر قياس موجب، يصف لنا ذلك التدوير داخل المضلع الذي يأخذ أحد ضلعيها إلى الآخر.

أما الزاوية الخارجة: فهي الزاوية التي يكون رأسها أحد رؤوس المضلع وأحد ضلعيها واحداً من أضلاعه المارة بذلك الرأس. أما ضلعها الآخر فهو امتداد الضلع الثاني المار بالرأس. ويكون قياس هذه الزاوية مساوياً لأصغر قياس موجب، يصف لنا ذلك التدوير خارج المضلع والذي يأخذ أحد ضلعيها إلى الآخر.

يتضح لنا مما سبق أنه عند كل رأس من رؤوس المضلع هناك زاوية داخلة وزاويتان خارجتان (تحدثنا في هذا التعريف عن المضلعات التي لا يحتوي أي من أضلاعها على أكثر من نقطتين من ضلعين آخرين، أما لو أردنا التحدث عن الحالة الأعم لوجب ترتيب الأضلاع بشكل يسمح بتعريف الزوايا بشكل وحيد).

● **زاوية الانعكاس:**

انظر انعكاس.

● **زاوية الانكسار:**

انظر انكسار.

● **زوايا قاعدة المثلث:**

هي زوايا المثلث التي تتخذ من قاعدته ضلعاً مشتركاً لها.

● **زاوية مركزية:**

انظر مركزي.

● **زوايا متتامة:**

انظر متتام.

● **زوايا مترافقة:**

نقول أن الزاويتين مترافقتان إذا كان مجموعهما 360^{o}.

● **زوايا مشتركة الأطراف:**

انظر مشترك الأطراف.

● **زوايا إتجاهية:**

انظر اتجاه.

● **زوايا الاختلاف المركزي:**

انظر قطع ناقص.

● **زوايا أويلر:**

انظر أويلر.

● **زوايا وجهية:**

انظر : زاوية كثيرة الوجوه.

● **زاوية منبسطة:**

وتعني زاوية مستقيمة وهي الزاوية التي يكون ضلعاها على نفس الخط المستقيم وعلى جهتي الرأس وتكون قيمتها بذلك 180^{o} أو π.

● **قياس الزاوية:**

انظر مل؛ راديان، ستوني.

● **زاوية منفرجة:**

هي الزاوية التي تكون أكبر من زاوية قائمة وأصغر من زاوية مستقيمة كما يعرفها البعض على أنها الزاوية التي تكون أكبر من قائمة.

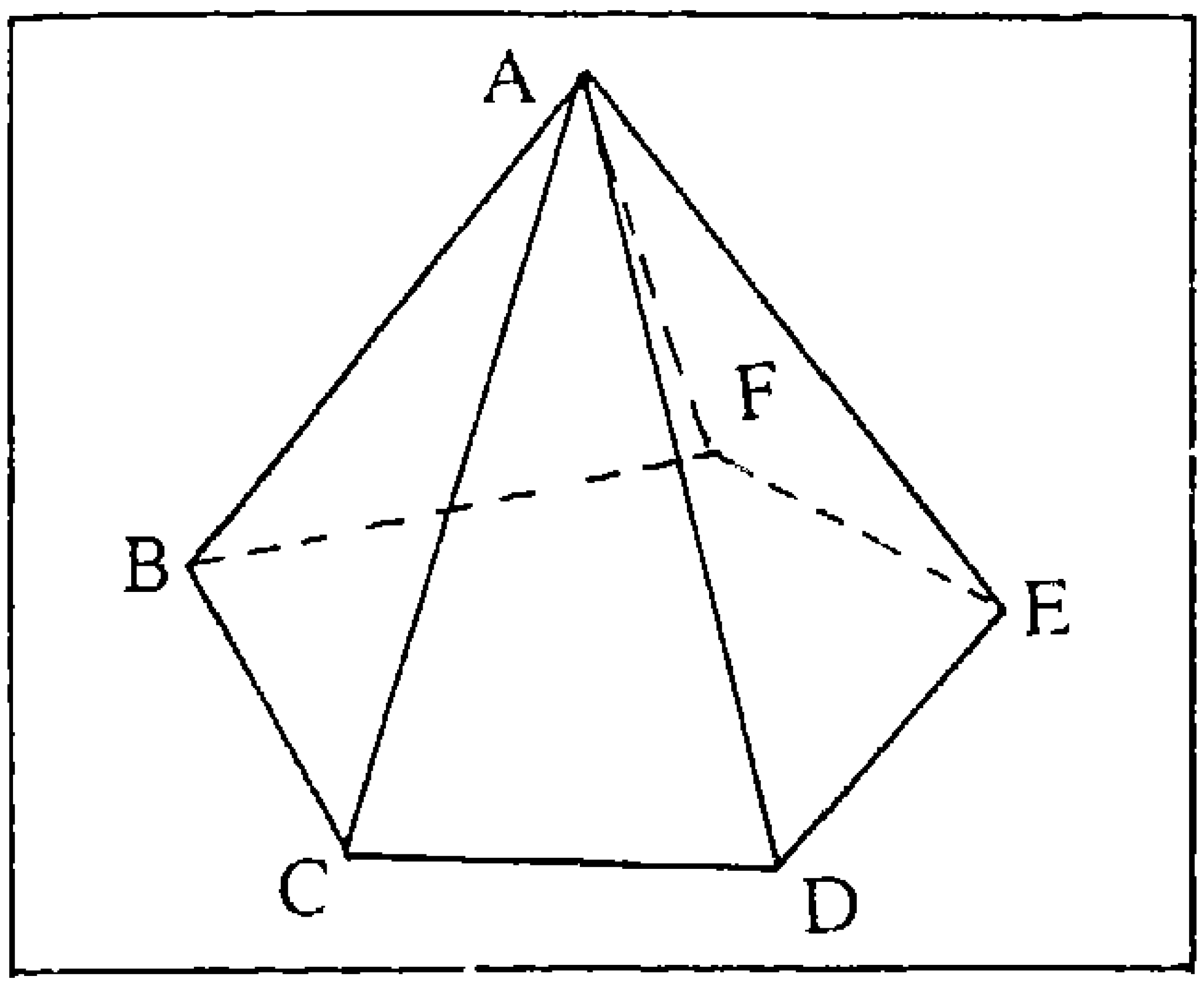
● **زوايا متقابلة:**

انظر متقابل.

● **زاوية قطبية:**

انظر **قطبي**: إحداثيات قطبية في المستوى.

● **زاوية كثيرة الوجوه:**



هي التشكل الذي يتكون من الوجوه الجانبية للكثير الوجوه والتي تلتقي في رأس مشترك.

هي الزاوية التي تنتج عن مجموعة المستويات التي تتعين بواسطة نقطة وأضلاع مضلع ما بحيث لا تقع النقطة في مستوى المضلع. النقطة في الشكل هي A والمضلع هوBCDEF ونسمي المستويات (ACD,ABC... إلى آخره) **وجوه الزاوية** وتسمى خطوط تقاطع هذه المستويات **حروف الزاوية**، وتسمى A بالطبع **رأس الزاوية**. أما الزوايا الواقعة بين حرفين متعاقبين (مثلاً CAD,BAC) فتسمى **الزوايا الوجهية**.

● **مقطع الزاوية كثير الوجوه:**

هو كثير الوجوه الذي يتشكل إذا قطعنا كل حروف الزاوية بواسطة مستو لا يمر بالرأس. إذا كان عدد وجوه الزاوية ثلاثة فإننا نسميها **ثلاثية** وهكذا.

● **زوايا الأرباع:**

انظر ربع.

● **زوايا ربعية:**

انظر ربعي.

● **زاوية منعكسة:**

هي زاوية أكبر من مستقيمة وأصغر من مستقيمتين. أي أنها الزاوية التي يكون قياسها بين $180°$ و $360°$.

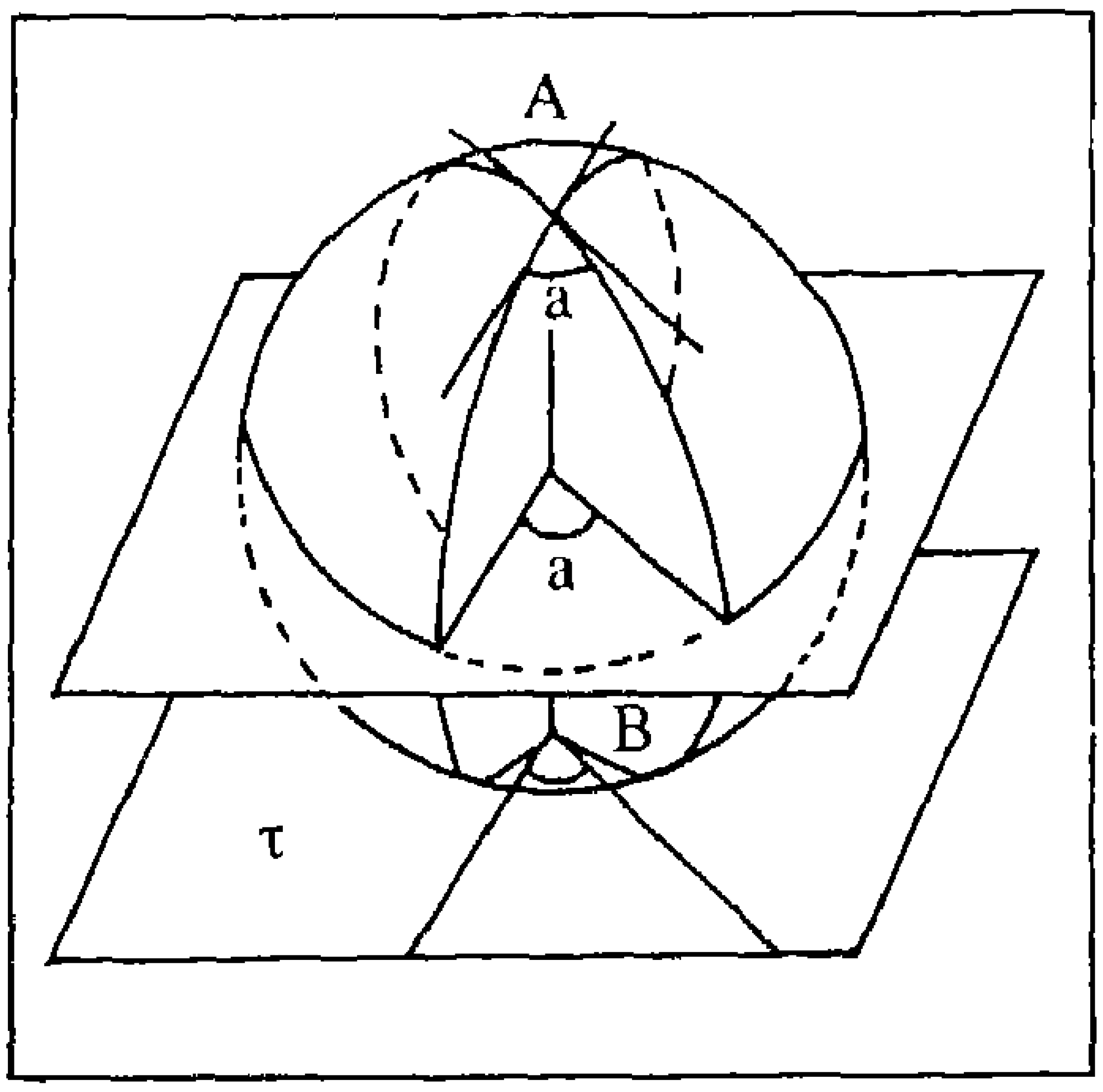
● **زاوية قائمة :**

هي نصف زاوية مستقيمة، وقياسها $90°$ أو $\pi/_2$.

● **زاوية مجسمة :**

انظر مجسم.

● **زاوية كروية :**



هي الشكل الذي يتكون من تقاطع دائرتين كبريين على الكرة. هي الفرق بين اتجاهي قوسي الدائرتين عند نقطة التقاطع . في الشكل : الزاوية الكروية هي APB وهي تساوي كـلاً من الزاويتين المستويتين AOB،APB .

انظر كروي.

● **زاويتان متكاملتان :**

انظر متكامل.

● **تثليث الزاوية :**

انظر تثليث.

● **زاوية رأسية :**

هي الزاوية المقابلة لقاعدة المثلث.

● **زاويتان رأسيتان :**

وهما زاويتان يكون كل ضلع واحدة منهما امتداداً لضلع من الأضلاع الأخرى.

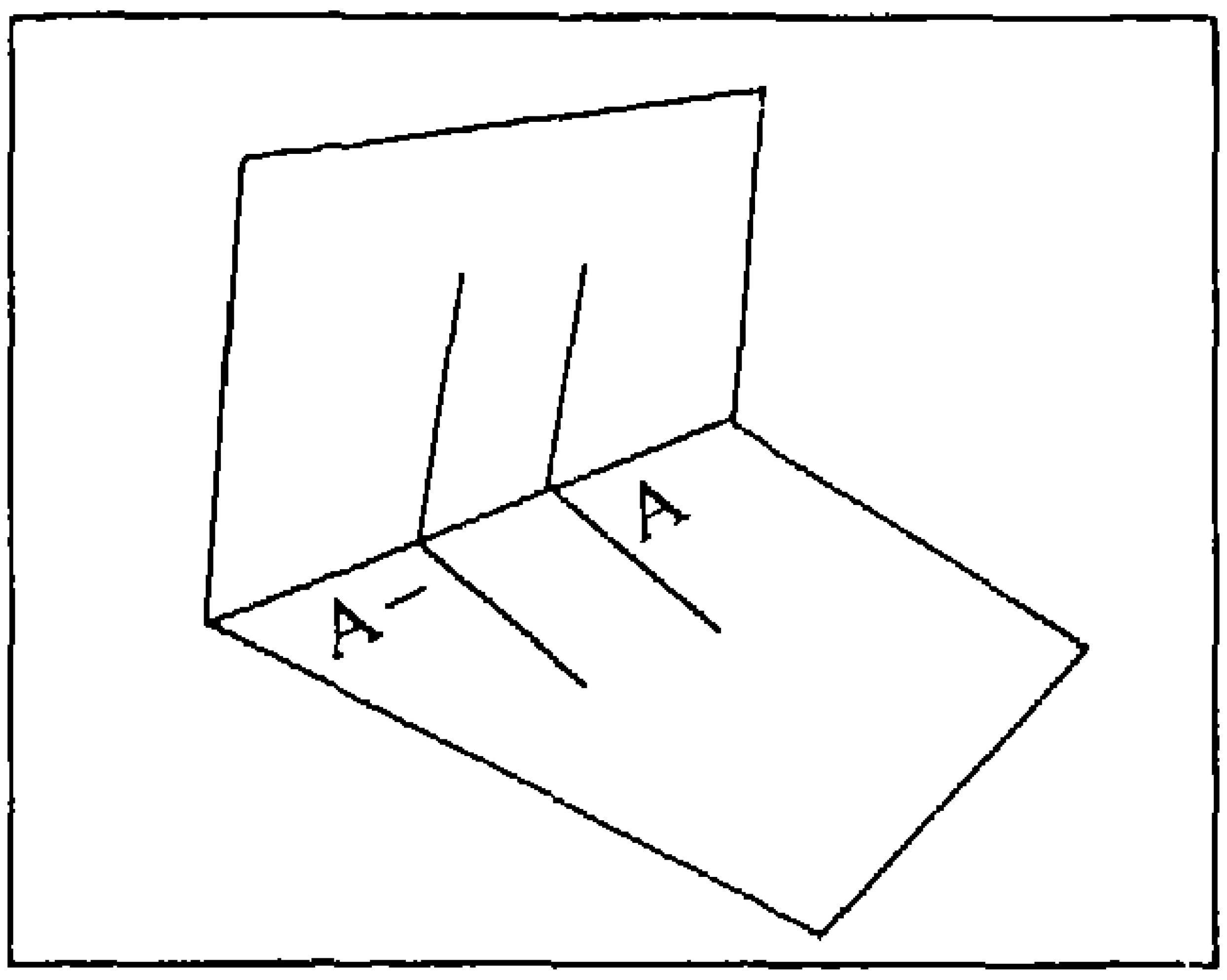
● **الزاوية الصفرية :**

هي الشكل المكون من شعاعين من نفس النقطة وفي نفس الاتجاه (بحيث يتطابقان).

هي الزاوية التي يكون قياسها صفراً.

DIHEDRAL ANGLE — زاوية زوجية

هي إتحاد نصفي مستويين والخط الذي يشكل حرفا مشتركاً للمستويين. ويسمى الخط **بحرف** الزاوية الزوجية أما **وجهها** فهو اتحاد هذا الحرف بأحد المستويين. أما **الزاوية المستوية** لزاوية زوجية فهي الـزاوية المحصـورة بين شعاعين ناتجين من تقاطع وجهي الزاوية الزوجية بمستو عمودي على حرفها. والجدير بالملاحظة أن أي زاويتين مستويتين لزاوية زوجية متطابقتان كما في الشكل عند A و 'A.



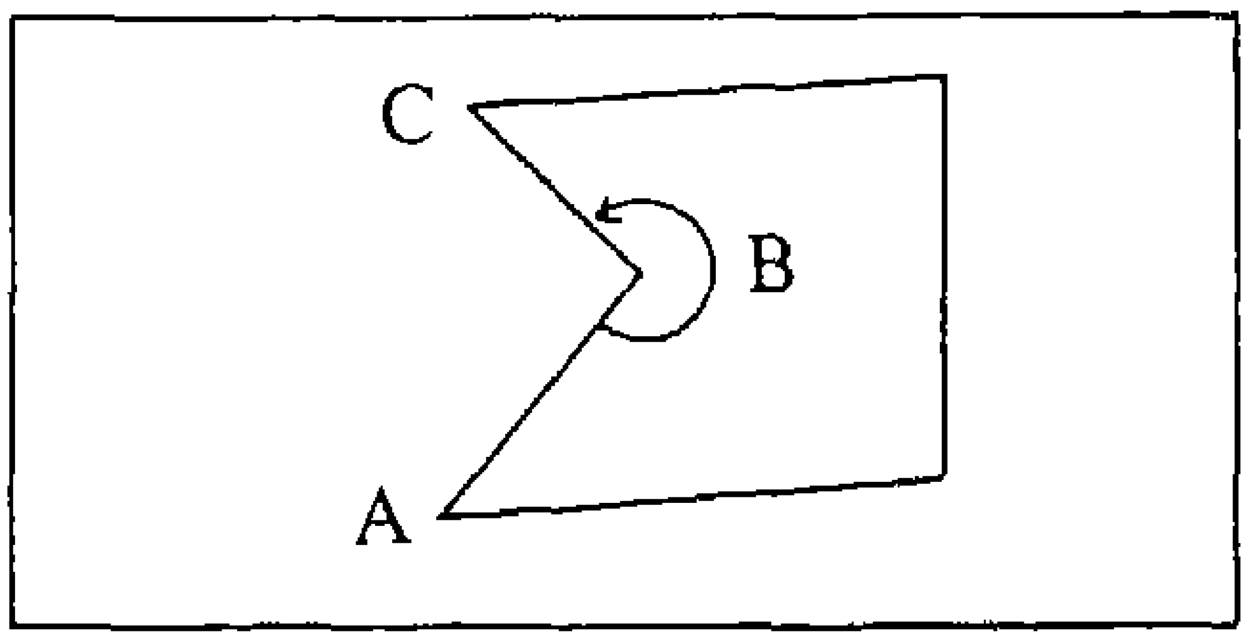
ويعرف **قياس** الزاوية الزوجية بأنه قياس أية زاوية مستوية لها.

ويقال أن الزاوية الزوجية حادة أو منفرجة أو قائمة على حسب ما تكون الزاوية المستوية المقابلة لها.

PERIGON — زاوية محيطية كاملة

هي الزاوية المساوية إلى °360 أو 2π راديان.

REENTRANT ANGLE — زاوية منعكسة



هي زاوية داخلية لمضلع تزيد قيمته عن °180 مثل الزاوية ABC في الشكل. وتسمى الزوايا الداخلية التي تقل قيمتها عن °180 **بالزوايا البارزو**.

GROUP — زمرة

وتعرف الزمرة بأنها مجموعة G معرف عليها عملية ثنائيـة * وتتمتع بالخواص التالية:

(1) العملية * تجميعية أي أن $(a * b) * c = a * (b * c)$ لكل a و b و c في G.

(2) يوجد عنصر e في G بحيث $a * e = e * a = a$ لكل عنصر a في G. ويسمى e **بالعنصر المحايد**.

(3) لكل $a \in G$ يوجد $b \in G$ بحيث $a * b = e$. ويسمى العنصر b **بمعكوس a** ويرمز له بالرمز a^{-1}.

والجدير بالملاحظة هنا أن معكوس أي عنصر a وحيد.

كما أن $a^{-1} * a = a * a^{-1} = e$ ونلاحظ أيضاً أن $(a^{-1})^{-1} = a$.

- **الزمرة الأبلية (التبديلية):**

هي زمرة G بحيث تكون عمليتها تبديلية أي أن $b * a = a * b$ لكل العناصر a و b في G.

- **الزمرة البسيطة:**

هي زمرة ليست لها أية مجموعة جزئية لا متغيرة خلاف زمرة العنصر المحايد والزمرة لكها. وإذا لم تكن الزمرة بسيطة فإنها تسمى مركبة.

- **الزمرة بلا زمر جزئية صغيرة:**

هي زمرة طوبولوجية بحيث يوجد جوار U للعنصر المحايد لا يحتوي على أية زمرة جزئية خلاف زمرة العنصر المحايد.

- **زمرة التحويلات:**

هي ثلاثي مرتب (X, T, Π) حيث X فضاء طوبولوجي و T زمرة طوبولوجية (أنظر **طوبولوجي**) و $\Pi: X \times T \to X$ دالة تحقق الخواص التالية:

(1) Π دالة مشتركة الاستمرار على $X \times T$.

(2) $\Pi(x,e) = x$ لكل $x \in X$ حيث e العنصر المحايد للزمرة T.

(3) $\Pi(x,st) = \Pi(\Pi(x,s),t)$ لكل $x \in X$ و $s,t \in T$.

وإذا كانت T الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية R فإن (X,T,Π) تسمى **بالانسياب المستمر** أو **النظام الديناميكي** (**أنظر ديناميكي**).

أما إذا كانت T الزمرة الجمعية للأعداد الصحيحة Z فإن (X,T,,Π) تسمى **بالانسياب المتقطع**.

وفي جميع الأحوال فإن الدالة $\Pi^t: X \to X$ المعرفة بالقانون (لكل $t \in T$)

$$\Pi^t(x) = \Pi(x,t)$$

تكون تماثلاً مستمراً. أما الدالة Π_x (لكل $x \in X$)

$$\Pi_x: T \to X$$

المعرفة بالقانون $\Pi_x(t) = \Pi(x,t)$ فهي مستمرة. وتسمى المجموعة $\Pi_x(T)$ **بمدار** أو **مسار** النقطة x.

وإذا كان $\Pi(A,t) \subset A$ لكل $t \in T$ فإن A تكون **لامتغيرة**. وتسمى المجموعة A **أصغرية** إذا كانت مغلقة ولامتغيرة ولا تحتوي على أية مجموعة جزئية فعلية تتمتع بهذه الخواص.

وباستخدام تمهيدية زورن نستطيع إثبات أن كل مجموعة متراصة ولامتغيرة تحتوي على مجموعة جزئية أصغرية على فرض أن X فضاء هاوسدورف (**أنظر فضاء**).

مثال (1): إذا كانت $X = S^1$ الدائرة (طوبولوجيا) فإن المجموعات الأصغرية في X تكون أحد الأنواع الثلاثة التالية:

(1) الدائرة نفسها أو

(2) متماثلة (باستمرار) مع مجموعة كانتور. (**أنظر كانتور**). أو

(3) مدارات دورية.

مثال (2): لنأخذ الزمرة التحويلية (X,T,Π) حيث $X = R^2$ (الفضاء الاقليدي من بعدين) و $T = R$ الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية و $\Pi: X \times T \to X$ معرفة على النحو

$$\Pi((x,y),t) = (xe^{-t},\ ye^{-t})$$

نلاحظ أن المجموعة الأصغرية الوحيدة هنا هي {(0,0)}. وجميع المدارات خطوط مستقيمة تقترب نحو نقطة الأصل (0,0).

وملاحظة أخيرة نوردها هنا بالنسبة للانسيابات المتقطعة وهي أنه يمكن توليدها من أي تماثل مستمر $f:X \rightarrow X$ وذلك بأن نعرف

$$\Pi(x,n) = f^{n}(x)$$

لكل $x \in X$ و $n \in Z$.

● **الزمرة الجزئية:**

لنفرض أن S مجموعة جزئية من الزمرة G.

إذا كانت S زمرة أيضاً بالعملية الثنائية على G فإننا نسمي S **بالزمرة الجزئية** لـ G. ولمعرفة فيما إذا كانت مجموعة جزئية ما من زمرة تحقق خواص الزمرة الجزئية فإننا عادة ما نلجأ إلى المبرهنة التالية: إذا كانت S مجموعة جزئية من الزمرة G فإن S تكون زمرة جزئية من G إذا وفقط إذا:

(1) $e \in S$

(2) $a\ S \Rightarrow a^{-1} \in S$

(3) $a,b \in S \Rightarrow a * b \in S$

مثال: الأعداد الصحيحة تكون زمرة جزئية من زمرة الأعداد الحقيقية مع عملية الجمع الاعتيادي.

● **الزمرة الخطية الحقيقية (من n):**

هي زمرة المصفوفات اللامنفردة ذات المرتبة n والتي مداخيلها أعداد حقيقية، وحيث أن عملية الزمرة هي ضرب المصفوفات.

● **الزمرة الخطية المليئة (من n):**

هي زمرة المصفوفات اللامنفردة ذات المرتبة n والتي مداخيلها أعداد عقدية وعملية الزمرة هي ضرب المصفوفات.

● **زمرة دوروية:**

هي زمرة G تتألف من جميع قوى أحد عناصرها a. وبالرمز

$$G = < a >$$

حيث $< a > = \{a, a^2, a^3, a^4, \dots\}$ وبطبيعة الحال فإن الزمرة الدوروية تكون آبلية.

مثال: لنعتبر المجموعة المكونة من الجذور التكعيبية للواحد الصحيح مع عملية الضرب العادي

$$G = \{1, (-\tfrac{1}{2} - i\tfrac{\sqrt{3}}{2}), (-\tfrac{1}{2} + i\tfrac{\sqrt{3}}{2})\}$$

إذا وضعنا $a = (-\tfrac{1}{2} - i\tfrac{\sqrt{3}}{2})$

فإن $G = \{a, a^2, a^3\}$ حيث $a^2 = -\tfrac{1}{2}+i\tfrac{\sqrt{3}}{2}$ و $a^3 = 1$.

- **الزمرة القابلة للحل:**

هي الزمرة G والتي تحتوي على متتالية منتهية من الزمر الجزئية $N_k, \dots, N_2, N_1, N_0$ بحيث $N_0 = G$ و $N_k = \{e\}$ حيث e العنصر المحايد للزمرة G و N_i زمرة جزئية معتدلة من N_{i-1} وكل زمرة خارج N_{i-1}/N_i تكون آبلية.

والجدير بالذكر هنا أن كل زمرة منتهية ذات مرتبة فردية أو أقل من 60 تكون قابلة للحل.

- **زمرة لامنتهية:**

هي زمرة تحتوي على عدد لامنته من العناصر.

- **الزمرة المتناظرة:**

هي الزمرة المكونة من كل التباديل لعدد n من الأشياء.

- **الزمرة المتناوبة:**

هي الزمرة المكونة من كل التباديل الزوجية لعدد n من الأشياء.

انظر تبديل ــ زمرة التباديل.

- **الزمرة المنتهية:**

هي زمرة تحتوي على عدد منته من العناصر ويسمى عدد العناصر في الزمرة المنتهية بمرتبة الزمرة.

- زمرة التناظرات:
  انظر تناظر.
- زمرة التباديل:
  انظر تبديل ــ زمرة التباديل.
- الزمرة الحرة:
  انظر حر ــ زمرة حرة.
- زمرة الخارج (زمرة العامل):
  انظر خارج القسمة ــ فضاء الخارج.
- الزمرة المقياسية:
  انظر مقياسي.
- الزمرة الأساسية:
  انظر أساسي.
- الزمرة الطوبولوجية:
  انظر طوبولوجي ــ زمرة طوبولوجية.
- زمرة لي:
  انظر لي.
- الزمرة الكاملة:
  انظر مبدول.
- تمثيل الزمرة:
  انظر تمثيل.
- حرف الزمرة:
  انظر حرف.
- مثيل الزمرة:
  انظر مقيل.

زمرة الاعتدال NORMALIZER.

لتكن H زمرة جزئية من الزمرة G.

نعرف زمرة الاعتدال لـ H في G بأنها المجموعة

$$N_G(H) = \{a \in G | a H a^{-1} = H\}$$

ومن السهل إثبات أن $N_G(H)$ زمرة جزئية من G تحتوي على H. وتعتبر $N_G(H)$ أكبر زمرة جزئية تحتوي على H بحيث تكون H زمرة جزئية معتدلة فيها.

وإذا كانت H منتهية أو أن a لها مرتبة منتهية فإن $a \in N_G(H)$ إذا وفقط إذا كان $a H a^{-1} \subset H$.

زمرة بسيطة SIMPLE GROUP

نقول إن الزمرة G **بسيطة** إذا كانت $G \neq \{1\}$ وكانت لا تحتوي على أية زمرة جزئية فعليه حيث 1 يرمز للعنصر المحايد في G.

وتكون الزمرة الآبلية زمرة بسيطة إذا وفقط إذا كانت منتهية ولها مرتبة أولية.

وإذا كانت H زمرة جزئية معتدلة من G فإن زمرة الخارج G/H تكون بسيطة إذا وفقط إذا كانت H زمرة جزئية أعظمية في G.

مثال: إذا رمزنا لزمرة التباديل الزوجية في S_n بالرمز A_n فإن A_n تكون بسيطة لكل $n > 4$ حيث S_n يرمز **للزمرة المتناظرة** (انظر زمرة) وهي زمرة كل تباديل المجموعة $\{1,2,3,...,n\}$. وتسمى A_n **بالزمرة المتناوبة**. انظر زمرة.

زمرة جزئية SUBGROUP

انظر زمرة.

- **زمرة جزئية لا متغيرة أو زمرة جزئية معتدلة:**

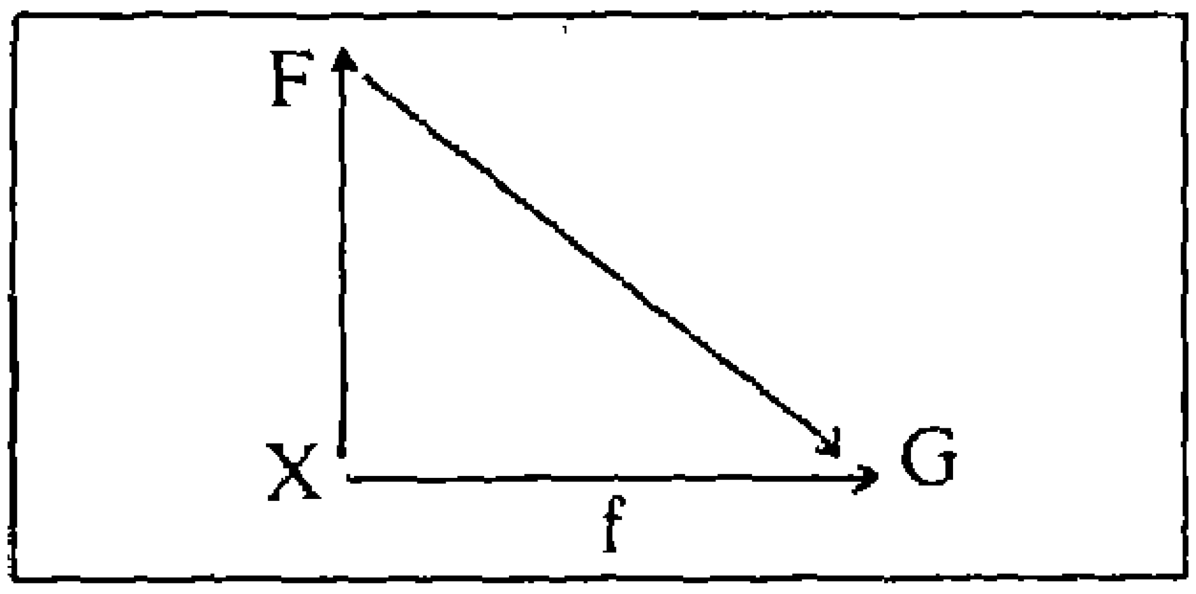
هي زمرة جزئية H من زمرة G بحيث يكون محول كل عنصر في H من

قبل أي عنصر من عناصر G عنصراً في H. وبعبارة أخرى إذا كان h ϵ H، $g \epsilon G$ فإن $g^{-1}hg \epsilon H$.

وتكون H زمرة جزئية معتدلة إذا وفقط إذا كانت كل مجموعاتها المشاركة اليمنى مجموعات مشاركة يسرى أيضاً.

زمرة حرة FREE GROUP

لتكن X مجموعة ما و F زمرة تحتوي على X. نقول أن F حرة على X إذا كان لكل زمرة G ولكل دالة $f:X \to G$ يوجد امتداد وحيد لتشاكل من F إلى G.



وتسمى المجموعة X أساس F.

ويمكن البرهنة على أنه لكل مجموعة X يوجد زمرة F حرة على X.

زمرة قابلة للقسمة DIVISIBLE GROUP

لتكن G زمرة وليكن $x \epsilon G$. نقول إن العنصر x قابل للقسمة على n إذا كان هناك $y \epsilon G$ بحيث يكون $ny = x$ حيث $my = y + y + ... + y$ أي مجموع y مكررة n من المرات. وتكون الزمرة G قابلة للقسمة إذا كان كل عنصر فيها قابل للقسمة على كل عدد صحيح موجب.

ويمكن البرهان على أن زمرة خارج أية زمرة قابلة للقسمة تكون زمرة قابلة للقسمة.

كما يكون الجمع المباشر (أو الجداء المباشر) لعدة زمر زمرة قابلة للقسمة إذا وفقط إذا كان كل مجمع (أو عامل) زمرة قابلة للقسمة.

زمرة مثيلة الطوبولوجية SEMITOPOLOGICAL GROUP

هي فضاء طوبولوجي وكذلك زمرة G بحيث تكون الدالة $g_1:G\ G \to G$ والمعرفة بالقانون $g_1(x,y) = xy$ دالة مستمرة في كل متغير بشكل منفصل.

أما إذا كانت g_1 مشتركة الاستمرار في المتغيرين وكانت الدالة المعاكسة $g_2:G \to G$ والمعرفة بالقانون $g(x) = x^{-1}$ دالة مستمرة فإن G تسمى **زمرة طوبولوجية**. انظر زمرة طوبولوجية.

وليست كل زمرة مثيلة الطوبولوجية زمرة طوبولوجية كما يتضح من المثال التالي:

مثال: لتكن $G = R$ الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية معرفاً عليها الطوبولوجيا المولدة من الأساس $\{[a,b) \mid -\infty < a < x < b < \infty\}$.

نلاحظ أن الدالة g_1 مستمرة في كل متغير بشكل منفصل عند جميع نقاط $R \times R$. ولكن الدالة g_2 غير مستمرة عند الصفر. وبالتالي فإن G زمرة مثيلة الطوبولوجية ولكنهاليست زمرة طوبولوجية.

ويمكن البرهنة على أن كل زمرة مثيلة الطوبولوجية تكون زمرة طوبولوجية إذا كانت فضاء مقيساً تاماً وقابلاً للفصل.

انظر تام و قابل للفصل.

زمرية GROUPOID

وتعرف الزمرية بأنها مجموعة G معرف عليها عملية ثنائية * (لكل العناصر x و y في G تكون $x * y \in G$).

مثال: مجموعة **المتجهات الاعتيادية** V مع عملية الضرب المتجهي للمتجهات تكون زمرية. نلاحظ أن عملية الضرب هنا غير تجميعية وبالتالي فإن V ليست **نصف** زمرة. ويعرف **عنصر الوحدة** بأن العنصر e بحيث يكون $x * e = e * x = x$ لكل العناصر x.

انظر زمرة و نصف زمرة.

زوج PAIR

● زوج مرتب:

انظر مرتب.

زوجي EVEN

● **العدد الزوجي:**

هو عدد صحيح قابل للقسمة على 2. ويمكن كتابة أي عدد زوجي على الصورة 2n حيث n عدد صحيح.

● **الدالة الزوجية:**

انظر **دالة ـ دالة زوجية**.

● **تبديل زوجي:**

انظر **تبديل**.

زورن، ماكس أوغست ZORN, MAX AUGUST (1906-   )

رياضي ألماني ـ أميركي اختص بالجبر والتحليل ونظرية الزمر.

● **تمهيدية زورن:**

هي مبدأ الأعظمية التالي: إذا كانت T مجموعة جزئية الترتيب وكان لكل مجموعة جزئية خطية الترتيب فيها حد علوي في T فإن T تحتوي على عنصر أعظمي واحد على الأقل.

انظر **أعظمي**.

وهناك أشكال أخرى لصياغة مبدأ الأعظمية منها:

(1) **تمهيدية كوراتوفسكي**: إن كل مجموعة جزئية بسيطة الترتيب في مجموعة جزئية الترتيب تكون محتواة ضمن مجموعة جزئية أعظمية خطية الترتيب.

(2) إذا كانت A جمهرة مجموعات وإذا كان لكل عشّ في A عنصرا في A يحتوي على كل عناصر هذا العش فإنه يوجد عنصر أعظمي لـ A.

(3) **مبدأ الأعظمية لهاوشدورف**: إذا كانت A جمهرة مجموعات وإذا كان N عشاً في A فيوجد عش N^* يحتوي على N ولا يقع ضمن أي عش آخر أكبر.

(4) **تمهيدية توكي**: إن لكل جمهرة مجموعات منتهية الميزة عنصراً أعظمياً.

انظر: ميزة.

(5) يمكن أن نجعل كل مجموعة بشكل مجموعة حسنة الترتيب.

انظر مرتب.

(6) **موضوعة الاختيار**: انظر اختيار.

زيادة INCREMENT

هي التغير الحادث في متغير ما. أو هي الكمية المضافة (سالبة أو موجبة) لقيمة معطاة لمتغير. وعادة ما تكون الزيادة كمية صغيرة.

● **الزيادة في الدالة**:

هي التغير الحادث في الدالة نتيجة لحدوث زيادات في المتغيرات المستقلة.

وإذا كانت هذه الدالة f وكان التغير في المتغير المستقل x مساوياً Δx فإن الزيادة في f(x) تساوي

$$\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$$

وإذا كانت f قابلة للمفاضلة عند x فإن

$$f(x + \Delta x) - f(x) = f'(x)\Delta x + \epsilon.\Delta x$$

حيث تقترب ϵ من الصفر عندما تقترب Δx من الصفر. ويسمى المقدار $f'(x)\Delta x$ **بالجزء الرئيسي** من Δf **أو بتفاضل f**.

وفي حالة الدالة u في المتغيرين x و y فإن الزيادة في u(x,y)

$$\Delta u = u(x + \Delta x, y + \Delta y) - u(x,y)$$

وباستخدام **مبرهنة القيمة الوسطى** لدالة في متغيرين نحصل على القانون

$$u(x + \Delta x, y + \Delta y) - u(x,y) = (D_x u.\Delta x + D_y u.\Delta y) + (\epsilon_1 \Delta x + \epsilon_2 \Delta y),$$

حيث $D_x u$ و $D_y u$ ترمز للمشتقات الجزئية للدالة u بالنسبة للمتغيرات x و y على الترتيب وتقترب كل من ϵ_1 و ϵ_2 من الصفر باقتراب Δx و Δy من الصفر، وذلك بشرط وجود جوار للنقطة (x,y) يكون فيه $D_x u$ و $D_y u$ معرفين ويكون أحدهما على الأقل مستمراً في هذا الجوار.

ويسمى المقدار $D_x u . \Delta x + D_y u . \Delta y$ بالجزء الرئيسي من u أو التفاضل التام لـ u ويكتب على الشكل

$$du = D_x u \, dx + D_y u \, dy$$

أو

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy$$

حيث $x = dx$ و $\Delta y = dy$.

أنظر تفاضل.

زيتا ZETA

الحرف السادس في الأبجدية اليونانية ويكتب بشكل ζ ويقابل الحرف الانكليزي Z.

● دالة زيتا لريمان:

هي الدالة $\zeta(z)$ بالمتغير العقدي $z = x + iy$ لأجل $x > 1$ والمعرّفة بالمتسلسلة

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-z} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-z\ln(n)}$$

حيث $\ln(n)$ هي دالة اللوغاريتم الطبيعي. ويمكن تعريف دالة زيتا باستخدام الامتداد التحليلي لكل قيم z المنتهية. و ζ هي دالة تحليلية بقطب بسيط عند $z = 1$.

انظر ريمان ــ فرض ريمان حول أصفار دالة زيتا.

زينو الأيلي ZENO of Elea (c. 4902 - 435 B.C.)

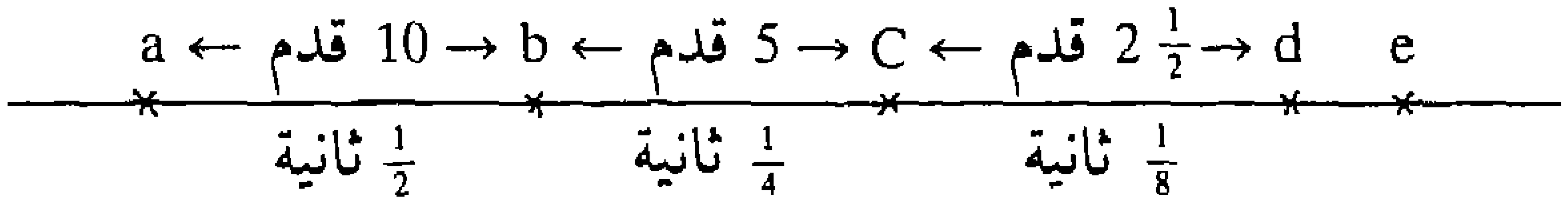
رياضي وفيلسوف اغريقي. قدّم محيرات تشير إلى مسألة العلاقة بين القياس المتقطع والمستمر. ومن غير الواضح فيما إذا كان زينو قد اتخذ موقفاً محدداً من هذه المحيرات. ويعتربر زينو الصورةالقديمة لأفكار بروور وكرونكر.

انظر بروور وكرونكر.

● **محيرة زينو حول أخيل والسلحفاة:**

تقدمت سلحفاة على أخيل مسافة ابتدائية تمتد من النقطة a إلى النقطة b. ثم يبدأ سباق بالركض بين الاثنين. والمحيرة تقول إن أخيل لن يتمكن أبداً من إدراك السلحفاة بالرغم من كونه أسرع منها. لأنه إذا انتقل من a إلى b تنتقل السلحفاة من b إلى c. وإذا انتقل من b إلى c تنتقل السلحفاة من c إلى d وهكذا تستمر العملية إلى ما لا نهاية دون إدراك أخيل للسلحفاة. وتحليل هذه المغالطة يستند إلى حقيقة كون أن الحركة تقاس بمقدار المسافة المقطوعة في وحدة زمنية معينة، وليس فقط بعدد النقاط التي تقسم المسافة إلى فترات. فإذا استغرق أخيل زمناً قدره t_3, t_2, t_1 للانتقال من a إلى b ومن c إلى d . . . على الترتيب فإنه سيدرك السلحفاة بعد زمن قدره $\sum_{i=1}^{\infty} t_i$ إذا كان هذا المجموع منتهياً.

مثال: لنفرض أن السلحفاة قد تقدمت على أخيل مسافة ابتدائية قدرها 10أمتار وأن سرعتها تساوي 15 متراً بالثانية وكانت سرعة أخيل 20 متراً بالثانية فنجد أن $t_1 = \frac{1}{2}$ و $t_2 = \frac{1}{4}$ و $t_3 = \frac{1}{8}$ و. . . $t_i = (\frac{1}{2})^i$. ولذا فإن أخيل سيدرك السلحفاة بعد زمن قدره $\sum_{i=1}^{\infty} (\frac{1}{2})^i = 1$ ثانية.



أما إذا كانت السلحفاة تزيد من سرعتها تدريجياً بحيث تصبح $t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{2}, t_3 = \frac{1}{3}, \ldots, t_i = \frac{1}{2}$ فإن المجموع ... $\sum_{i=1}^{\infty} t_i = 1 + \frac{1}{2} + + \frac{1}{3} + \ldots$ يكبر بلا حدود وهذا يعني أن أخيل لن يدرك السلحفاة مطلقاً.

س

س X

حرف يرمز عادة إلى عدد مجهول أو متغير.

● **محور x**:

هو المستقيم الأفقي المار بنقطة الأصل من اليسار إلى اليمين في المستوى الإحداثي الديكارتي.

انظر **ديكارتي ـ محاور ديكارتية**.

سائل FLUID

● ضغط السوائل:

انظر **ضغط ـ** ضغط السوائل.

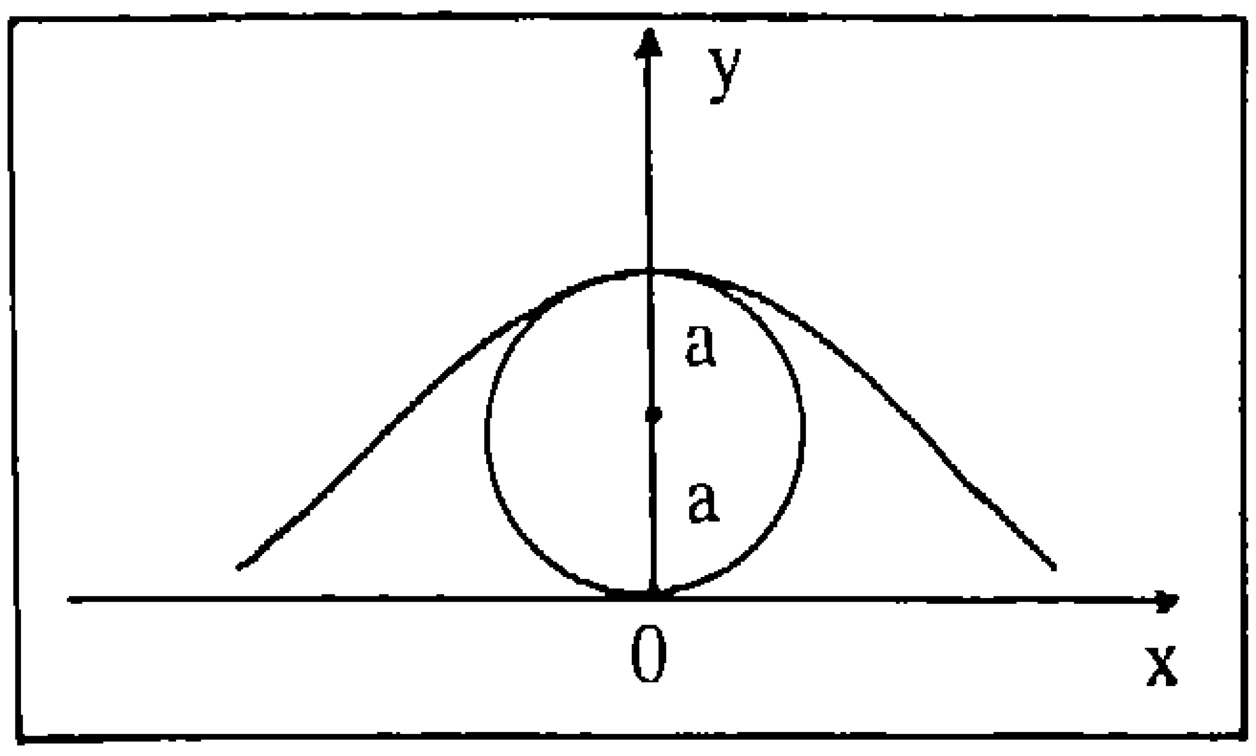
● ميكانيك السوائل:

انظر **ميكانيك**.

ساحرة WITCH

منحنى الساحرة هو منحنى تكعيبي معادلته بالإحداثيات الديكارتية هي $x^2y = 4a(2a - y)$ ويسمى في العادة **ساحرة أغنيسي** على اسم أغنيسي (دوناماريا) الذي درس المنحنى. ويمكن تعريف المنحنى هندسياً بالشكل التالي:

نرسم دائرة نصف قطرها a ومماسة للمحور x عند نقطة الأصل ويكون أحد أضلاعه موازياً لمحور x ويكون الضلع الآخر موازياً لمحور y ويمر بنقطة تقاطع الوتر مع الدائرة وكذلك يمر بنقطة تقاطع الوتر مع المستقيم $y = 2a$. إن منحنى الساحرة هو المحل الهندسي لنقطة تقاطع ضلعي كل المثلثات المرسومة بالشكل المقابل ومرادفها: فيرسيرا.



ساق LEG

● **ساق المثلث القائم:**

هي أحد الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية.

سالب NEGATIVE

● **إشارة سالبة:**

هي الإشارة (−) التي ندل بها على أن العدد أو الكمية التي نتعامل معها سالبة فنقول درجة الحرارة في الشتاء في لينينغراد هي −25 أو 25 درجة تحت الصفر.

● **جزء سالب من دالة:**

انظر موجب – جزء موجب من دالة.

● **زاوية سالبة:**

انظر زاوية.

● **ترابط سالب:**

انظر ترابط.

● **أس سالب:**

انظر أس.

● **عدد سالب:**

انظر عدد.

● **اتجاه سالب:**

هو الاتجاه المعاكس للاتجاه الذي اخترناه ليكون موجباً.

سان فونان، أديمار جان كلود باريه (١٧٩٧ ـــ ١٨٨٦):

SAINTVENENT, ADLHEMAR JEAN CLAUDE BARRE DE (1797-1886)

رياضي تطبيقي ومهندس فرنسي ساهم في علم توازن الموائع وديناميك الموائع والميكانيك ونظرية المرونة.

● **معادلات سان فونان في الانسجام:**

انظر جهد ـ مؤثّر الجهد.

● **مبدأ سان فونان:**

إذا عوضنا عن توزيع قوى مؤثرة على جزء معين من سطح الجسم بتوزيع آخر للقوى المؤثرة على نفس ذلك الجزء فإن تأثيري التوزيعين على مناطق أخرى بعيدة عن ذلك الجزء يكونان متساويين تقريباً على شرط أن يكون للتوزيعين نفس العزم ونفس محصلة القوى.

سباعي — HEPTAGON

هو مضلع له سبعة أضلاع.

وإذا كانت أضلاع السباعي كلها متساوية وزواياه كلها متساوية أيضاً فإنه يسمى السباعي النظامي.

سبيرمان، شارل ادوارد — SPEARMAN, CHARLES EDWARD (1863-1945)

عالم انجليزي أسهم في موضوع التحليل العاملي وخاصة تطبيقاته في علم النفس واختبارات الذكاء. كذلك أسهم في موضوع الاحصاء اللاوسيطي.

● معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان:

لتكن $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \ldots, (x_n,y_n)$ عينة عشوائية ثنائية مسحوبة من التوزيع الاحتمالي المشترك $f(X,Y)$ وليكن $d_i = X_i - Y_i$ لأجل $i = 1,2,\ldots,n$.

تسمى الاحصاءة

$$r = 1 - \frac{6\sum^{n} d_i^2}{(n^3 - n)}$$

● معامل الترابط الرتبي لسبيرمان:

ويقيس هذا المعامل مدى الترابط بين المتغيرين العشوائيين X و Y إذا كان X و Y مستقلين فإن $E(r) = 0$ و $Var(r) = \frac{1}{n-1}$.

SEPTILLION **سبتليون**

هو عدد يساوي 1×10^{24} في أميركا وفرنسا.

بينما يساوي 1×10^{42} في انكلترا.

STERADIAN **ستراديان**

انظر مجسّم ـ زاوية مجسمة.

STUDENT **ستودينت**

اسم مستعار للاحصائي الانجليزي غوسيت (وليم سيلي) (1876-1937).

انظر t: ت ـ توزيع t.

STOKES, SIR GEORGE GARIEL (1819-1903) **ستوكس، جورج غابرييل**

هو عالم بريطاني في التحليل والفيزياء.

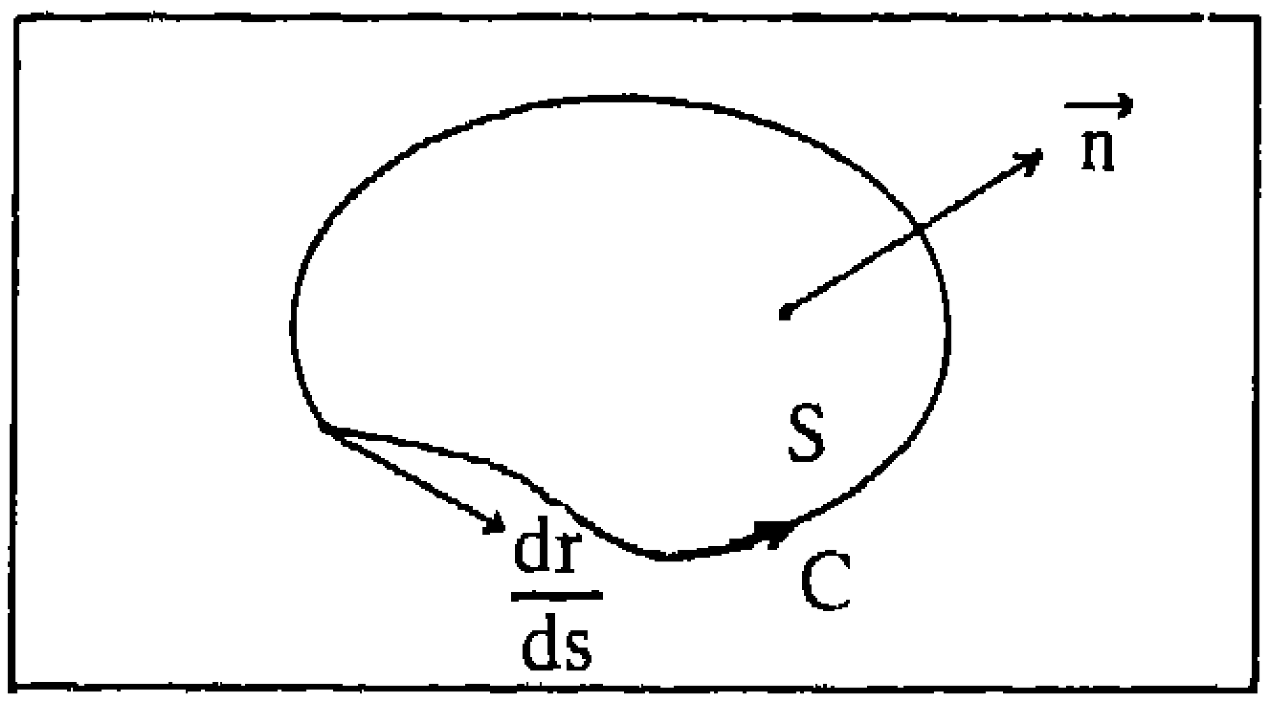
● مبرهنة ستوكس:

ليكن S سطحاً موجهاً، وليكن C حدود S منحنياً مغلقاً بسيطاً أملس

قطعياً، فإذا كانت $\vec{v}(x,y,z)$ دالة متجهية مستمرة لها مشتقات جزئية مستمرة في منطقة تحتوي S فإن

$$\iint_S (\text{curl}\ \vec{v})_n dA = \int_c v_t ds$$

حيث $(\text{curl}\ \vec{v})_n = (\text{curl}\ \vec{v}).n$ هي مركبة $\text{curl}\ \vec{v}$ باتجاه متجه وحدة $\vec{n}$ عمودي على S. كما أن المكاملة تتم بالاتجاه الموجب، أما v_t فهو مركبة $\vec{v}$ باتجاه متجه المماس للمنحني c.



$$\left(\frac{\vec{dr}}{ds} = \frac{dx}{ds}\vec{i} + \frac{dy}{ds}\vec{j} + \frac{dz}{ds}\vec{k}\right)$$

ستون، مارشال هارفي STONE, MARSHALL HARVEY (1903-   )

رياضي أميركي اختص بالتحليل الدالي والجبر والمنطق والطوبولـوجيا.

- رص ستون وتشيك:

انظر رصّ.

ستوني SEXAGESIMAL

ما يخص العدد ستين 60.

- قياس الزوايا الستوني:

نظام تقسم به الدورة الكاملة إلى 360 جزءاً متساوياً وتكتب 360^0 ويسمى كل جزء درجة. وتقسم الدرجة إلى 60 جزءاً تكتب بشكل $60'$ ويسمى الجزء الواحد دقيقة، وتقسم الدقيقة إلى 60 جزءاً تكتب بشكل $60''$ ويسمى الجزء الواحد ثانية. انظر راديان.

- نظام الأعداد الستوني:

نظام عددي يستخدم 60 أساساً لكتابة الأعداد بدلاً من الأساس 10. استخدم هذا النظام من قبل البابليين في العراق القديم (عام 3000 قبل الميلاد).

انظر أساس ــ أساس نظام عددي.

رياضي اسكتلندي اشتغل في أوكسفورد، فينيسيا، ولندن، وله صداقات مع نيوتن وماك لورين، واشتغل بالادارة الصناعية بعد عام 1735.

● صيغة ستيرلينغ:

(1) هي الصيغة $(n/e)^2\sqrt{2\pi n}$ التي تكون مقاربة إلى $n!$. أي أن

$$\lim_{n \to \infty} n!/[(n/e)^n \sqrt{2\pi n}] = 1$$

ولقيم صحيحة من n يمكن أن نأخذ $n! \; (n/e)^n \sqrt{2\pi n}$

وبصورة أدق فإن $n! = (n/e)^n \sqrt{2\pi n} \quad e^{\theta_n/(12n)}$ حيث $0 < \theta_n < 1$

(2) هي متسلسلة ماك لورين حيث اكتشفها ستيرلينغ ولكن ماك لورين نشرها أولاً.

● متسلسلة ستيرلينغ:

هي أي من المتسلسلات التالية

$$\text{Log}\,\Gamma(x) = (x - \tfrac{1}{2}) \log x - x + \tfrac{1}{2} \log (2\pi) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}B_k}{2k\,(2k-1)x^{2k-1}}$$

$$\Gamma(x) = e^{-x}x^{x-\frac{1}{2}} (2\pi)^{\frac{1}{2}} \{1 + \frac{1}{12x} + \frac{1}{288x^2} - \frac{139}{51840x^3} + 0(\frac{1}{x^4})\}$$

حيث $\Gamma(x)$ تمثل دالة غاما و $B_1, B_2, \ldots$ تمثل أعداد برنولي $\frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \ldots$

أما $0(1/x^4)$ فهي دالة في x بحيث يكون $x^4.0(1/x^4)$ محدوداً عندما $x \to \infty$.

ستيفل

● منطوى ستيفل:

لنأخذ $V(n,P)$ مجموعة الاطارات المتعامدة المعيرة من n وذلك في الفضاء الاقليدي R^{n+P} والاطار المتعامد المعير من n هو مجموعة $\{X_1,\ldots,X_n\}$ من المتجهات المتعامدة المعيرة. وتؤثر الزمرة التعامدية $0(n + P)$ بشكل متعدٍ على $V(n + p)$. وتشكل عناصر $0(n + p)$ التي تحفظ إطاراً معيناً $(e_1,e_2,\ldots,e_n)$ الزمرة الجزئية $0(P)$. وبذلك تكون $V(n,P) = 0(n + P)/0(P)$ وترث $V(n,P)$ البنية التفاضلية كمنطوي قسمة. ويسمى المنطوى التفاضلي $V(n+P)$ **بمنطوى ستيفل**.

ستيفن، سيمون STEVIN (or STEVINUS), SIMON (1548-1620)

رياضي فَلَمَنْكي اختص بالجبر والحساب وأشاع استعمال الكسور العشرية وناقش فكرية النهايات وبذلك توقع الحسبان.

أنظر مجموع ـ مجموع متجهات.

شتيلْتْجِس، توماس جان STIELTJES, THOMAS JAN (1856-1894)

هو عالم فرنسي في التحليل ونظرية الاعداد.

أنظر عزم ـ مسألة العزم.

- **تكامل ليبيغ ـ ستيجلتس:**

لنفرض أن الدالة f قابلة للقياس ومعرفة في الفترة [a,b] ولنفرض أن الدالة ϕ متزايدة برتابة (بشكل رتيب) ومعرفة في [a,b] إذا عرّفنا الدالة $F(\xi)$ من أجل

$$\phi(a) \leq \xi \leq \phi(b)$$

بالعلاقتين:

(1) $F(\xi) = f(x)$ إذا كان يوجد نقطة x بحيث $\xi = \phi(x)$

(2) إذا كان $\xi_0 \neq \phi(x)$ من أجل أي x عندئذ فإنه يوجد نقطة انقطاع وحيدة x_0 للدالة ϕ بحيث

$$\phi(x_0 - 0) \leq \xi_0 \leq \phi(x_0 + 0)$$

وتعرف $F(\xi_0)$ كالدالة $f(x_0)$.

إذا كان تكامل ليبيغ $\int_{\phi(a)}^{\phi(b)} F(\xi)d\xi$

موجوداً فإن قيمته تعرف على أنها تكامل ليبيغ ـ ستيجلتس للدالة f بالنسبة لـ ϕ وتكتب على الصورة $\int_a^b f(x)d\phi(x)$

إذا كانت الدالة ϕ **محدودة التغير** فإنها تكتب بشكل فرق دالتين متزايدتين رتيبتين ϕ_1 و ϕ_2 (أي $\phi = \phi_1 - \phi_2$). عندئذ يعرف تكامل ليبيغ ــ ستيجلتس

$$S = \int_a^b f(x)\, d\phi(x)$$

بالشكل $S = \int_a^b f(x) d\phi_1(x) - \int_a^b f(x)\, d\phi_2(x)$

إذا كانت الدالة F المعرفة كما سبق قابلة للقياس على $[\phi(a), \phi(b)]$

وكانت الدالة f قابلة للقياس على [a,b] وكان $\phi(x) = \int_a^x \theta(x) dx$

من أجل دالة ما θ قابلة للقياس فإن $\int_a^b f(x)\, \theta(x) dx = \int_a^b f(x) d\phi(x)$

حيث التكامل الأول الذي يحوي θ هو تكامل ليبيغ.

- **تكامل ريمان ــ ستيجلتس:**

لتكن لدينا التجزئية (التقسيم المتتالي) $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$

للفترة [a,b] وليكن $s_n = \max|x_i - x_{i-1}|\ (i=1,2,\ldots,n)$

ولتكن f و ϕ دالتين محدودتين وحقيقيتي القيمة ومعرفتين في الفترة [a,b]

وليكن $S_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)[\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})]$

حيث ξ_i هي أعداد اختيارية تحقق $x_{i-1} < \xi_i < x_i$

إذا كانت نهاية S_n موجودة عندما $n \to \infty$ بحيث $S_n \to 0$ وإذا كانت هذه النهاية مستقلة عن اختيار ξ_i وأسلوب التقسيم المتتالي فإن هذه النهاية تسمى **تكامل ريمان ستيجلتس** للدالة f بالنسبة للدالة ϕ وتكتب بالشكل

$$\int_a^b f(x) d\phi(x)$$

إذا كان $\int_a^b f(x) d\phi(x)$ موجوداً فإن $\int_a^b \phi(x) df(x)$

يكون موجوداً وتتحقق العلاقة

$$\int_a^b f(x) d\phi(x) + \int_a^b \phi(x) df(x) = f(b)\phi(b) - f(a)\phi(a)$$

إذا كانت الدالة f محدودة على [a,b] و ϕ دالة **محدودة التغير** على [a,b] عندئذ يكون التكامل $\int_a^b f(x) d\phi(x)$ موجوداً إذا وفقط إذا كان التغير الكلي

للدالة ϕ على مجموعة نقط انقطاع الدالة f مساوياً للصفر.

أي أن مجموعة جميع النقط $\phi(x)$ التي تكون من أجلها f منقطعة عند x هي مجموعة قياسها صفر، بحيث تأخذ $\phi(x)$ على أنها الفترة بين $\phi(x-0)$ و $\phi(x+0)$ عندما تكون ϕ منقطعة عند x.

سحبة NIM

● مباراة السحبة:

مباراة تتكون من لاعبين B,A وعدة مجموعات من السلع. يحق لكل لاعب أن يسحب أي كمية من السلع من إحدى المجموعات. اللاعب الذي يسحب آخر سلعة هو الرابح. إذا كتبنا أعداد السلع في المجموعات بنظام الأعداد الثنائي فإن اللاعب الذي يريد أن يربح يجب أن يترك بعد كل سحبة أعداداً من السلع يكون مجموع مراتبها المتناظرة يساوي 0 أو 2. مثال: لتكن أعداد السلع في ثلاث مجموعات 5,6,17 نكتبها بنظام الأعداد الثنائي:

المجموعة الأولى (17): 10001.

المجموعة الثانية (6): 110.

المجموعة الثالثة (5): 101.

لكي يربح اللاعب A يجب أن يسحب 14 سلعة من المجموعة الأولى فيتبقى

101

110

11

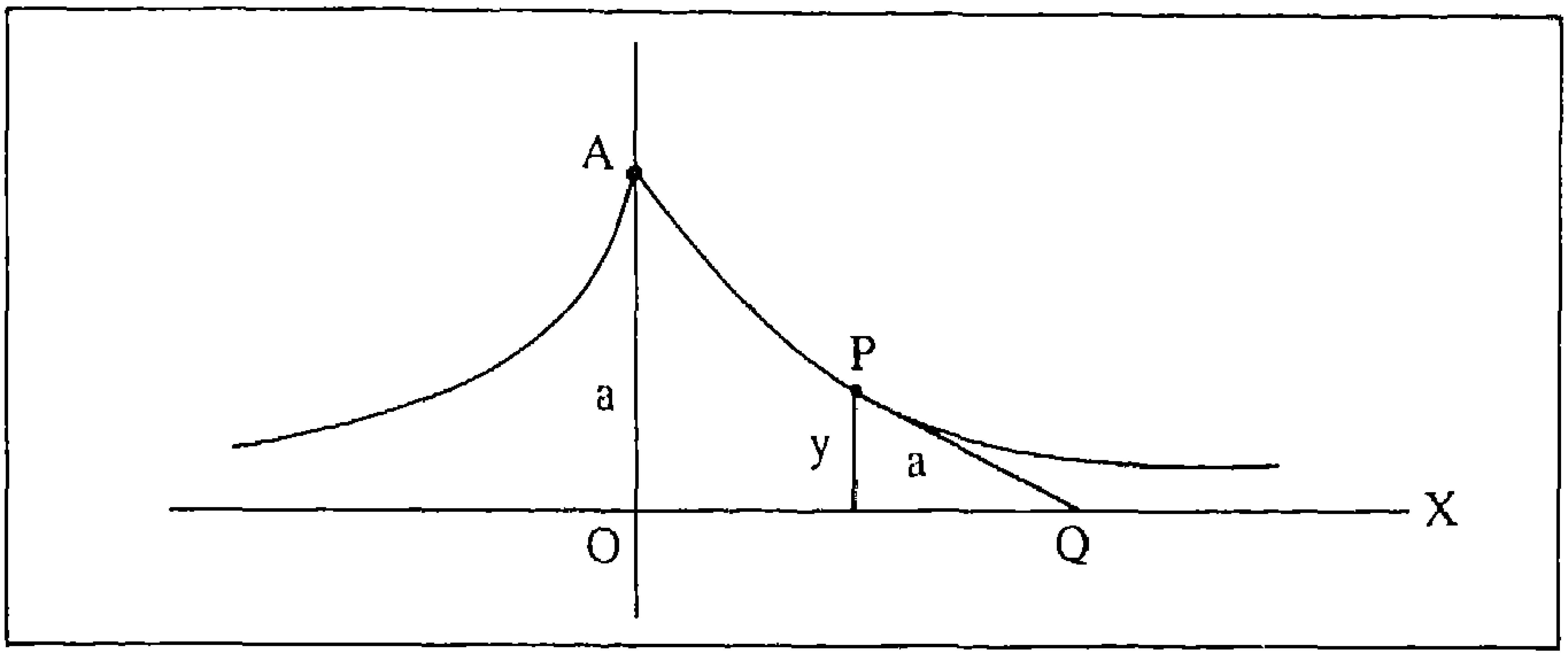
أما اللاعب B فليس لديه خيار عدا أن يجعل المجموع في عمود واحد على الأقل عدداً فردياً. ثم يأتي دور A الذي يجعل مجموع ذلك العمود زوجياً وهكذا إلى أن يسحب اللاعب ليبقى العددان B وبذلك يربح A.

سحبي TRACTRIX

هو المنحنى الذي يمثل مسار نقطة الطرف P لذراع PQ طوله a (ثابت)، حيث تتحرك Q على امتداد محور x من نقطة الأصل O إلى $\pm\infty$. ويكون

الوضع الابتدائي للذراع هو AO ويتحرك الذراع بحيث يظل مماساً لمسار P. وتكون معادلة هذا المنحنى هي:

$$x = a \log \frac{(a \pm \sqrt{a^2 - y^2})}{y} \mp \sqrt{a^2 - y^2},$$



سحري — MAGIC

● مربع سحري:

هو مربع يحتوي على مجموعة من الأعداد مرتبة صفوفاً وأعمدة بحيث يكون مجموع الأعداد الواقعة في أي صف أو عمود أو قطر يساوي مقداراً ثابتاً.

مثال: نقول إن المربع (أ) هو مربع سحري من المرتبة الثالثة و(ب) هو من المرتبة الرابعة. ونذكر هنا أنه يوجد 8 مربعات سحرية من المرتبة الثالثة ويبدو أن هناك نوعين من المربعات السحرية. أحدهما يرتب الأعداد من 1 إلى n^2 إذا كان عدد صفوف المربع هو n. والنوع الثاني هو الذي يرتب الأعداد الفردية فقط.

17	3	13
7	11	15
9	19	5

(أ)

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

(ب)

● **مكعب سحري:**

هو تعميم للمربع السحري. ومن الواضح أنه يوجد مكعب سحري واحد من المرتبة الأولى هو حجر النرد. كما أنه لا يوجد مكعب سحري من المرتبة الثانية. ويمكن أن يبرهن أنه لا يوجد مكعبات سحرية من المرتبة الثالثة أو الرابعة، وكل ما نعلمه أنه يوجد مكعب سحري من المرتبة الثامنة بينما لا نعلم شيئاً عن وجود مكعبات سحرية من المرتبة الخامسة والسادسة والسابعة. وقد لاقت هذه الأمور رواجاً كبيراً في القرن السابع عشر.

سداسي — HEXAGON

هو مضلع له ستة أضلاع، وإذا تساوت أضلاعه وزواياه الداخلية فإنه يسمى بـ **السداسي النظامي**.

انظر **باسكال** ــ مبرهنة باسكال.

● **السداسي البسيط:**

هو مضلع يتكون من ست نقاط ليس من بينها ثلاث نقاط متسامتة وستة خطوط تصل بين الرؤوس المتتالية.

● **المنشور السداسي:**

هو منشور كل أساس فيه سداسي.

سداسي الدرجة — SEXTIC

من الدرجة أو الرتبة السادسة.

● **معادلة سداسية الدرجة:**

معادلة كثير حدود من الدرجة السادسة.

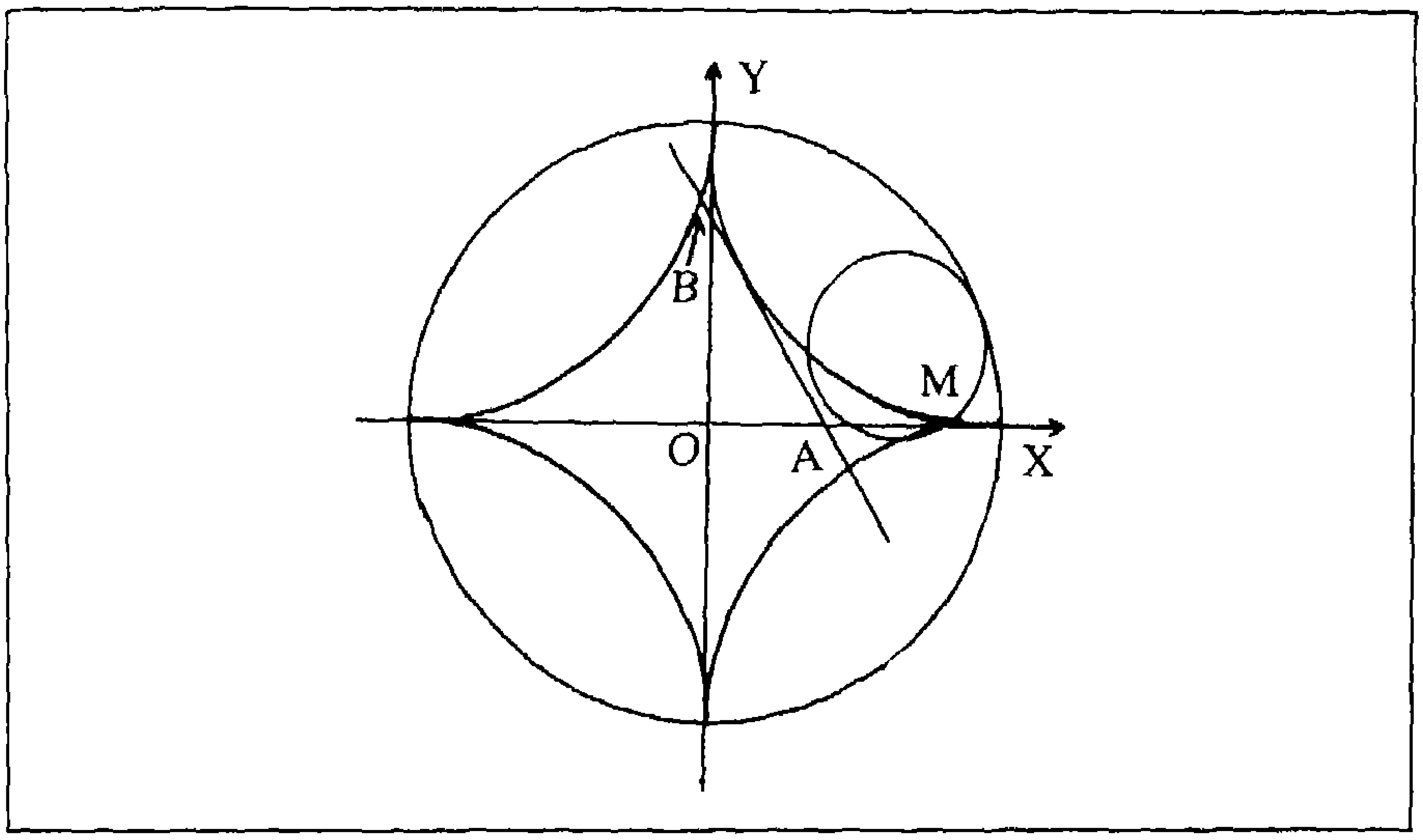
● **منحنى سداسي الدرجة:**

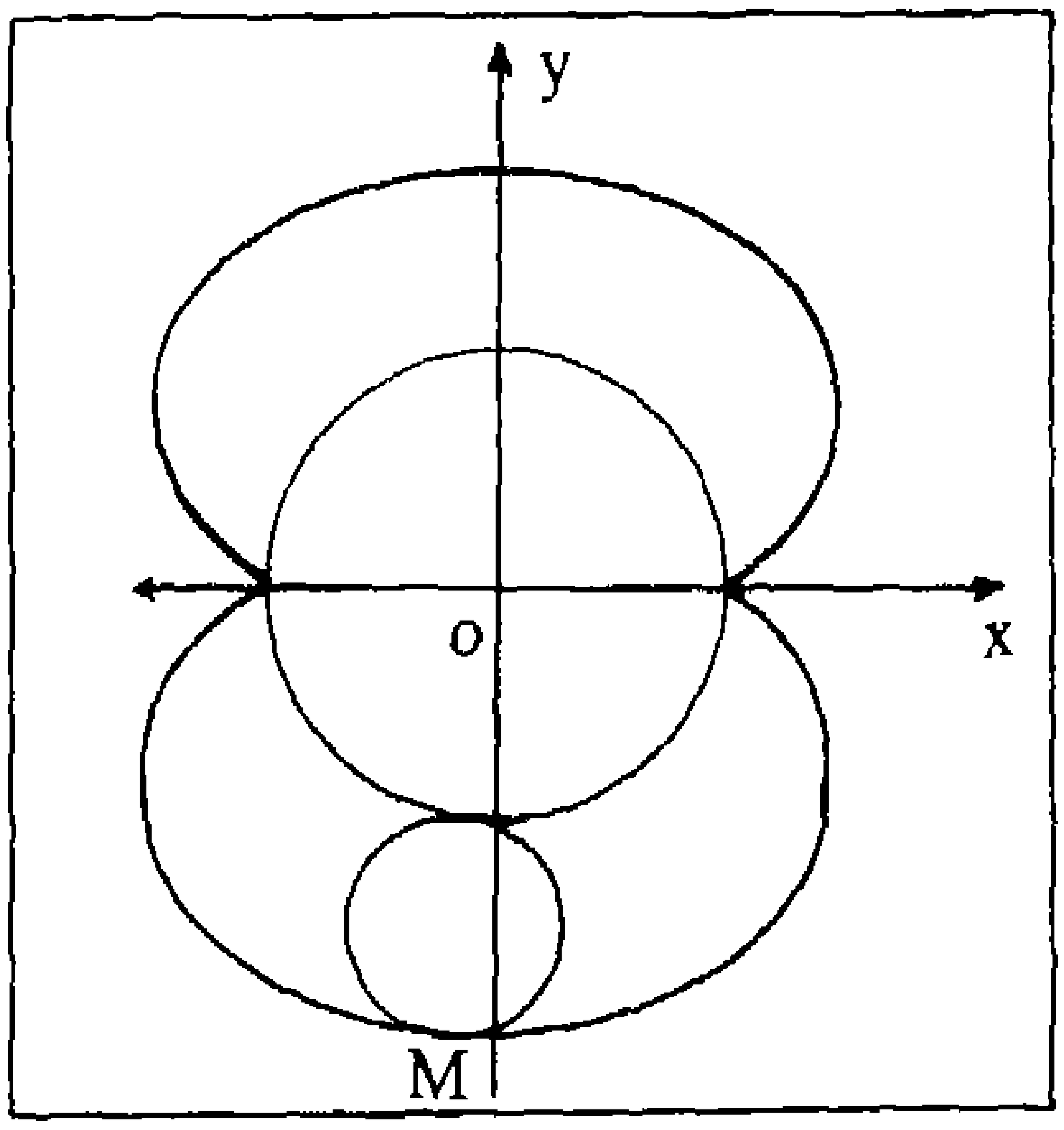
منحنى جبري من الدرجة السادسة.

مثال (1): هو المنحنى الذي معادلته الديكارتية $(x^2 + y^2 - a^2)^3 + 27a^2x^2y^2 = 0$.

والوسيطية $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$

وطوله 6a والمساحة التي يحدها هي : $\frac{3\pi a^2}{8}$.





مثال (2): هو المنحنى الذي معادلته الديكارتية
$(x^2 + y^2 - 4a^2)^3 = 108\,a^4y^2$

والوسيطية $y = a(3\sin t - \sin 3t)$
$x = a(3\cos t - \cos 3t)$,

وطوله 24a والمساحة التي يحدها
$12\pi a^2$.

سداسي الوجوه HEXAHEDRON

هو مجسم ذو ستة وجوه. ويسمى سداسي الوجوه النظامي بالمكعب.

● **النقطة السرجية:**

هي نقطة تكون عندها المشتقات الجزئية الأولى للدالة $f(x,y)$ أصفاراً ولكنها ليست قيمة عظمى أو صغرى محلية. وإذا كانت المشتقات الجزئية الثانية مستمرة في جوار النقطة P وإذا كان:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} > 0, \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

عند النقطة P فإن P نقطة سرجية.

انظر **قيمة عظمى**.

وعند النقطة السرجية يكون المستوى المماس للسطح $z = f(x,y)$ أفقياً. ولكن قرب النقطة السرجية يكون جزء من السطح فوق المستوى المماسي وجزء آخر تحت المستوى المماسي. وهذا يعني وجود «جَبَلان» و«واديان» عند رسم دائرة حول النقطة السرجية. وإذا وجد ثلاثة «جبال» وثلاثة «أودية» نسمي النقطة **سرج مقلد** حيث يوجد وادي للذنب. وكمرادف لهذا التعبير يستخدم أحياناً «أصغري الأعظم».

● **النقطة السرجية للمباراة:**

تحقق العناصر a_{ij} **لمصفوفة جزاء** مباراة منتهية وصفرية الجمع لشخصين العلاقة التالية: $\max_i(\min_j a_{ij}) \leq \min_j(\max_i a_{ij})$ إذا تحققت المساواة وكانت v القيمة المشتركة لطرفي المتابينة فإنه يوجد استراتيجية i_o لـلاعب الأعظام واستراتيجية j_o للاعب الأصغار بحيث إذا اختار لاعب الأعظام استراتيجية i_o فإن جزاءه يساوي على الأقل v بغض النظر عن الاستراتيجية التي يختارها لاعب الأصغار، وإذا اختار لاعب الأصغار استراتيجية j_o فإن جزاءه يساوي على الأكثر v بغض النظر عن الاستراتيجية التي يختارها لاعب الأعظام، وهكذا يكون: $v = a_{i_o j_o} = \max_i a_{ij_o} = \min_j a_{i_o j}$ وفي هذه الحالة نقول ان (i_o,j_o) **نقطة سرجية** للمباراة. قد تكون هناك عدة نقاط سرجية تتحقق فيها القيمة v.

وتنطبق نفس الاستنتاجات السابقة على أية مباراة لا منتهية وصفرية الجمع لشخصين التي قد تحتوي أو لا تحتوي على نقطة سرجية.

انظر صندوق أصغري الأعظم، جزاء.

● **النقطة السرجية للمصفوفة:**

يمكن أن نعتبر أية مصفوفة حقيقية عناصرها a_{ij} مصفوفة جزاء لمباراة منتهية صفرية الجمع لشخصين. وإذا كانت (i_o,j_o) نقطة سرجية للمباراة فنقول إن للمصفوفة نقطة سرجية عند (i_o,j_o).

إن الشرط اللازم والكافي لوجود نقطة سرجية للمصفوفة هو وجود عنصر في المصفوفة يكون أصغر قيمة في صفه وأكبر قيمة في عموده.

سُرْعَة VELOCITY

هي السرعة العددية مأخوذة مع اتجاه حركة الجسم. والمقصود بالسرعة هي السرعة **اللحظية** للجسم التي يجب تمييزها عن السرعة **المتوسطة** للجسم. كما يتضح أدناه.

● **سرعة متوسطة:**

السرعة المتوسطة لجسم يتحرك على امتداد مستقيم أو على منحنى خلال فترة زمنية معينة Δt هي الفرق بين متجه الموضع للجسم عند الزمن t ومتجه الموضع للجسم عند الزمن $(t + \Delta t)$ مقسوماً على الفترة الزمنية Δt. فإذا كان $r(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ متجه الموضع للجسم عند الزمن t فإن السرعة المتوسطة للجسم خلال الفترة Δt هي:

$$\frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}\vec{i} + \frac{y(t + \Delta t) - y(t)}{\Delta t}\vec{j} + \frac{z(t + \Delta t) - z(t)}{\Delta t}\vec{k}.$$

● **سرعة لحظية:**

السرعة اللحظية لجسم يتحرك على مستقيم أو منحنى عند الزمن وهي نهاية السرعة المتوسطة للجسم عندما $t \to 0$، أي أن السرعة اللحظية تساوي:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

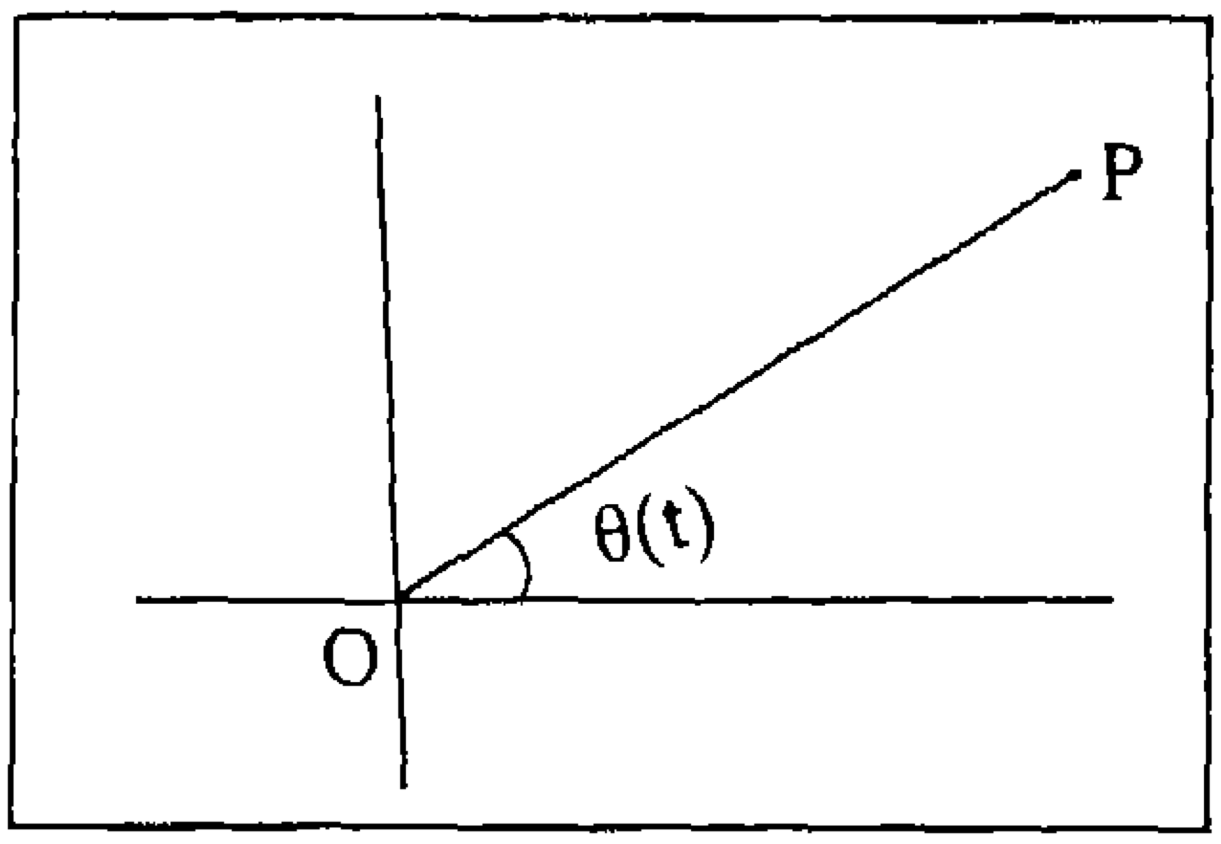
$$= \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

إذا كان الجسم متحركاً في خط مستقيم فنتكلم عن **السرعة الخطية** للجسم، وإذا كان متحركاً على منحنى نتكلم عن **السرعة الانحنائية** للجسم. وإذا احتسبت السرعة نسبة إلى نظام احداثي ثابت فتسمى **سرعة مطلقة**. أما إذا احتسبت نسبة إلى نظام احداثي متحرك فتسمى **سرعة نسبية**.

انظر **سرعة عددية**.

● **سرعة زاوية:**

(1) لنعتبر جسماً يتحرك في مستوى معين وحول نقطة معينة O وليكن P موضع الجسم عند الزمن t ولتكن θ(t) الزاوية التي يصنعها OP مع محور ثابت يمر في O. نعرف السرعة، الزاوية للجسم حول النقطة O بأنها $\frac{d\theta}{dt}$ أي معدل تغير الزاوية حول النقطة O. وفيها يتعلق بالسرعة الزاوية فيمكن اعتبار أن الجسم يتحرك حول دائرة مركزها النقطة الثابتة O.



(2) عند دوران جسم جاسىء حول محور معين تعرف سرعته الزاوية بأنها المتجه على امتداد محور الدوران والذي يكون اتجاهه نفس اتجاه تقدم برغي يميني مسلط عليه نفس الدوران.

● **سرعة منتظمة أو ثابتة:**

انظر **ثابت ــ سرعة عددية ثابتة**.

سرعة عددية SPEED

المسافة المقطوعة بوحدة الزمن بغض النظر عن اتجاه الحركة (أنظر **سرعة**). **السرعة المتوسطة** لجسم في فترة زمنية معينة، هي حاصل قسمة المسافة المقطوعة على طول الفترة الزمنية. **السرعة الآنية**: هي نهاية السرعة المتوسطة عندما يؤول طول الفترة الزمنية إلى الصفر. إذا تحرك جسم المسافة $h(t)$ في الفترة الزمنية (t_o,t) فإن سرعته المتوسطة تساوي القيمة المطلقة لخارج القسمة $S = [\, h(t) - h(t_0)\,]/(t - t_0)$. أما سرعته عند الزمن t_o فهي القيمة المطلقة $\left|\lim_{t \to t_o} S\right|$ إذا مثلنا المسافة المقطوعة على شكل دالة في الزمن فإن السرعة هي القيمة المطلقة لمشتق هذه الدالة.

- **سرعة ثابتة:**

انظر ثابت ـ سرعة ثابتة.

سرعة زاوية (في مستوى)، **متوسط السرعة** الزاولة خلال فترة زمنية t لنقطة متحركة P بالنسبة لنقطة ثابتة O هي $\frac{A}{t}$ حيث A هومقدار الزاوية التي يصنعها المستقيم OP خلال الفترة t. أما السرعة الزاوية (**السرعة الزاوية الآنية**) فهي نهاية متوسط السرعة الزاوية عندما يؤول طول الفترة الزمنية t إلى الصفر. إذا عبرنا عن الزاوية A بشكل دالة في t فإن السرعة الزاوية الآنية هي مشتق هذه الدالة.

سرّي UMBILICAL

- **جيوديزي سري لسطح ثنائي الدرجة:**

هوجيوديزي يقع على سطح ثنائي الدرجة S ويمر بنقطة سرية للسطح S.

- **نقطة سرية على السطح:**

هي نقطة دائرة أوسرية تقع على سطح معين S. وتكون النقطة على S نقطة سرية إذا وفقط إذا كان شكلاها التربيعيان الأول والثاني متناسبين. ويكون التقوس الناظمي للسطح S عند نقطة سرية على S متساوياً في جميع الاتجاهات

على S. والجدير بالذكر أن كل النقاط الواقعة على الكرة أو على المستوى هي نقاط سرية. كذلك تكون النقاط الواقعة عند تقاطع مجسم قطع ناقصي دوراني مع محور الدوران نقاطاً سرية.

سطح SURFACE

السطح هو الشكل الهندسي المؤلف من النقاط التي تحقق احداثياتها معادلة من الشكل $z = f(x,y)$ أو من الشكل $F(x,y,z) = 0$ أو معادلات وسيطية من الشكل $x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$ مع فرض شروط كالاستمرارية وكون اليعقوبي مغايراً للصفر وذلك لضمان اللا اضمحلال.

انظر **أملس** ـ سطح أملس.

مثلاً: إن معادلة الكرة المتمركزة عند نقطة الأصل والتي نصف قطرها 1 هي $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ كما أن لها المعادلات الوسيطية:

$$x = \sin\phi\cos\theta,\ y = \sin\phi\sin\theta,\ z = \cos\phi$$

يمكن تعريف **السطح المغلق** على أنه فضاء مقاسي متراص متصل ومتجانس بمعنى أنه لكل نقطة من نقاطه جوار **مماثل استمرارياً** لداخل دائرة في المستوى. كما يمكن تعريف **سطح له حدود** عن طريق تعديل التعريف السابق بأن يكون لكل نقطة على منحنى حدودي جوار مماثل استمرارياً لنصف خلية بعديتها 2 بما فيها القطر وأن تقابل نقاط القطر نقاط المنحنى الحدودي.

ومن التعريفات المستعملة للسطح أيضاً ما يلي: السطح هو شكل هندسي يمكن تقسيمه إلى عدد منته من «المثلثات» (أي إلى أشكال مماثلة استمرارياً لمثلثات مستوية) بحيث يتحقق ما يلي:

(1) إذا تقاطع مثلثان فإن تقاطعهما يكون ضلعاً مشتركاً.

(2) لا يمكن أن يشترك أي ضلع في أكثر من مثلثين.

(3) إذا كان R و S أي مثلثين فإنه توجد متتالية $T_1, T_2, \ldots, T_n$ من

المثلثات بحيث يكون $T_1 = R$، $T_n = S$ ويكون لكل مثلثين متجاورين T_i، T_{i+1} ضلع مشترك.

نقول عن السطح أنه **مغلق** إذا كان كل ضلع في مثلث ينتمي إلى مثلث آخر، وإلا فإن للسطح عدداً منتهياً من المنحنيات الحدودية المغلقة.

نقول عن السطح أنه **قابل للتوجيه** إذا كان بالإمكان توجيه تلك المثلثات بحيث إذا تقاطع مثلثان فإنهما يعطيان ضلعهما المشترك توجيهين مختلفين. (هذا يعني أن السطح لا يحتوي على شريط موبيوس أو أنه لا يمكن تحريك دائرة صغيرة موجهة على السطح بشكل يسمح لها بالعودة إلى موضعها الأولي وتوجيهها معكوس).

انظر جنس ــ جنس سطح.

- **اتجاه رئيسي على سطح:**

انظر اتجاه.

- **آثار سطح:**

انظر أثر ــ آثار سطح.

- **تقوس سطح:**

انظر تقوس.

- **تكامل على سطح:**

هو تكامل دالة ما على سطح S $\int_S f(x,y,z)\, d\sigma$. لنختر تجزئة للسطح ولنأخذ مساحة كل عضو A في التجزئة ونضربه بقيمة الدالة f عند نقطة في A ثم نجمع حواصل الضرب هذه. تكون قيمة التكامل هي نهاية هذا المجموع عندما نزيد عدد أعضاء التجزئة بشكل يؤول معه عيار التجزئة إلى الصفر. إذا كان S سطحاً أملس له متجه موضع $\overrightarrow{P}$ مجاله مجموعة D في مستوى (u,v) وكانت $\overrightarrow{n}$ دالة متجهية القيمة مستمرة مجالها D وقيمها متجهات عمودية على S وطولها وحدة طول واحدة. فإن التكامل على S للدالة المتجهية القيمة $\overrightarrow{F}$ هو:

$$\int_S (\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n})\, d\sigma = \int_D (\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n}) \left| \frac{\partial \overrightarrow{P}}{\partial u} \times \frac{\partial \overrightarrow{P}}{\partial v} \right| dA$$

وهذا يساوي $\int_D \vec{F} \cdot \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} \right) dA$ ، وذلك إذا اخترنا $\vec{n}$ على أنه المتجه $\left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} \right)$ مقسوماً على طوله. إذا كان D في مستوى (x,y) فإن معادلة السطح تصبح $z = g(x,y)$ والتكامل يصبح $\int_D f[x,y,g(x,y)] \sec \beta \, dx \, dy$. حيث أن f ترمز إلى $\vec{n}$. $\vec{F}$ و β هي الزاوية بين $\vec{n}$ والمتجه $\vec{k}$ العمودي على مستوى (x,y).

انظر ستوكس ـ مبرهنة ستوكس، ومساحة السطح.

- **تمثيل غاوسي لسطح:**

يعني تمثيل كروي للسطح.

انظر كروي.

- **تمثيل كروي لسطح:**

انظر كروي.

- **توافقي سطح:**

انظر توافقي ـ توافقي سطح.

- **رقعة سطح:**

هي سطح أو جزء من سطح محدود بواسطة منحنى مغلق ونسميها رقعة سطح لنميزها عن السطح الممتد بشكل لا متناه وعن السطح المغلق كالكرة مثلاً.

- **سطح إسطواني:**

انظر إسطواني ـ سطح إسطواني.

- **سطح أصغري:**

انظر أصغري.

- **سطح أملس:**

انظر أملس.

● **سطح أنبر:**

هو السطح الأصغري الحقيقي الذي تكون معه $\phi(u)$ ثابتة.

انظر **فايرشتراس ــ معادلات فايرشتراس.**

إذا أخذنا $\phi(u) = 3$ وكان $u = s + it$ فإن المنحنيات الوسيطية تكون خطوط التقوس، ودوال الاحداثيات تكون:

$$x = 3s + 3st^2 - s^3$$

$$y = 3t + 3s^2t - t^3$$

$$z = 3s^2 - 3t^2$$

يكون التطبيق متزاوياً ودوال الاحداثيات توافقية.

● **سطح انسحاب:**

هو سطح يقبل تمثيلاً من الشكل:

$$x = x_1(u) + x_2(v),\ y = y_1(u) + y_2(v),\ z = z_1(u) + z_2(v)$$

ويمكن اعتباره مولداً بواسطة انسحاب منحنى C_1 احداثياته:

$$x = x_1(u),\ y = y_1(u),\ z = z_1(u)$$

بحيث يبقى موازياً لنفسه وبشكل ترسم معه كل نقطة من نقاط C_1 منحنى مطابقاً للمنحنى C_2:

$$x = x_2(v),\ y = y_2(v),\ z = z_2(v)$$

كما يمكن أن يتبادل C_1 و C_2 الأدوار. المحلات الهندسية التي ترسمها نقاط C_1 (أو C_2) تسمى **مولدات السطح.**

● **سطح تخيلي:**

انظر تخيلي ــ منحنى (سطح) تخيلي.

● **سطح ثنائي الدرجة:**

انظر ثنائي الدرجة.

● **سطح جبري:**

هو سطح يقبل تمثيلاً وسيطياً بحيث تكون احداثياته دوال جبرية بالوسيطات.

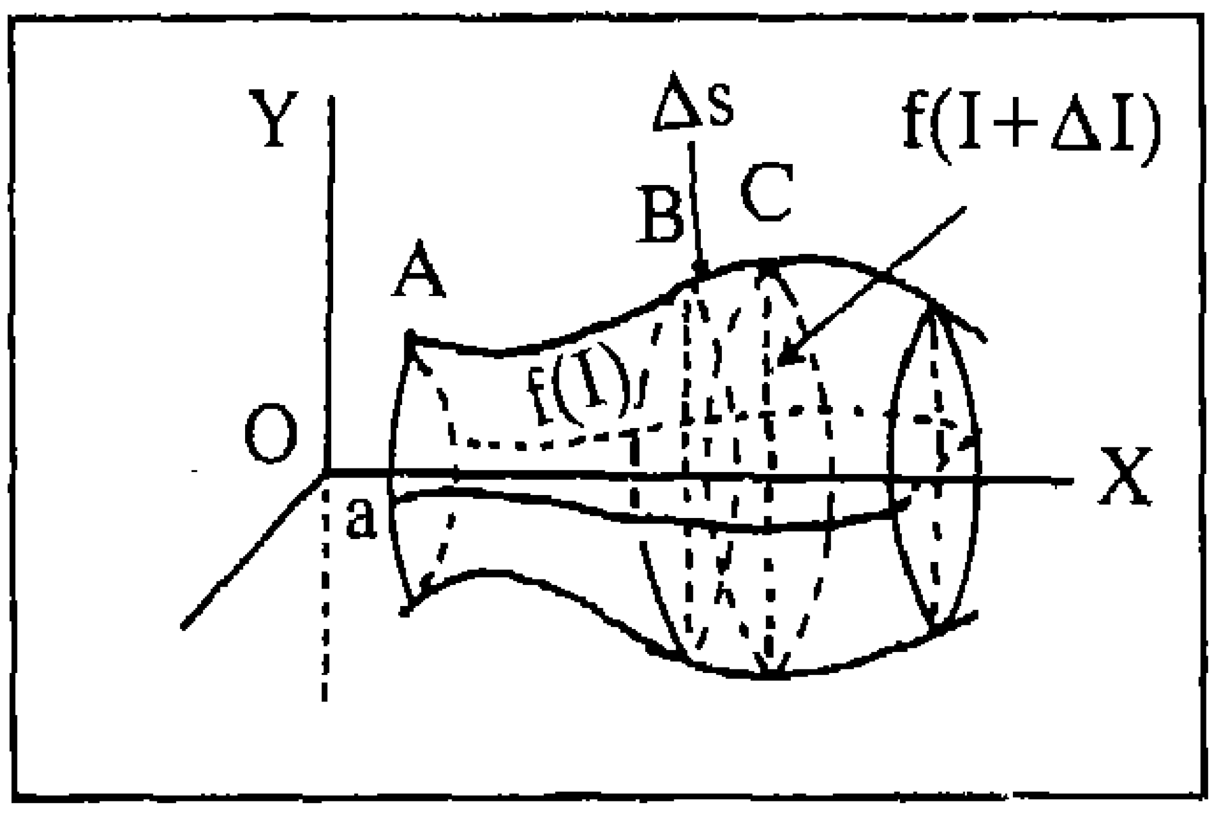
• **سطح جواخيمشتال:**

هو سطح بحيث يكون كل أعضاء إحدى عائلتي خطوط تقوسه منحنيات مستوية وبحيث تكون كل هذه المستويات متمحورة.

• **سطح دوران أو سطح دوراني:**

هو سطح يتولد من جراء دوران منحن مستو حول محور في هذا المستوى. أما مقاطع هذا السطح والعمودية على المحور فهي دوائر تسمى **بالدوائر المتوازية** والمقاطع المحتوية على المحور تسمى **بخطوط الطول**. مثلاً، يمكن اعتبار الكرة الأرضية سطح دوران مولداً بواسطة دوران أحد خطوط الطول حول الخط الذي يصل القطب الشمالي بالقطب الجنوبي. كما يمكن أن يتولد سطح الدوران بواسطة دائرة تتحرك دائمًا عمودياً على خط ثابت بحيث يبقى مركزها على الخط وتتمدد وتتقلص بشكل مستمر حتى تمر بمنحن في مستوى الخط الثابت. ويكون **عنصر المساحة** سطح الدوران هو $2\pi r\, ds$ حيث ds هو عنصر القوس من المنحنى و r هي المسافة بين محور الدوران ونقطة في ds إذا دار المنحنى $y = f(x)$ حول محور x فإن $2\pi r\, ds = 2\pi\, f(x)\, ds$، وتصبح المساحة لسطح الدوران عندما يتراوح x بين a و b كما يلي:

$$\int_a^b 2\pi\, f(x)\, \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$



كما يبدو من الشكل، فإن $2\pi r\, \Delta s$ هي المساحة الناتجة عن دوران القوس $BC = \Delta s$ حول محور x وهكذا يكون $2\pi r\, ds$ هو تقريب هذه المساحة.

انظر **عنصر** ـ عنصر تكامل.

• **سطح ذو تقوس ثابت:**

هو سطح يأخذ تقوسه الكلي k نفس القيمة عند كل نقاط هذا السطح.

إذا كان $k = 0$ فإن السطح يكون **قابلاً للانبساط**.

إذا كان $k > 0$ فإن السطح يكون **كروياً** (ليس كرة وحسب).

إذا كان $k < 0$ فإننا نسمي السطح **شبه كروي**.

انظر **كروي**، **شبه كروي**.

- **سطح شبه كروي:**

انظر **شبه كروي**.

- **سطح شيرك:**

هو سطح أصغري حقيقي تكون معه $(u) = \frac{2}{1 - u^4}$.

انظر **فايرشتراس ــ معادلات فايرشتراس**.

وسطح شيرك هو سطح دوري مضاعف.

- **سطح فاينغارتن:**

انظر **فاينغارتن**.

- **سطح فوس:**

هو سطح له نظام مرافق من الجيوديزات.

- **سطح قنوي:**

هو غلاف عائلة وحيدة الوسيط من الكرات المتساوية القطر والتي تأخذ مراكزها على منحن فضائي معطى.

المميز هو الدائرة العظمى في المستوى الناظم على المنحنى عند النقطة.

- **سطح القولبة:**

هو سطح يتولد من منحن مستو عندما يتدحرج مستواه على اسطوانة وبدون انزلاق. إذا كانت الاسطوانة خطاً فإن سطح القولبة يصبح سطح دوران.

انظر سطح مونج أدناه.

- **سطح كروي:**

انظر **كروي**.

● **سطح ليوفيل:**

هو سطح يقبل تمثيلاً وسيطياً بحيث يصبح الشكل التربيعي الأساسي الأول كما يلي:

$$ds^2 = [f(u) + g(v)]\,[du^2 + dv^2]$$

● **سطح مادي:**

انظر مادي.

● **سطح مستو:**

أي مستو.

● **سطح مسطر:**

انظر مسطر.

● **سطح منحن:**

هو سطح لا يكون أي من أجزائه مستوياً.

● **سطح مونج:**

هو سطح يتولد بواسطة منحن مستو عندما يتدحرج المستوى بلا انزلاق على سطح قابل للانبساط.

● **سطح هنبرغ:**

هو السطح الأصغري الحقيقي الذي تكون معه $(u) = 1 - \frac{1}{u^4}$.

انظر **فايرشتراس** ــ معادلات فايرشتراس.

ويكون هذا السطح أصغرياً مضاعفاً.

انظر أصغري.

● **سطح وحيد الجانب:**

هو سطح له جانب واحد، بمعنى أنه غير قابل للتوجيه.

انظر **موبيوس** ــ شريط موبيوس، **كلاين** ــ قنينة كلاين، **أصغري** ــ سطح أصغري مضاعف.

• **سطوم متشابهة:**
انظر متشابهة ـ سطوح متشابهة.

• **سطوح متقايسة:**
نقول عن سطحين أنهما متقايسان إذا كان بينهما تطبيق حافظ للمسافة أي تقايس.

• **سطوح متوازية:**
انظر متواز.

• **مساحة السطح:**
يجب توخي الحرص عند تقريب مساحة السطح كمجموع مساحات مجموعات مستوية. مثلاً إذا اخترنا مجموعة من النقاط موزعة على السطح بحيث تعطي كل ثلاث منها مثلثاً مستوياً فإننا نحصل على سطح مجعد يمكن اعتباره تقريباً للسطح المعطى. وتساوي مساحة السطح المتجعد مجموع مساحات الأجزاء المثلثية. وقد يبدو أنه من المعقول اعتبار أنه كلما اقتربت النقاط من بعضها فإن مساحة السطح المتجعد تقترب من مساحة السطح المعطى. ولكن ذلك غير صحيح بالضرورة، فلو أخذنا مثلاً سطح اسطوانة دائرية قائمة فإننا نستطيع اختيار النقاط بشكل لا تقترب معه مساحة السطح المتجعد من مساحة الاسطوانة، ليس ذلك وحسب بل نستطيع أن نأخذ النقاط بشكل تكون معه مساحة السطح المتجعد غير محدودة من أعلى. لذا فإن الطرق التالية لحساب المساحة تتجنب تلك الصعوبات عن طريق تقريب السطح إلى المستوى المماس. (السطوح التي يمكن نشرها على مستوى كالإسطوانات والمخروطات نحسب مساحتها مباشرة عن طريق حساب المنطقة المستوية الناتجة):

(1) مساحة السطح هي نهاية مجموع مساحات المضلعات المتشكلة من تقاطع المستويات المماسة عند النقاط المتجاورة والموزعة على كل السطح وذلك عندما تقترب أكبر هذه المساحات من الصفر. ويمكن الحصول على كل من هذه المساحات المماسية عن طريق إسقاط مساحة ما واقعة في إحدى مستويات الاحداثيات على المستوى المماس.

(2) ليكن P مستوياً بحيث لا يقطع أي عمود على P السطح S في أكثر من نقطة. وليكن A مسقط S على P لنجزىء A بحيث نسقط كل عضو A_k في هذه التجزئة على المستوى المماس وفي موازاة الأعمدة على P، حيث ان المستوى المماس يلمس S عند نقطة على العمود على P عند نقطة في A_k. مساحة S هي نهاية مجموع مساحات هذه المساقط عندما يقترب عيار التجزئة من الصفر. إذا أخذنا P هو المستوى xoy وإذا كانت β هي الزاوية بين P ومستوى المماس فإن مساحة S تكون تكامل (sec β) dx dy (الذي هو تفاضل المساحة أو عنصر المساحة) على مسقط السطح على المستوى (x,y) إذا كانت معادلة السطح من الشكل $z = f(x,y)$ فإن:

$$\sec\beta = [1 + (D_x z)^2 + (D_y z)^2]^{1/2}$$

حيث $D_x z, D_y z$ ترمز إلى المشتق الجزئي للمتغير z بالنسبة إلى x,y. إذا كانت معادلة السطح من الشكل $f(x,y,z) = 0$ واستعملنا الدليل السفلي ليرمز إلى الاشتقاق الجزئي، فإن $\sec\beta = (f_x^2 + f_y^2 + f_z^2)^{1/2} / f_z$، وقد افترضنا أن sec β منته. أي ليس بين المستويات المماسة أي واحد عمودي على المستوى xoy.

(3) إذا كان S سطحاً أملس له متجه موضع $\overrightarrow{P}$ مجاله مجموعة D في مستوى (u,v) فإننا نعرف مساحة S على أنها $\int_D \left| \frac{\partial \overrightarrow{P}}{\partial u} \times \frac{\partial P}{\partial v} \right| dA$. إذا تولد السطح من جراء تدوير بيان $y = f(x)$ $(y \geq 0)$ حول محور x فإن هذه الصيغة تصبح:

$$\int 2\pi\, f(x)\, \{1 + [f'(x)]^2\}^{1/2}\, dx$$

أو $\int 2\pi\, f(x)\, ds$. وفي النظرية الأكثر تقدماً هناك عدة تعاريف أخرى لمساحة السطح ومن أشهر هذه التعاريف ذلك الذي أعطاه ليبيغ:

مساحة السطح هي أقل قيمة تأخذها نهاية مجموع مساحات كثيرات الوجوه التي تتقارب من السطح (حسب مفهوم فريشيه).

- **معادلة السطح:**

انظر معادلة ــ معادلة سطح، **وسيطي** ــ معادلات وسيطية.

● **المعاملات الأساسية لسطح:**

المعاملات الأساسية من المرتبة الأولى هي المعاملات E,F,G للشكل التربيعي الأساسي الأول للسطح، ومن مرادفاتها الكميات الأساسية من المرتبة الأولى للسطح.

المعاملات الأساسية من المرتبة الثانية هي المعاملات D, D′, D″ للشكل التربيعي الأساسي الثاني للسطح.

أما الشكل التربيعي الأساسي الأول فهو $E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$ (ويكتب $g_{\alpha\beta}du^{\alpha}du^{\beta}$ باستعمال ترميز الموترات).

أنظر **خطي** ـ عنصر خطي.

والشكل التربيعي الأساسي الثاني هو $\phi = D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2$ ويكتب أيضاً:

$$\phi = L\,du^2 + 2M\,du\,dv + N\,dv^2$$

$$\phi = e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2$$

وباستعمال ترميز الموترات نكتبه $d_{\alpha\beta}du^{\alpha}du^{\beta}$.

انظر **مسافة** ـ المسافة بين السطح والمستوى المماس.

الشكل التربيعي الأساسي الثالث لسطح هو الشكل التربيعي الأساسي الأول للتمثيل الكروي للسطح.

● **ناظم على سطح:**

انظر **ناظم** ـ ناظم على منحنى أو سطح.

سطح من w — w-SURFACE

نفس سطح فاينغارتن. انظر **فاينغارتن**.

سطح سلسلي — CATENOID

هو سطح الدوران الذي يتولد من جراء تدوير السلسلي حول محوره. السطح السلسلي هو سطح الدوران الأصغري الوحيد. انظر **سلسلي**.

سعة AMPLITUDE

● **سعة عدد عقدي:**

هي الزاوية بين الاتجاه الموجب لمحور الاحداثيات الأفقي (محور x) والمتجه الذي يمثل العدد العقـــدي، مثلاً، سعة العدد العقدي $2 + 2i$ هي 45°.
أنظر **قطبــي** ــ الشكل القطبي لعدد عقدي.

● **سعة منحنٍ:**

هي نصف الفرق بين أعظم قيمة وأصغر قيمة يمكن أن يأخذها ترتيب النقاط على منحن دوري. مثلاً، سعة المنحنى $y = \sin x$ هي 1 وسعة المنحنى $y = 2 \sin x$ هي 2.

● **سعة نقطة:**

انظر **قطبــي**، احداثيات قطبية في المستوى.

● **سعة حركة توافقية بسيطة:**

انظر **توافقي** ــ حركة توافقية بسيطة.

سعر PRICE

هو المبلغ الذي يطلب عند بيع بضاعة أو أوراق مالية مثل السندات والأسهم. وهناك تسميات مختلفة للأسعار. فسعر القائمة يعني المبلغ المدون في قائمة عن أسعار البضائع ويكون قابلاً للخصم. **والسعر الصافي** هو المبلغ المطلوب لبيع البضاعة بعد تنزيل جميع الخصومات والتخفيضات.

سفلي LOWER

● **حد سفلي:**

انظر **حَد**.

● **حد سفلي لتكامل محدد:**

انظر **تكامل محدد**.

سكستيليون SEXTILLION

عدد يساوي 1×10^{21} في الولايات المتحدة وفرنسا، ويساوي في انجلترا 1×10^{36}.

سكوني STATIC

● عزم سكوني:
نفس عزم الكتلة.

سلسلة CHAIN

(1) هي مجموعة مرتبة خطياً.

انظر مرتب ــ مجموعة مرتبة، متداخل ــ مجموعة متداخلة.

(2) انظر أدناه سلسلة مبسطات.

● خصوم سلسلة:
انظر خصوم ــ متسلسلة خصم.

● سلسلة مبسطات:
لتكن G زمرة تبديلية نرمز لعمليتها بالرمز +. وليكن كل من $S_1^r, S_2^r, \ldots, S_n^r$ مبسطاً بعديته r من معقد مبسطي k. فتكون $x = g_1S_1^r + g_2S_2^r + \ldots + g_nS_n^r$ سلسلة بعديتها r أو سلسلة من r. ومن المفهوم أنه لو أخذنا $^*S^r$ على أنه المبسط S^r بعد تغيير توجيهه يتحقق ما يلي:

$$g(^*S^r) = (-g)\, S^r$$

وذلك لكل g في G. إذا أخذنا مجموعة السلاسل من r وعرفنا الجمع عليها بالشكل الطبيعي لحصلنا على زمرة. ونقصد بهذا الجمع جمع احداثيات كل مبسط موجه. تؤخذ الزمرة G عادة على أنها زمرة الأعداد الصحيحة I أو أنها واحدة من الزمر المنتهية I_n من الأعداد الصحيحة مقياس n. وتعتبر الزمرة I_2

مهمة ومفيدة بشكل خاص. إذا كانت G واحدة من تلك الزمر فإننا نعرف **حدود المبسط** من S^r r على أنه السلسلة من (r – 1) المعرفة كما يلي:

$$\Delta(S^r) = \varepsilon_0 B_0^{r-1} + \varepsilon_1 B_1^{r-1} + \dots + \varepsilon_n B_n^{r-1}$$

حيث إن $B_0^{r-1}, \dots, B_n^{r-1}$ هي كل الوجوه ذات البعدية (r – 1) للمبسط S^r و ε_k هي 1 أو 1 – تبعاً لما إذا كان S^r و B_k^{r-1} متساوقي التوجيه أم لا. ينتج عن ذلك أن حدود الحدود هي صفر، أي أن $\Delta(\Delta x) = 0$ وذلك لكل سلسلة x إذا كانت حدود السلسلة صفراً، فإننا نسمي هذه السلسلة **دورة** (طبعاً تكون الحدود مثالاً على الدورة). مثلاً: السلسلة $S_1^1, S_2^1, \dots, S_n^1$ من الحروف هي دورة إذا كانت هذه الحروف موصولة بشكل ينتج عنه ممر مغلق موجه.

انظر **شباه** ــ زمرة شباه.

● **شروط السلسلة على حلقات:**

نقول أن الحلقة R **تحقق شرط السلسلة التنازلي** على المثاليات اليمنى (أو أنها أرتينية على المثاليات اليمنى) إذا كانت كل مجموعة غير خالية من المثاليات لها عضو أصغري. أو بشكل آخر، إذا لم يكن هناك أية متتالية $\{I_n\}$ من المثاليات اليمنى بحيث يكون $L_k \supset L_{k+1}$ وذلك لكل k ويكون لهذه المتتالية عدد منته من الأعضاء المختلفين. نقول أن R **تحقق شرط السلسلة التصاعدي** على المثاليات اليمنى (أو أنها تؤثر به على المثاليات اليمنى) إذا كانت كل مجموعة غير خالية من المثاليات اليمنى لها عضو أعظمي أو بشكل آخر إذا لم يكن هناك أية متتالية $\{I_n\}$ من المثاليات اليمنى بحيث يكون $I_K \subset I_{k+1}$ وذلك لكل k ويكون لهذه المثالية عدداً منتهياً من الأعضاء المختلفين. ونستطيع أن نعطي تعريفات مشابهة في حالة المثاليات اليسرى. انظر **ودربورن**.

● **قاعدة السلسلة** (في المفاضلة العادية):

إذا كانت الدالة F تركيب دالتين f و u كما يلي $F(x) = f(u(x))$ وذلك لكل x في مجال u بحيث يكون u(x) في مجال f، فإن قاعدة السلسلة تقول:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

مثلاً إذا كان:

$$u(x) = 5x^2 - 1$$
$$f(u) = u^5$$

يكون $F(x) = (5x^2 - 1)^5$، ويكون:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{du} \cdot \frac{du}{dx} = (5u^4)\ (10x) = 5(5x^2 - 1)^4\ (10x)$$

الشروط الكافية لصلاحية قاعدة السلسلة عند x هي أن تكون u قابلة للمفاضلةعند x وأن تكون f قابلة للمفاضلة عند u(x) وأن يحتوي كل جوار للنقطة x على نقاط أخرى غير x في مجال F. ويمكننا استعمال هذه القاعدة تكراراً كما يلي:

$$D_x u\ [v(w)] = D_v u\ .\ D_W v\ .\ D_x w$$

أو حسب الترميز السابق:

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dw} \cdot \frac{dw}{dx}$$

وتستعمل قاعدة السلسلة لتغيير المتغيرات. مثلاً إذا استبدلنا بـ y المتغير $z = \frac{1}{y}$ في المعادلة التفاضلية $D_x y + y^2 = 0$ فإننا نستعمل الصيغة $D_x z = D_y z\ .\ D_x y = (\frac{-1}{y^2}) D_x y$ لنحصل على $-y^2 D_x z + y^2 = 0$ أو $D_x z = 1$.

لتكن F الآن دالة معتمدة على متغير واحد أو أكثر أي أن $F = F(u_1, \ldots, u_n)$ ولتكن كل واحدة من u_i معتمدة على متغير أو أكثر، ولنقل أن $u_i = u_i(x_1, x_2, \ldots)$ تقول قاعدة السلسلة للمفاضلة الجزئية بأن:

$$\frac{\partial F}{\partial x_p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_p}$$

يمكن تطبيق هذه القاعدة عند النقطة $P_0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ إذا كانت P_0 نقطة داخلة في مجال كل من $u_1, \ldots, u_n$ وإذا كانت كل من هذه الدوال قابلة للمفاضلة بالنسبة إلى x_p عند P_0 وإذا كانت F قابلة للمفاضلة عند $(u_1^0, \ldots, u_n^0)$ التي نحصل عليها عن طريق تقييم كل u_i عند P_0، إذا كانت كل من الدوال $u_1, \ldots, u_n$ معتمدة على متغير واحد تصبح الصيغة في هذه الحالة:

$$\frac{dF}{dx} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial u_i} \frac{du_i}{dx}$$

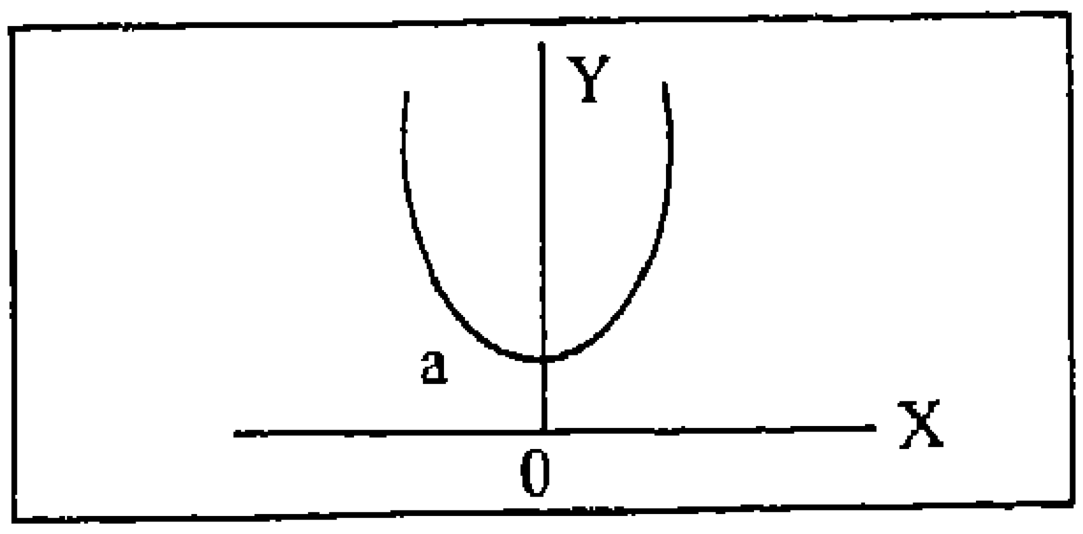
ويسمى $\frac{dF}{dx}$ المشتق الكلي للدالة F بالنسبة إلى x. مثلاً إذا كان $x = \phi(t), y = \theta(t), z = f(x,y)$ فإن المشتق الكلي للمتغير z يساوي:

$$\frac{dz}{dt} = f_x(x,y)\phi'(t) + f_y(x,y)\theta'(t)$$

سلسلي CATENARY

هو ذلك المنحنى في المستوى الذي يتخذه سلك منتظم لين إذا تم تعليقه من نقطتين. معادلة السلسلي في الاحداثيات المتعامدة، هي:

$$y = (a/2)\,(e^{x/a} + e^{-x/a})$$



حيث ان a هو ترتيب نقطة تقاطع السلسلي مع محور y.

سلك CABLE

● سلك مكافيء:

انظر مكافيء.

سُلَّم SCALE

نظام من العلامات موضوعة بترتيب معين وعلى فترات معلومة مثلما يستعمل في المساطر وموازين الحرارة كوسيلة لقياس الكميات المختلفة.

● سلم ثنائي:

مجموعة الأرقام عند كتابتها للأساس 2 بدلاً من الأساس 10. مثلاً 1101 للأساس 2 يساوي $2^3 + 2^2 + 2 \times 0 + 1$ ويساوي العدد 13 بالنسبة للأساس 10.

انظر قاعدة ــ قاعدة النظام العددي.

● الرسم بسلم معين:

عمل نسخة لشكل معين بحيث تبقى نسبة الأبعاد في الشكل الجديد إلى

الأبعاد في الشكل الأصلي ثابتة. أو تكبير أو تصغير الشكل وذلك برسمه بحيث تكون أبعاده مضروبة في عدد ثابت. مثلاً عند رسم تصميم بيت نجعل الأمتار تقابل سنتيمترات في الرسم الهندسي.

- **سلم لوغاريتمي:**

انظر لوغاريتم.

- **سلم طبيعي:**

مقطع من سلم الأعداد يحتوي على الأعداد الصحيحة الموجبة فقط.

- **سلم الأعداد:**

القياس الناشيء عن تعيين نقطة على خط مستقيم لتمثل الصفر ثم تقسيم المستقيم إلى أجزاء متساوية حيث تمثل نقاط التقسيم الواقعة إلى يمين الصفر الأعداد الصحيحة الموجبة 3,2,1,... وتمثل نقاط التقسيم الواقعة إلى يسار الصفر الأعداد الصحيحة السالبة 1− ,2− ,3− ,... .

- **سلم الأعداد التخيلية:**

السلم الناتج من ضرب كل عدد في سلم الأعداد في $i = \sqrt{-1}$.
ويكون سلم الأعداد الحقيقية عمودياً على سلم الأعداد الحقيقية عند تنقيط الأعداد العقدية.

انظر **أركاند** ــ رسم أركاند التخطيطي.

- **سلم منتظم:**

السلم الذي تكون فيه القيم العددية المتساوية متناظرة لمسافات متساوية.

سلّمي — SCALAR

- **حقل سلمي:**

انظر موتر.

- **مصفوفة سلمية:**

انظر مصفوفة.

● جداء سلمي:

انظر ضرب ـ ضرب المتجهات.

● كمية سلّمية:

(1) النسبة بين كميتين من نفس النوع.

(2) تسمية لعدد وذلك لتفريقه عن المتجه والمصفوفة.

(3) موتر من رتبة صفر.

انظر موتر.

سماوي CELESTIAL

نسبة إلى السماء.

● ارتفاع نقطة سماوية:

انظر ارتفاع.

● أفق سماوي، خط زوال سماوي، قطب سماوي:

انظر ساعة ـ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

● خط استواء سماوي:

انظر ساعة ـ زاوية الساعة ودائرة الساعة، خط استواء.

● كرة سماوية:

هي كرة افتراضية تقع وتتحرك عليها كل الكائنات السماوية.

سمبسون (توماس) SIMPSON, THOMAS (1710-1761)

رياضي إنجليزي اختص بالجبر والتحليل والهندسة والاحتمال.

● قاعدة سمبسون:

هي قاعدة لتقريب قيمة التكامل $\int_a^b f(x)dx$ وتعتمد هذه القاعدة على تقسيم الفترة [a,b] إلى عدد زوجي n من الفترات الجزئية المتساوية الطول $h = \frac{b-a}{n}$.

لتكن $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ هي النقاط التي تقسم الفترة [a,b] ولتكن $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ قيم $y = f(x)$ المقابلة. تعتمد قاعدة سمبسون على تقريب قطعة منحنى الدالة $y = f(x)$ المار بالنقاط الثلاث:

$$p_{i+1}: (x_{i+1}, y_{i+1}),\ p_i: (x_i, y_i),\ p_{i-1}: (x_{i-1}, y_{i-1})$$

بقطعة قطع مكافىء يمر بتلك النقاط وله محور رأسي. ويمكن إثبات أن مساحة المنطقة المحدودة بالقطع المكافىء ومحور x وبالخطين الرأسيين $x = x_{i-1}$ و $x = x_{i+1}$ تساوي $\frac{h}{3}(y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1})$، حيث قيم y غير سالبة. وبجمع مساحات المناطق في كل الفترات الجزئية نحصل على قاعدة سمبسون التالية:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{n-1} + y_n)$$

حيث $h = (b-a)/n$ و n عدد زوجي. ولا تزيد القيمة المطلقة للفرق بين قيمة التكامل وقيمته التقريبية حسب قاعدة سمبسون لا تزيد عن المقدار:

$$\frac{M(b-a)^5}{180\,(2n)^4}$$

حيث M هو أصغر حد أعلى للقيمة المطلقة للمشتقة الرابعة للدالة f في الفترة [a,b] وإذا كانت f(x) دالة من الدرجة الثالثة أو أقل فإن قاعدة سمبسون تعطي القيمة المضبوطة للتكامل. وإذا كانت f(x) لجميع قيم x في الفترة [a,b] فإن القاعدة تصبح بالشكل (وهي القيمة المضبوطة للتكامل):

$$\frac{b-a}{6}[y_o + 4y_1 + y_2]$$

حيث $n = 2$، ويسمى هذا الشكل **بقاعدة شبه المنحرف للمساحات**.

انظر **نيوتن**، وانظر **شبه المنحرف** ـ قاعدة شبه المنحرف.

سمت AZIMUTH

- **سمت نقطة في مستو:**

انظر **قطبي** ـ احداثيات قطبية في المستوى.

- **سمت نقطة سماوية:**

انظر **ساعة** ـ زاوية ساعة ودائرة ساعة.

سمت ZENITH

● مسافة النجم السمتية:

هي المسافة الزاوية من السمت إلى النجم مقيسة على الدائرة العظمى المارة بالسمت وبنظير السمت وبالنجم.

● سمت المشاهد:

النقطة الواقعة على الدائرة السماوية وشاقولياً فوق المشاهد.

سمتي AZIMUTHAL

● تطبيق سمتي:

هو تطبيق من سطح كروي S إلى مستو مماسي بحيث تسقط كل نقطة من S على المستوى ويكون الإسقاط من نقطة على القطر العمودي على المستوى. ويقال عن التطبيق السمتي انه شاخص إذا كانت نقطة الإسقاط هي مركز الكرة. أما إذا كانت النقطة على بعد مسافة لامنتهية فنقول إن الإسقاط متعامد.

انظر إسقاط ـ إسقاط مجسادي من كرة إلى مستو، انظر إسقاط.

سميث هنري لي SMITH, HENRY LEE (1893-1957)

انظر مور ـ تقارب مور ـ سميث.

سميل ستيفن SMALE, STEPHEN (1930-)

رياضي أميركي مختص بالطوبولوجيا والتحليل الشامل. حائز على ميدالية فيلدز (1966) أثبت إمكانية تحويل الكرة من الداخل إلى الخارج وأثبت أن مخمنة بوانكاريه صحيحة لأبعاد أكثر من أربعة.

سنة YEAR

تعتمد جميع التعاريف المختلفة للسنة على دورة الأرض حول الشمس كما يلي:

(1) **السنة النجمية**: هي الزمن اللازم لإكمال الأرض دورة تامة واحدة حول الشمس نسبة إلى مواقع النجوم. ويساوي طول السنة النجمية في المتوسط 365 يوماً و 6 ساعات و 9 دقائق و 9.5 ثانية.

(2) **السنة المدارية** (أو الفلكية أو الشمسية أو الاعتدالية): هي الزمن اللازم لمرور الأرض بين اعتدالين ربيعيين، ويساوي طول السنة المدارية 365 يوماً و 5 ساعات و 48 دقيقة و 46 ثانية. وهي أقصر من السنة النجمية بما يساوي 20 دقيقة و 23.5 ثانية. وتعتبر السنة المدارية أساساً لمعظم التقاويم القديمة والحديثة.

(3) **السنة الحصية**: هي الزمن اللازم لمرور الأرض ورجوعها إلى نقطة معينة في فلكها الناقصي وتساوي هذه السنة 365 يوماً و 6 ساعات و 13 دقيقة و 53 ثانية. ويختلف طول السنة الحصية عن طول السنتين في (1) و (2) أعلاه بسبب تحرك محور الأرض الرئيسي ببطء وبمعدل ١١ بوصة بالسنة.

(4) **السنة التقويمية (القانونية)**: تساوي 365 يوماً ما عدا السنة الكبيسة التي تساوي 366 يوماً.

(5) **السنة التجارية**: تساوي 360 يوماً وتستخدم في حساب الفائدة البسيطة.

سنتيغرام CENTIGRAM

جزء من مئة من الغرام.

سنتيمتر CENTIMETER

جزء من مئة من المتر.

سنل ويلبورد

SNELL, VAN ROHEN (also SNELIUS), WILLEBORD (1591-1626)

فلكي ورياضي هولندي.

● قانون سنل:

انظر انكسار.

سوسلين، ميخائيل ياكوفليفيتش

SOUSLIN (or SUSLIN), MICHAIL JAKOVLEVICH (1894-1919)

رياضي روسي اختص بالتحليل والطوبولوجيا.

● مخمنة سوسلين:

وتنص هذه المخمنة على أن الفضاء الطوبولوجي يكافي طوبولوجيا المحور الحقيقي إذا تحققت الشروط الأربعة التالية:

(1) أن يكون L مرتباً خطياً بدون وجود عنصر أول أوعنصر أخير.

(2) أن تشكل الفترات المفتوحة أساساً لطبولوجي L.

(3) أن يكون L فضاء متصلاً.

(4) عدم وجود مجموعة غير قابلة للعد من الفترات المفتوحة المنفصلة في L.

ومن المعروف أن L يكافيء طوبولوجيا المحور الحقيقي إذا تحققت الشروط الثلاثة الأولى من الشروط الأربعة أعلاه، بالإضافة إلى كون L قابلاً للفصل. ولا يمكن اتخاذ قرار بشأن مخمنة سوسلين باستخدام الموضوعات المألوفة لنظرية المجموعات، حتى ولا باستخدام فرض الملتحم.

سوق **MARKET**

● قيمة السوق (سعر السوق):

هي كمية المال التي تباع فيها السلعة في السوق المفتوح.

LOGISTIC سوقي

يوجد لهذه الكلمة عدة معان رياضية مختلفة بنفس الوقت وهي:

(1) منطقي.
(2) متناسب.
(3) من الحساب.
(4) المهارة في إجراء الحسابات.
(5) حساب ستوني.

● **منحنى سوقي:**

هو منحن مستو تكتب معادلته بالشكل $y = \frac{k}{1 + e^{a + bx}}$ حيث $b < 0$.
ويقطع هذا المنحنى المحور oy في النقطة $(0, \frac{k}{1 + e^{a}})$ كما أن $y \to k$ عندما $x \to \infty$. ويعتبر هذا المنحنى هو أحد منحنيات النمو.

● **حلزون سوقي:**

هو تماماً حلزون لوغاريتمي.

LOGISTICS سوقيات

وهو الفن (العلم) العسكري للنقل والتزويد في الأعمال العسكرية. وتتم دراسة هذا العلم في الرياضيات من خلال المواضيع المتعلقة بالبرمجة الخطية ونظرية المباريات.

GEULEN, LUDOLPHVAN (1540-1610) سولن، لودولف فان

رياضي هولندي قضى معظم حياته يحسب قيمة π حتى 35 رقماً. ولما توفي نقشت π على ضريحه.

سوي PLANNAR

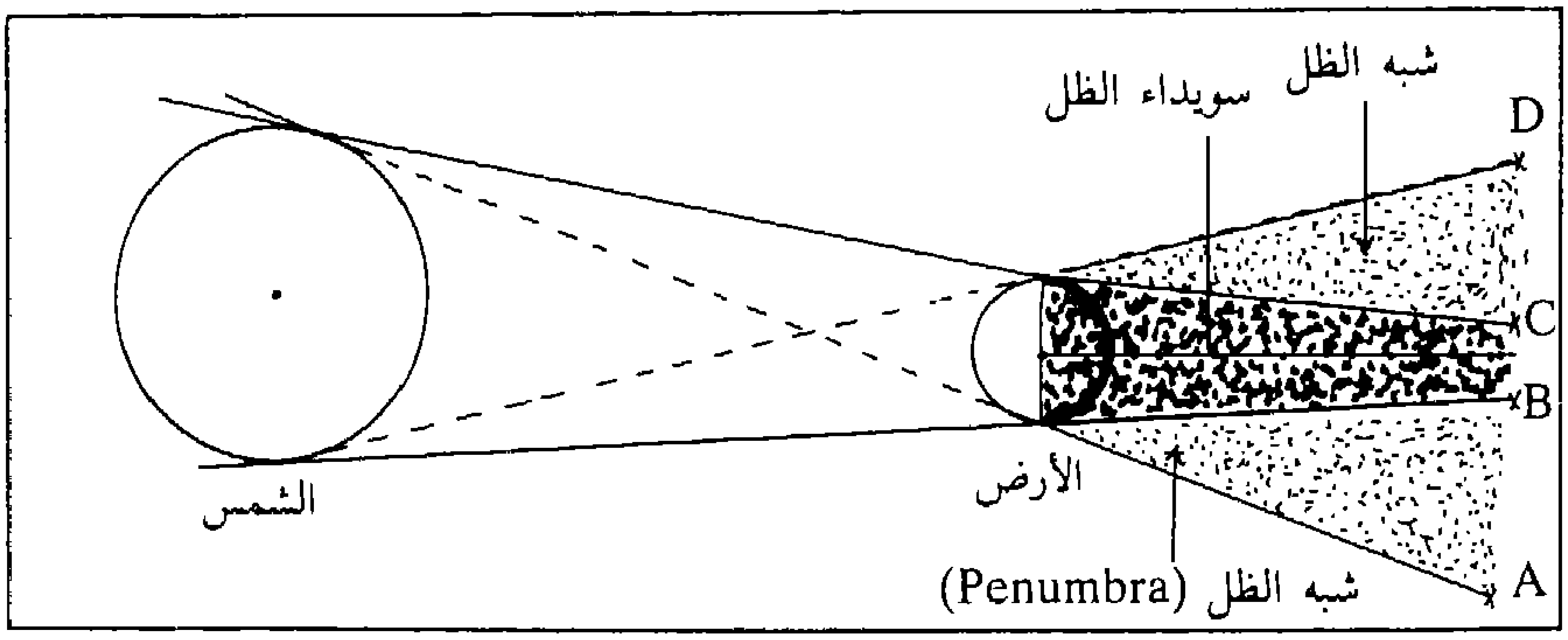
● **نقطة سوية من سطح:**

هي نقطة على سطح يكون من أجلها $D = D' = D'' = 0$. (انظر **سطح** ــ المعاملات الأساسية لسطح). ونشير إلى أن أي اتجاه في النقطة السوية على سطح هو **اتجاه مقارب**. ويكون السطح مستوياً إذا كانت جميع نقاط السطح سوية.

سويداء الظل UMBRA

جزء من ظل الجسم لا تصله أي أشعة مباشرة من مصدر الضوء. فإذا أخذنا الشمس والأرض فإن **سويداء الظل** هي جزء من ظل الأرض محصور داخل المخروط المماس لكل من الأرض والشمس. أما جزء الظل الواقع خارج هذا المخروط فيسمى **شبه الظل** حيث يتمتع شبه الظل بإضاءة جزئية عند النقطتين B و C وإضاءة كلية عند النقطتين A و D.

انظر الشكل:



سير WALK

● **سير عشوائي:**

انظر عشوائي.

SERRE, JEAN-PIERRE (1926-) سير، جان بيير

فرنسي اختص بالتحليل والطوبولوجيا، حائز على ميدالية فيلدز 1954. يشتغل بنظرية المتغير العقدي باستخدام الشباه المقابل في جرزة عقدية تحليلية.

CESARO, ARNESTO (1895-1906) سيزارو، (أرنستو) (١٨٥٩ ــ ١٩٠٦)

عالم إيطالي اشتغل بالهندسة والتحليل.

● **صيغة سيزارو للتجميع:**

هي طريقة نصف من خلالها مجاميع بعض المتسلسلات المتباعدة، نستبدل متتالية المجاميع الجزئية $\{S_n\}$ (حيث أن $S_n = \sum_{i=0}^{m} a_i$) بالمتتالية $\{S_n^{(k)}/A_n^{(k)}\}$، حيث:

$$S_n^{(k)} = \binom{n+k-1}{n} S_0 + \binom{n+k-2}{n-1} S_1 + \ldots + S_n$$

$$A_n^{(k)} = \binom{k+n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n+k-1-i}{n-i}$$

و $\left(\frac{n}{r}\right)$ هو الاحداثي ذو الترتيب r في احداثيات ثنائي الحد من المرتبة n.

إذا كان للمتتالية $\{S_n^{(k)}/A_n^{(k)}\}$ نهاية، فإننا نقول إن المتسلسلة Σa_n قابلة للجمع C_k أو (c,k) إلى هذه النهاية. إذا أردنا أن نكتب $S_n^{(k)}/A_n^{(k)}$ بدلالة a_i من المتسلسلة الأصلية، فإننا نجد:

$$S_n^{(k)}/A_n^{(k)} = a_0 + \frac{n}{k+n} a_1 + \frac{n(n-1)}{(k+n-1)(k+n)} a_2 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{n!}{(k+1)(k+2)\ldots(k+n)} a_n$$

انظر تجميع ــ تجميع متسلسلة متباعدة.

سيغما SIGMA

الحرف اليوناني Σ, σ ويقابل الحرف الإنجليزي S,s ويمثل سيغما رمز التجميع في العمليات الرياضية.

انظر تجميع.

- **جبرية من σ وحلقة من σ:**

انظر جبرية وحلقة.

- **حقل من σ:**

نفس جبرية من σ.

- **منته من σ:**

انظر قياس ــ قياس المجموعة.

سيغر، كورادو SEGRE, CORRADO (1863-1924)

رياضي إيطالي اختص بالجبر والهندسة.

- **مميز سيغر للمصفوفة:**

انظر قانوني ــ صيغة للمصفوفة القانونية.

سيغل، كارل لودفيغ SIEGEL, CARL LUDWIG (1896-)

رياضي ألماني ــ أميركي اشتهر بنتاجه في نظرية العدد في الجبر.

انظر ثيو ــ مبرهنة ثيو ــ سيغل ــ روث.

سيلبيرغ، آتل SELBERG, ATLE (1917-)

رياضي نرويجي ــ أميركي اختص بنظرية العدد والتحليل. حائز على ميدالية فليدز 1850. وله مساهمات أساسية بخصوص دالة دزيتا لريمان كما أنه برهن مبرهنة الأعداد الأولية بدون استخدام هذه الدالة.

انظر أولي.

رياضي إنجليزي اختص بالجبر والتوافقات والهندسة ونظرية الأعداد. وكان شاعراً أيضاً. أوجد بالاشتراك مع كايلي نظرية اللامتغيرات الجبرية (التي توقعها بدرجة ما بول ولاغرانج).

● طريقة سيلفستر الديواليكية:

طريقة لحذف أحد المتغيرات في معادلتين جبريتين. ويتم ذلك بضرب كل من المعادلتين بالمتغير، الأمر الذي ينتج عنه معادلتان جديدتان وتزداد قوة المتغير مرتبة واحدة. ونعمل نفس الشيء بالنسبة للمعادلتين الجديدتين وهكذا إلى أن يصبح عدد المعادلات أكثر بواحد من عدد القوى التي يظهر بها المتغير. ثم نحذف قوى المتغير المختلفة معتبرين هذه القوى كأنها مختلفة.

انظر حذف.

إن هذه الطريقة مكافئة للطريقة المتبعة في حل المثال التالي الذي نريد فيه حذف x من المعادلتين:

$$(1)\qquad x^2 + ax + b = 0$$

$$(2)\qquad x^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

بضرب المعادلة (1) في x وطرح المعادلة الناتجة من المعادلة (2) نحصل على المعادلة من الدرجة الثانية:

$$(c - a)x^2 + (d - b)x + e = 0$$

ثم نحذف x^2 باستخدام هذه المعادلة الناتجة والمعادلة (1)، وهكذا حتى نحصل على معادلتين خطيتين نستخدمهما لحذف x كلية.

● قانون العطالة لسيلفستر:

انظر دليل ــ دليل الشكل التـربيعي.

SYLOX, PETER LUDVIG (1832-1918) سيلو

رياضي نرويجي اختص بنظرية الزمر.

● **مبرهنة سيلو:**

إذا كان p عـــدداً أولياً وكانت G زمرة مرتبتها قابلة للقسمة على p^n وغير قابلة للقسمة على p^{n+1}، فإنه يوجد عدد صحيح k بحيث تحتوي G على 1 + kp زمرة جزئية من p^n. وبعد ذلك برهن فروبينيوس بأن عدد الزمر الجزئية من مرتبة p^n سيظل 1 + kp حتى لو كانت G قابلة للقسمة على قوى أعلى من p^n.

SIERPINSKI, WACLAW (1882-1969) سيـيـربينسكي، فاكلاو

هو رياضي بـولندي انصب اهتمـامه عـلى حقول المنـطق الريـاضي والطوبولوجيا ونظرية الأعداد ونظرية المجموعات. ويعتبر بحق رائد مدرسة الرياضيات البولندية الحديثة في وارسو.

● **مجموعة سيربينسكي:**

(1) ليكن G صنفاً مكـونـاً من كل مجموعات G غير القابلة للعد على الخط المستقيم. وتعرف **مجموعة سيربينسكي** بأنها مجموعة جزئية S من الخط المستقيم بحيث تحتوي كل من S ومتممتها على نقطة واحدة على الأقل من كل مجموعة في G. ويمكن البرهنة على وجود هذه المجموعة وذلك باستخدام **مبدأ الترتيب الحسن** أو **موضوعة الاختيار** لإعطائنا ترتيباً حسناً على G بحيث يكون لمجموعة كل أسلاف (جمع سلف) أي عدد في G عدداً رئيسياً أقل من العدد الرئيسي (c) للأعداد الحقيقية. ثم تستخدم تمهيدية زورن لاختيار نقطتين من كل مجموعة في G بحيث تنتمي هاتين النقطتين لمجموعة واحدة فقط في G. ولتكوين مجموعة سيربينسكي الآن ما علينا إلا أن نختار إحدى النقطتين المذكورتين سالفاً من كل مجموعة في G. ونورد الآن بعض خواص مجموعة سيربينسكي S.

(أ) يكون لكل مجموعة E قياس مساو للصفر أو تكون إحدى المجموعتين $E \cap S$ أو $E \cap S^c$ غير قابلة للقياس (S^c يرمز لمتممه S) .

(ب) إما أن تكون E من الطائفة الأولى أو أن تمتلك إحدى المجموعتين $E \cap S$ أو $E \cap S^c$ خاصية بير.

ليكن $m_e(A)$ قياساً خارجياً للمجموعة A ولتكن S مجموعة سييربينسكي . وفي هذه الحالة فإن دالة المجموعات $M(A) = m_e(A \cap S)$ تعرف قياساً على الجبرية من σ والتي تحتوي على S وعلى كل المجموعات القابلة للقياس. وإذا كانت المجموعة A قابلة للقياس فإن $M(A) = m(A)$.

(2) كما تعرف مجموعة سييربينسكي بأنها أية مجموعة نقاط في المستوى S بحيث تحتوي S على نقطة واحدة على الأقل من كل مجموعة مغلقة ليست صفرية القياس وبشرط عدم وجود أية ثلاث نقاط متسامتة.

والجدير بالذكر أن S مجموعة غير قابلة للقياس على الرغم من أنه لا يوجد أي مستقيم يحتوي على أكثر من نقطتين من S.

ولتكوين S فإننا نأخذ المجموعة C المكونة من جميع المجموعات المغلقة في المستوى ذات قياس لا صفري . والمجموعة C لها عدد رئيسي c ويمكن ترتيبها ترتيباً حسناً بحيث يكون لكل عنصر في C عدد من الأسلاف أقل من c. وباستخدام تمهيدية زورن نستطيع اختيار نقطة x_α من كل C_α من C بحيث لا تكون x_α متسامتة مع أية نقطتين تم اختيارهما من عناصر سابقة في C.

ش

شارة **SIGNATURE**

- **شارة الشكل التربيعي:**

انظر دليل ــ دليل الشكل الرتبيعي.

- **شارة الشكل الهرميتي:**

انظر دليل.

- **شارة المصفوفة:**

انظر دليل.

شاقول **PLUMB**

وهو خيط متين نعلق به ثقلاً من الرصاص ونتمكن بواسطته من التحقق من شاقولية الجدران والأبنية الصغيرة عموداً.

- **مستقيم شاقولي:**

انظر مستقيم.

شامل **UNIVERSAL**

- **مجموعة شاملة:**

هي مجموعة تحتوي على جميع العناصر المقبولة في مسألة معينة.

- **مسور شامل:**

انظر مسور.

SHANNON, CLAUDE ELWOOD (1916-) شانون، (كلود إيلوود)

رياضي أميركي أسهم في نظرية الجبر البولي، ونظرية الكتابة بالشفرة ونظرية الاتصالات وفي المكائن الحاسبة. أوجد نظرية الأعلام.

انظر **اعلام ـ** نظرية الاعلام.

HOMOLOGY شباه

● زمرة شباه:

ليكن k معقد مبسطياً بعديته n ولتكن T^r مجموعة كل **الدورات** (ذات البعدية r) من k والمعرفة باستخدام زمرة معينة G. نقول إن الدورة $A \epsilon T^r$ **شباهية للصفر** إذا كانت هي صفراً أو أنها حدود سلسلة من k بعدها (1 +r). كما نقول إن الدورتين $A,B \epsilon T^r$ **شباهية** إذا كان الفرق بينهما شباهياً للصفر.

وتعرف زمرة الشباه (ذات البعد r) بأنها زمرة الخارج الإبدالية T^r/H^r حيث H^r هي زمرة كل الدورات الشباهية للصفر. وبالتالي فإن عناصر زمرة الشباه هي صفوف من الدورات الشباهية بالتبادل. ويعتمد هذا التعريف على الزمرة المعينة G والتي تستخدم عناصرها كمعاملات في تشكيل السلاسل.

والجدير بالذكر هنا أن زمرة الشباه الصفرية البعد تتماثل مع الزمرة G.

وإذا كانت G هي زمرة الأعداد الصحيحة فإن زمرة الشباه الواحدة البعد للطارة لها مولدان ذوا مرتبة لامنتهية.

COHOMOLOGY شباه مقابل

● زمرة الشباه المقابل:

ليكن k معقداً مبسطياً بعده n وليكن Δ مؤثر الحدود بحيث تكون حدود السلسلة (من p). $x = \Sigma g_i S_i^P$ هو $\Delta x = \Sigma g_i \Delta S_i^P$. وفي هذه الحالة فإن Δx تكون مسلسلة من (p − 1) ويكون مؤثر الحدود يقرن زمرة السلاسل من (p) مع

زمرة السلاسل من $(p - 1)$. وعلى الأخص فإن σ_j^{p-1} $\Delta \sigma_i^p = \Sigma_j g_i^j$ لكل مبسط من (p) σ_i^p حيث $\{\sigma_j^{p-1}\}$ تمثل مبسطات من $(p - 1)$ و g_i^j عناصر من الزمرة G والتي تستخدم عناصرها كمعاملات لتشكيل السلاسل. وأذا كانت المصفوفة $(g_i^j$ من المرتبة $r \times s$ فإننا نستطيع تعريف التطبيق التالي:

$$\nabla \sigma_j^{p-1} = \Sigma g_i^j \sigma_i^p$$

وتسمى السلسلة $\nabla \delta_j^{p-1}$ بالحدود المشارك لـ δ_j^{p-1}. ويمكن مد هذا التعريف لكل السلاسل من $(p - 1)$ بواسطة التعريف التالي:

$$\nabla x = \Sigma g_i \nabla S_i^{p-1}$$

إذا كان $x = \Sigma g_i S_i^{p-1}$ وتسمى السلسلة **دورة مشاركة إذا كان حدودها المشارك** صفراً. وتعرف زمرة الشباه المقابل (ذات البعد r) بأنها زمرة الخارج T^r/H^r حيث T^r هي زمرة كل الدورات المشاركة (ذات البعد r من k و H^r هي زمرة كل الدورات المساوية للصفر أو التي هي حدود مشاركة لسلسلة من $(r - 1)$ من k.

شباهي HOMOLOGOUS

- **العناصر الشباهية:**

(مثل الحدود والنقاط والخطوط والزوايا). هي عناصر تلعب أدواراً متشابهة في أشكال أو دوال مختلفة. فمثلاً بسوط ومخارج كسرين متساويين تكون **حدوداً شباهية**. كما أن رؤوس المضلع ورؤوس مسقطه على المستوى تكون **نقاطاً شباهية**. كما تكون أضلاعه ومساقطها **خطوطاً شباهية**.

وتعتبر كلمة مقابل مرادفة لكلمة شباهي.

انظر علم الشباه.

شبكة NET

انظر مور ـ تقارب مور ـ سميث.

وهي مجموعة مرتبة جزئياً بحيث يكون لأي عنصرين منها حد سفلي أكبر (g. ℓ. b) وحد علوي أصغر (ℓ. u. b). أما الحد السفلي الأكبر لعنصرين a و b فهو عنصر c بحيث أن $c \leq a$ و $c \leq b$ وبحيث لا يوجد أي عنصر d يحقق المتباينات $c < d \leq a$ ، $d \leq b$ ويتم تعريف الحد العلوي الأصغر بصورة مشابهة. ويشار إلى أكبر حد سفلي وأصغر حد علوي على الترتيب بالشكل $a \cap b$ و $a \cup b$ ونسميهما **تلاقي** a و b و **ضم** a مع b.

وتشكل مجموعة كل المجموعات الجزئية ...,U,V لمجموعة معطاة، شبكية إذا كانت $U \leq V$ تعني أن كل عنصر من U محتوى في V. وعندئذٍ فإن $U \cap V$ ليس إلا تقاطع U و V، كما ان $U \cup V$ هو اتحاد U مع V.

- **الشبكية التامة:**

هي شبكية يكون لكل مجموعة جزئية منها حد سفلي أكبر وحد علوي أصغر.

- **الشبكية المقياسية:**

تكون الشبكية مقياسية إذا أدى تحقق العلاقة $x \geq z$ إلى أن $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup z$ من أجل جميع قيم y. وتكون الشبكية توزيعية إذا تحقق قانونا التوزيع:

$$x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z)$$

$$x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$$

(في الواقع إذا تحقق أحد هذين القانونين فإن الآخر سوف يتحقق).

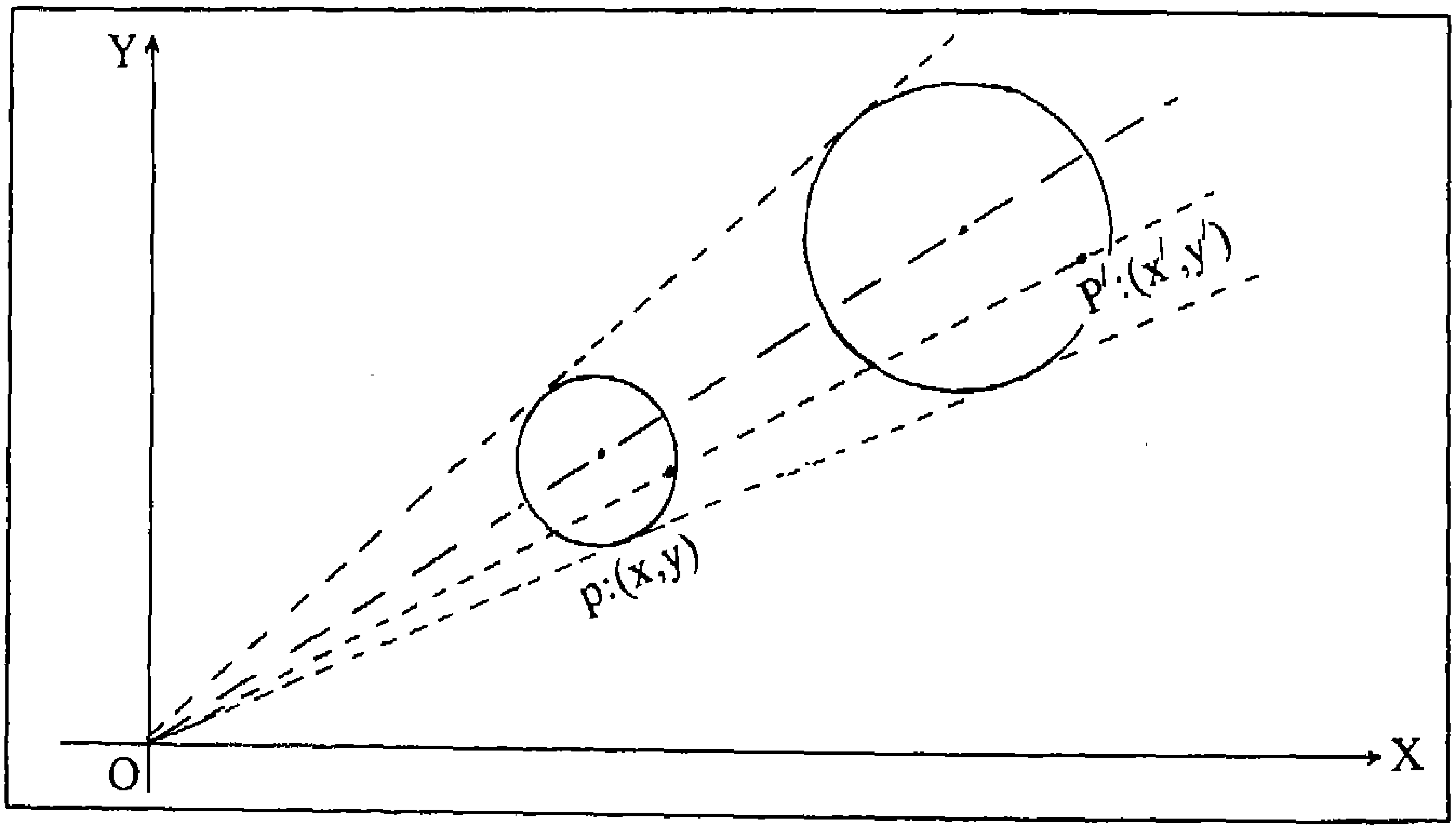
تكون الشبكية جبرية بولية إذا وفقط إذا كانت توزيعية وكانت متممة. أي أنه يوجد عنصران O و I بحيث يكون $0 \leq x \leq 1$ من أجل جميع x كما يوجد متمم x' يحقق الشرطين:

$$x \cup x' = I, \qquad x \cap x' = 0$$

انظر ضم ـ ضم لا مختزل.

● تحويل الشبه:

هو التحويل $x' = cx$, $y' = cy$ بالاحداثيات المتعامدة حيث $c \neq 0$ تمثل عدداً ثابتاً. ويؤدي هذا التحويل إلى ضرب المسافة بين كل نقطتين في الشكل بنفس العدد c الذي يسمى نسبة الشبه. وإذا كان $c<1$ فنقول إن التحويل يكمش المستوى. ويتضح في الشكل أن محيط الدائرة الكبرى يساوي c من المرات من محيط الدائرة الصغرى وأن بعد النقطة P' عن نقطة الأصل يساوي c من المرات من بعد النقطة P عن نقطة الأصل.



ويسمى تحويل الشبه هذا أيضاً **التحويل المتحاكي**.

● مركز الشبه:

انظر شعاعياً ـ أشكال متعلقة شعاعياً.

● نسبة الشبه:

انظر نسبة؛ وانظر تحويل الشبه أعلاه.

PENUMBRA شبه الظل

انظر ظل.

PSUDOSPHERE شبه كرة

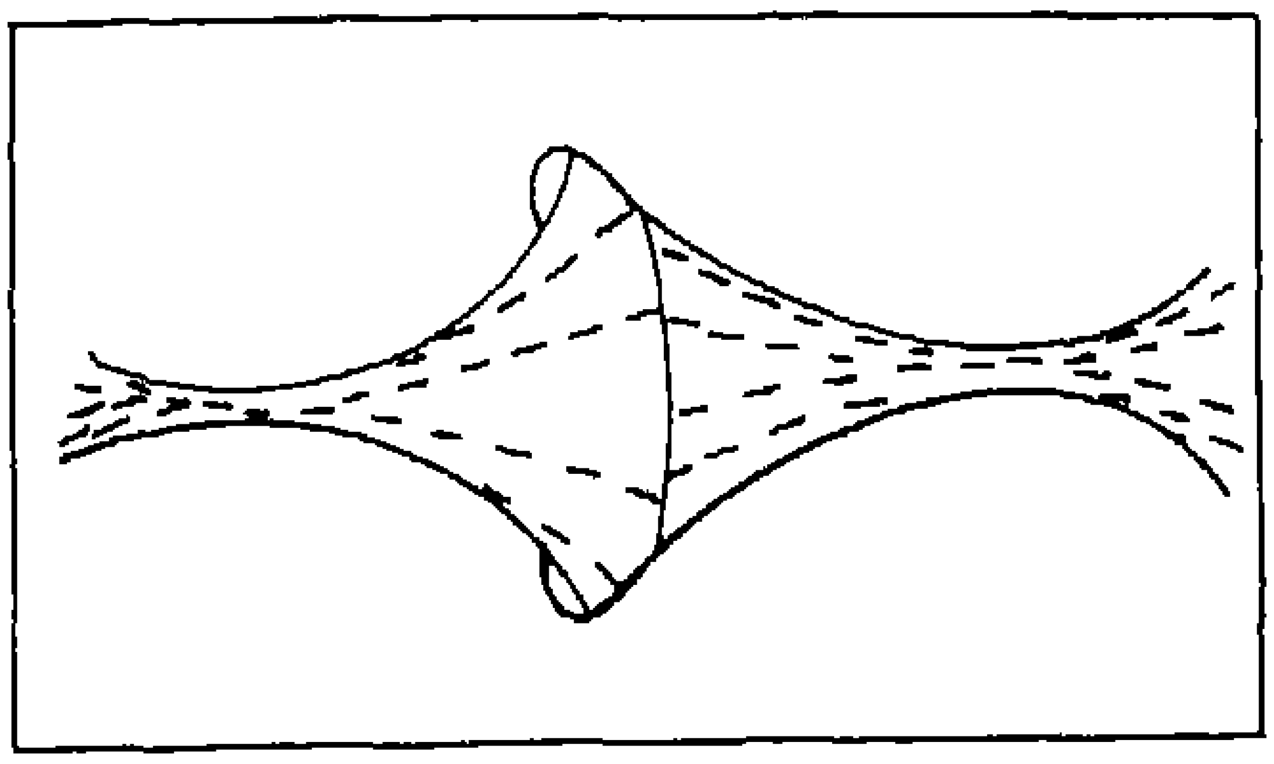
هو سطح دوران سحبي حول مستقيمه المقارب.

PSEUDOSPHERICAL شبه كروي

● سطح شبه كروي:

هوسطح يأخذ تقوسه الكلي نفس القيمة السالبة عند كل نقطة من نقاطه. (انظر كروي ـ سطح كروي). **السطح شبه الكروي من النمط الناقص**: هوسطح شبه كروي يمكن اختزال عنصره الخطي إلى الشكل:

$$ds^2 = du^2 + a^2 \sin h^2 \left(\frac{u}{a}\right) dv^2$$



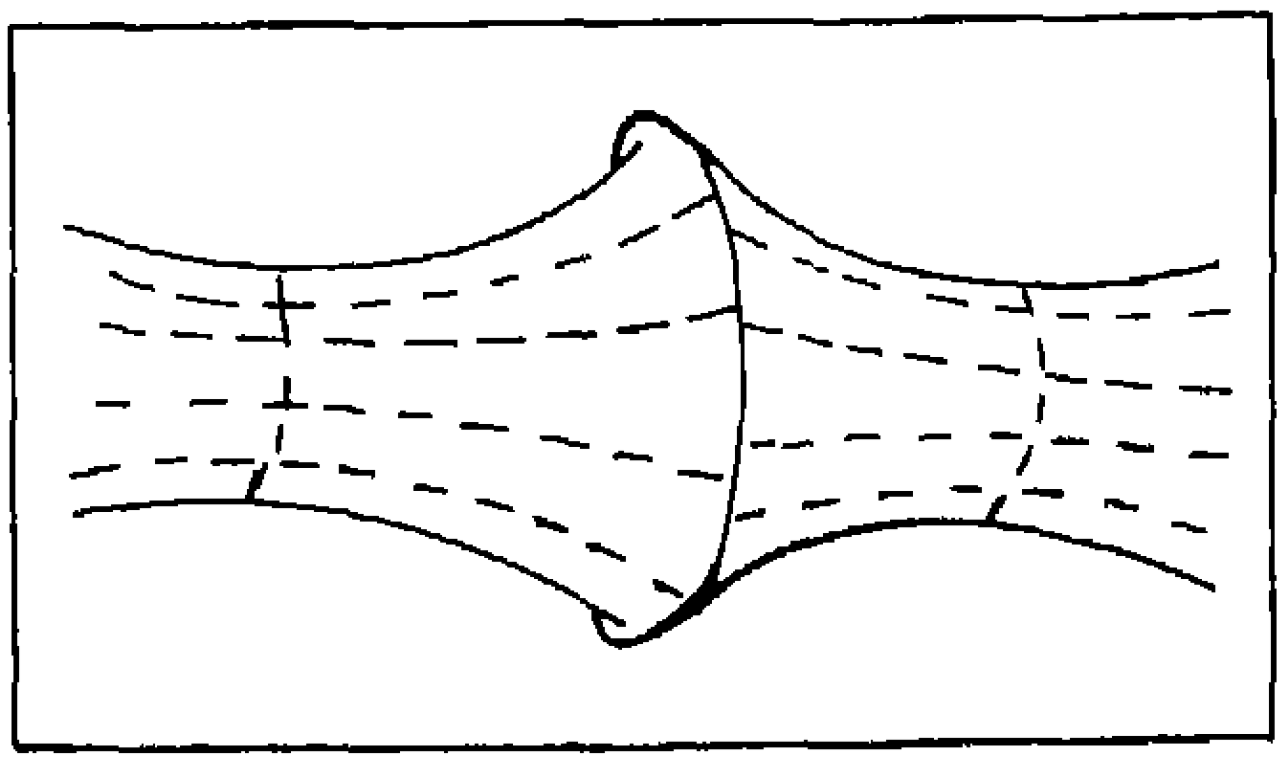
ويكون نظام الاحداثيات جيوديزياً وقطبياً. ويتكون سطح الدوران شبه الكروي ذو **النمط الناقص** من متتالية من المناطق الشبيهة بالساعة الرملية مع قرنات عند المتوازيات الأعظمية.

● السطح شبه الكروي من النمط الزائدي:

هو سطح يمكن اختزال عنصره الخطي إلى الشكل:

$$ds^2 = du^2 + \cos h^2 (^U/_a)\, dv^2$$

ويكون نظام الاحداثيات جيوديزياً وتكون جيوديزات الاحداثيات عمودية على الجيوديزة $(u = 0)$. ويتألف سطح الدوران شبه الكروي من النمط الزائدي من متتالية من المتطابقات الشبيهة بالمكب مع قرنات عند المتوازيات الأعظمية.

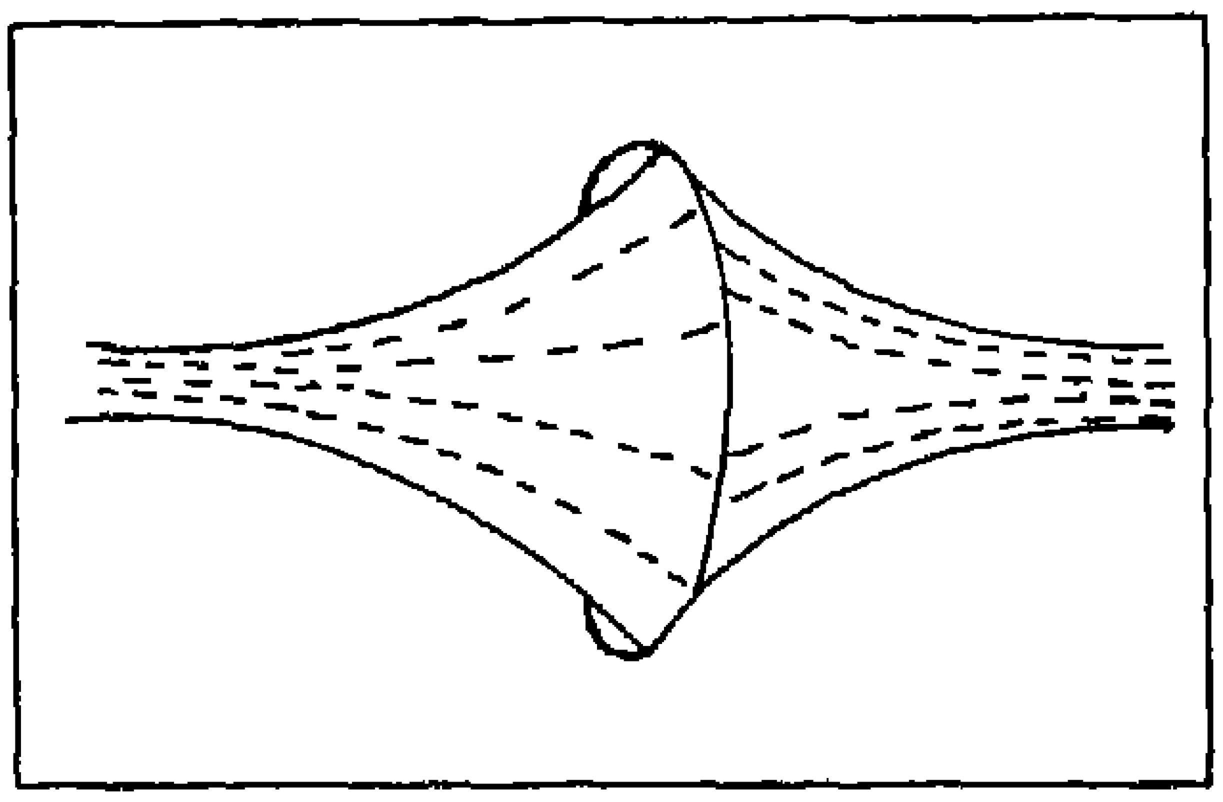


• السطح شبه الكروي من النمط المكافىء:

هو سطح شبه كروي يمكن اختزال عنصره الخطي إلى الشكل:

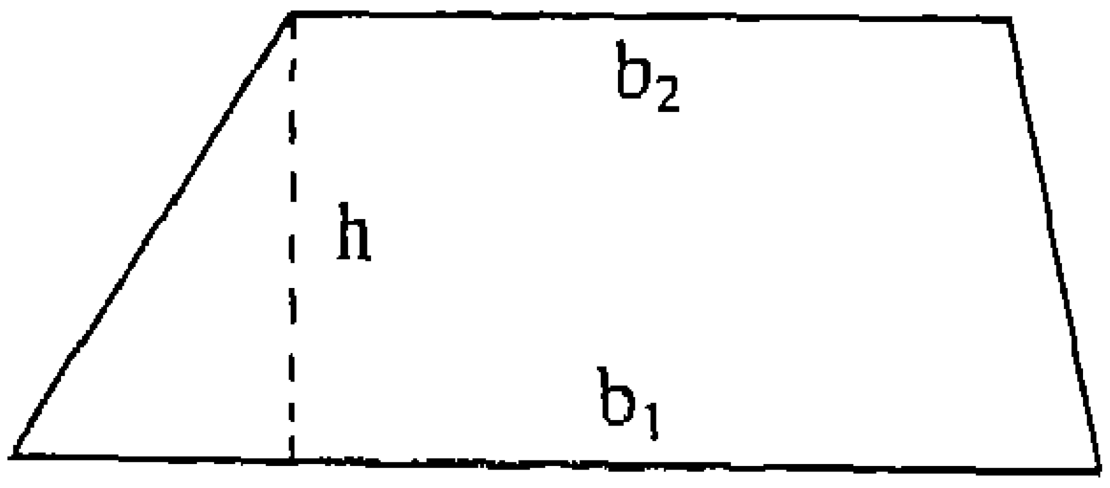
$$ds^2 = du^2 + e^{2u}/adv^2$$

ويكون نظام الاحداثيات جيوديزياً وتكون جيوديزات الاحداثيات عمودية على منحنى له تقوس جيوديزي ثابت. والسطح الوحيد الذي يشكل سطح دوران شبه كروي من النمط المكافيء هو شبه الكرة، أو السطح الناتج عن دوران السحبي حول خط المقارب.



شبه منحرف TRAPEZOID

شكل مستو له أربعة أضلاع إثنان منها متوازيان وغالباً يشترط أن لا يكون الضلعان الآخران متوازين. ويسمى الضلعان المتوازيان **قاعدتي** شبه المنحرف. والمسافة العمودية بين القاعدتين هي ارتفاع شبه المنحرف. وإذا تساوى طولا الضلعين غير المتوازيين في شبه المنحرف فإنه يسمى **شبه منحرف** متساوي الساقين. وتساوي مساحة شبه المنحرف حاصل ضرب الارتفاع في نصف مجموع قاعدتيه. ويعبر عن ذلك بالرموز بالشكل $A = h(b_1 + b_2)/2$، حيث h هو الارتفاع و b_1 و b_2 تمثلان القاعدتين كما في الشكل:



• قاعدة شبه المنحرف:

هي صيغة تقريبية لقيمة تكامل من النوع $\int_a^b f(x)dx$ وتعتمد الصيغة مع تقسيم الفترة [a,b] إلى فترات جزئية متساوية الطول طولها $\frac{b-a}{n}$ بالنقاط:

$$a = x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n = b$$

حيث يتم تقريب المنحنى $y = f(x)$ بالقطع المستقيمة الواصلة بين النقاط

(x_i,y_i) و (x_{i+1}, y_{i+1})، حيث $y_i = f(x_i);\ i = 0,1,\ldots,n$. وقاعدة شبه المنحرف هي:

$$_a\int^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{n}\left[\tfrac{1}{2}(y_0 + y_n) + \sum_{i=1}^{n-1} y_i\right]$$

ولا تزيد القيمة المطلقة للفرق بين التكامل وقيمته التقريبية حسب قاعدة شبه المنحرف عن:

$$\frac{M\,(b-a)^3}{12\,n^2}$$

حيث M هو أصغر حد أعلى للقيمة المطلقة للمشتقة الثانية للدالة f في الفترة [a,b]. مرادفها **صيغة شبه المنحرف**.

انظر سمبسون ـ قاعدة سمبسون.

شبه منوال PSEUDOMEDIAN

إن شبه منوال توزيع احتمالي معين F هو منوال التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $(X_1 + X_2)/2$ حيث X_1 و X_2 متغيران عشوائيان مستقلان ويتبعان نفس التوزيع الاحتمالي F.

انظر منوال.

شبه موشور PRISMATOID

هو كثير وجوه تقع رؤوسه على مستويين متوازيين.

- **قاعدتا شبه الموشور:**

هما الوجهان الواقعان على المستويين المتوازيين.

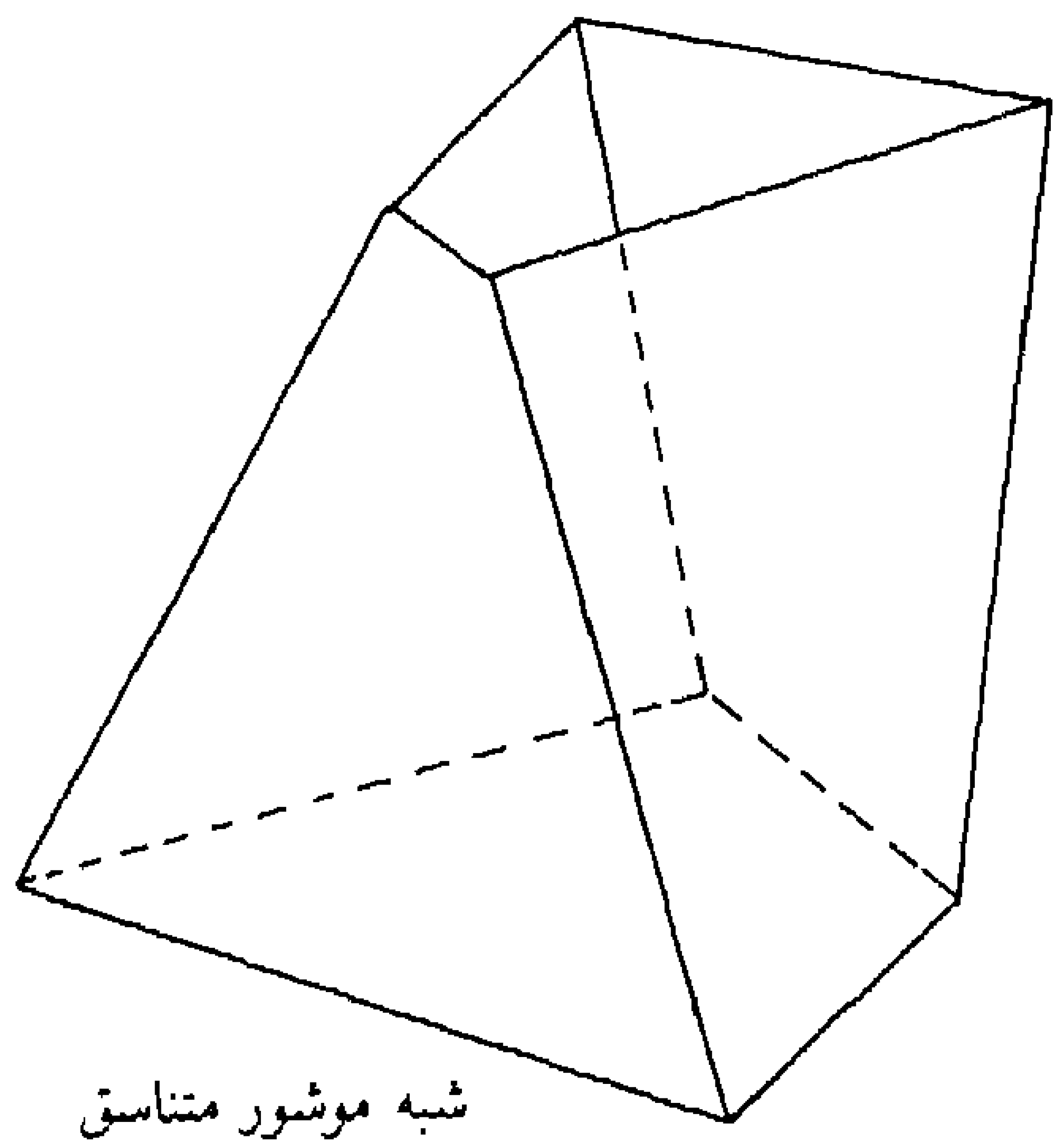
- **ارتفاع الموشور:**

هو البعد بين المستويين المتوازيين اللذين يحويان القاعدتين.

انظر شبه موشوري.

شبه موشور متناسق PRISMOID

هو شبه موشور تكون قاعدتاه لهما نفس عدد الأضلاع أما الوجوه الأخرى فهي أشباه منحرفات أو متوازيات أضلاع. ويصبح شبه الموشور المتناسق موشوراً إذا تطابقت قاعدتاه.


شبه موشور متناسق

شبه موشوري PRISMOIDAL

● صيغة شبه الموشور:

هي الصيغة التي تعطينا حجم شبه الموشور. وهكذا فإن حجم شبه الموشور هو $V = \frac{h}{6}(B_1 + 4B_m + B_2)$ أو $V = \frac{h}{4}(B_1 + 3S)$، حيث h هو البعد بين قاعدتي شبه الموشور. B_2,B_1 هما مساحتا القاعدتين. B_m هي مساحة مقطع شبه الموشور الواقع في منتصف المسافة بين القاعدتين والموازي للقاعدتين. S هي مساحة مقطع لشبه الموشور يبعد عن B_1 بمقدار ⅔ المسافة بين B_1 و B_2 وبحيث يوازي القاعدتين B_1 و B_2. نلفت الانتباه إلى أننا استخدمنا B_1 و B_2 لتشير إلى أسمي القاعدة الأولى والثانية ولتشير إلى مساحتيهما أيضاً.

انظر قاعدة سيمبسون.

شبيه الـ QUASI-

● دالة شبيهة التحليلية:

انظر تحليلي ــ دالة شبيهة التحليلية.

شبيه التام:

نقول عن فضاء متجهات طبولوجي أنه شبيه التام إذا كانت كل من مجموعاته الجزئية المغلقة المحدودة تامة.

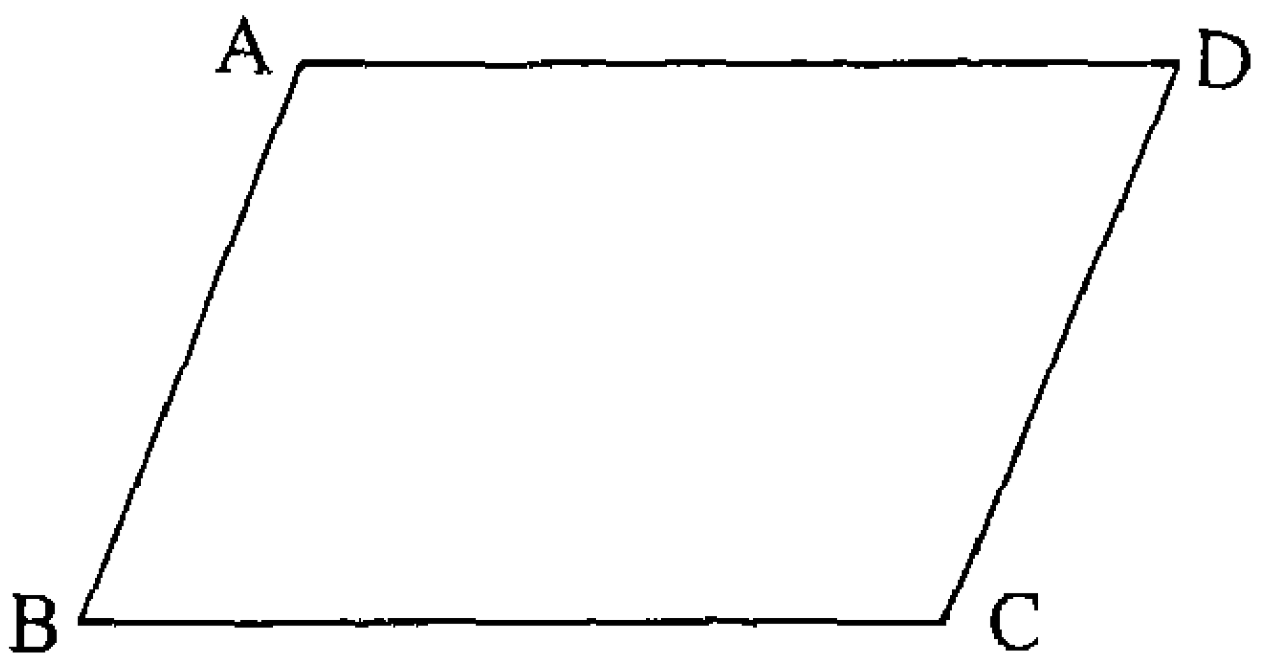
شبيه المبرمل

شبيه المبرمل تعني دون المبرمل.

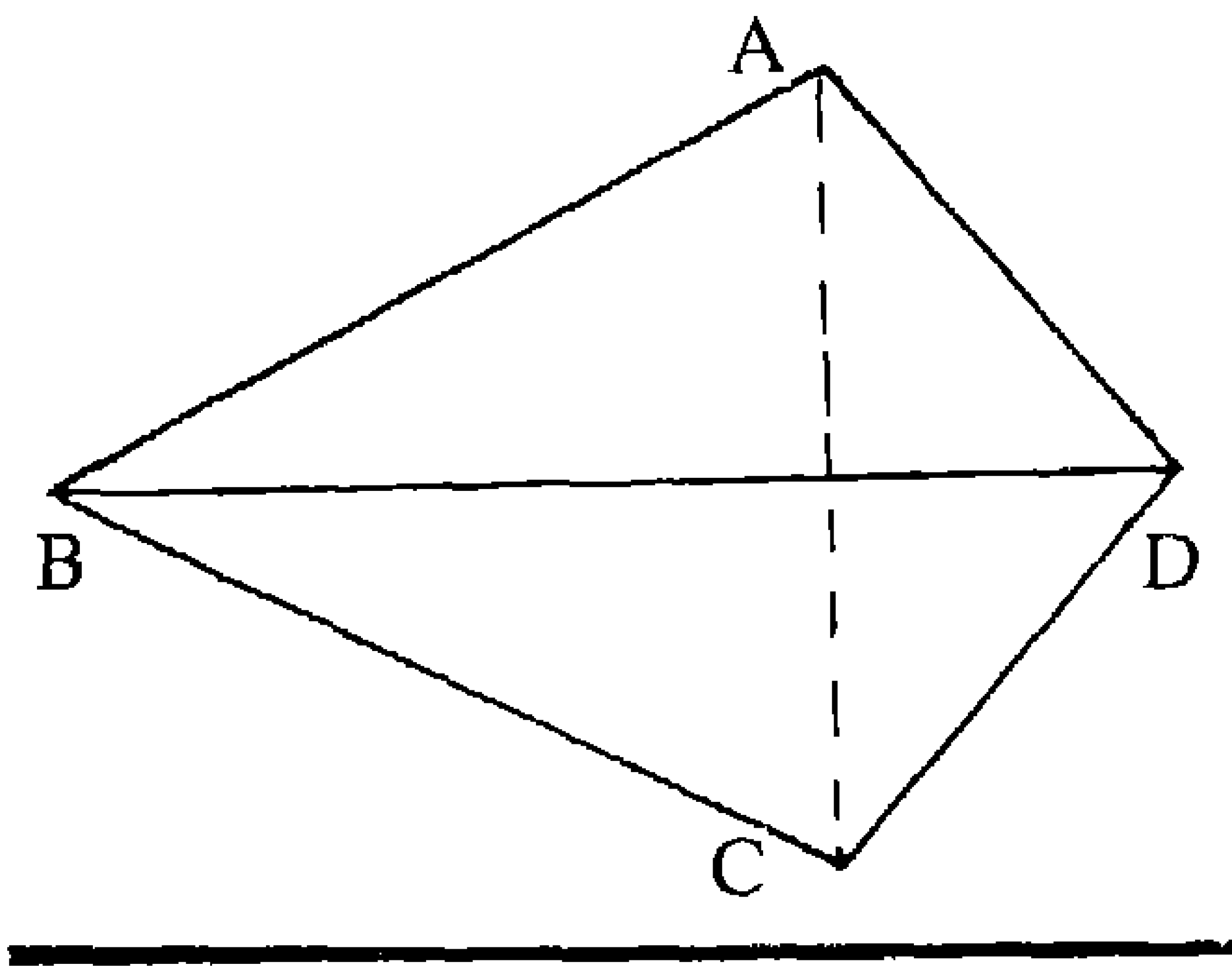
انظر دون مبرمل.

شبيه المعين RHOMBOID

هو متوازي أضلاع وأضلاعه المتجاورة غير متساوية.



نشير هنا إلى أن كلمة متوازي أضلاع تشمل المعين، بينما شبيه المعين هو بالتأكيد ليس معيناً. ونشير أيضاً إلى أن بعض الكتب يعرف شبيه المعين على أنه رباعي أضلاع متناظر بالنسبة لأحد قطريه كما هو مبين على الشكل:



شتاينيتز، (ارنست) STEINITZ, ERNEST (1871-1928)

رياضي ألماني اختص بالجبر والطوبولوجيا.

- **مبرهنة شتاينيتز:**

إذا كانت x نقطة داخلية للمولد المحدب لمجموعة جزئية S من فضاء

اقليدي بعديته n فإن S تحتوي على مجموعة جزئية X تحتوي على 2n على الأكثر من النقاط وبحيث تكون x نقطة داخلية للمولد المحدب للمجموعة الجزئية X.

انظر كاراثيودوري وهلي ورادون.

شتورم، جاك شارل فرانسوا

STURM, JACQUES CHARLES ERANCOIS (1803-1855)

هو عالم رياضي فرنسي ـ سويسري برز في التحليل والرياضيات الفيزيائية.

- **مبرهنة المقارنة لشتورم:**

لتكن لدينا المعادلتان: $(p_1u')' + q_1u = 0$ (1)

$(p_2v')' + q_2v = 0$ (2).

ولنفرض أن p_1 و p_2 مستمران ولهما مشتقات في الفترة I كما أن q_1 و q_2 مستمران في I وبحيث $p_1(x) \geq p_2(x) > 0,\ q_2(x) \geq q_1(x)$ من أجل جميع قيم x في I. عندئذ فإن بين كل صفرين في I لكل حل u (لا يطابق الصفر) للمعادلة (1) يوجد على الأقل صفر واحد للحل v للمعادلة (2) في I بشرط ألا تتحقق العلاقة $u = ev$ من أجل c ثابت ما وألا يكون $q_1 = q_2,\ p_1 = p_2$.

- **معادلة شتورم ـ ليوفيل التفاضلية:**

هي المعادلة التفاضلية $\frac{d}{dx}[p(x)\frac{dy}{dx}] + [\lambda\, \rho(x) - q(x)]y = 0$ حيث p(x) و q(x) موجبتان عندما تكون x في فترة مغلقة [a,b] دوال مستمرة ρ, q, p' على [a,b] أما λ فهي وسيط.

- **مجموعة شتورم النظامية:**

هي المعادلة التفاضلية السابقة مع شروط حدودية من الشكل:

$$\alpha y(a) + \beta y'(a) = 0$$

$$\gamma y(b) + \delta y'(b) = 0$$

حيث $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0,\ \gamma^2 + \delta^2 \neq 0$. ويوجد لمجموعة شتورم النظامية عادة

حل تافه $y \equiv 0$ أي $y(x) = 0$ على الفترة $[a,b]$. أما الحلول غير التالية التي تحقق مجموعة شتورم النظامية فتسمى **الدوال الذاتية** أما قيم λ التي توافق هذه الحلول فتسمى **القيم الذاتية**. يوجد متتالية حقيقية من القيم الذاتية $\{\lambda_n\}$ بحيث $\lim_{n \to \infty} \lambda_n = \infty$ وكل قيمة من هذه القيم تقابل دالة ذاتية وحيدة $\phi_i(x)$ كما أن $\phi_i(x)$ متعامدة مع $\phi_j(x)$ عندما $i \neq j$ وللدالة $\phi_n(x)$ عدد من الأصفار يساوي $n - 1$ في (a,b) وتكون المتتالية $\{ \phi_n(x) \}$ متعامدة تامة من أجل فضاء هيلبرت لدوال f قابلة للقياس حسب ليبيغ يتحقق من أجلها $\int_a^b |f|^2 dx < \infty$.

مثال: لتكن لدينا مجموعة شتورم النظامية $y'' + \lambda y = 0$ $y(0) = 0, y(\pi) = 0$. نلاحظ هنا أنه إذا كانت $\lambda \leq 0$ فإن الحل الوحيد لهذه المجموعة هو $y \equiv 0$ بينما يكون لدينا الحل $y = A \sin \nu x + B \cos \nu x$ عندما $\lambda = \nu^2$ ولحساب الثابتين B,A نستخدم الشرطين $y(0) = y(\pi) = 0$ فنجد $A = 0$ أما المعادلة التي تعطي B فتأخذ الشكل $(*)$ $y(\pi) = B \sin \nu\pi = 0$ فإذا أخذنا $B = 0$ حصلنا على الحل التافه $y \equiv 0$ أيضاً. أما إذا أخذنا $B \neq 0$ فإن الحل يمكن ألا يكون تافهاً مع تحقق الشرط $(*)$ إذا جعلنا ν تأخذ القيم $\nu = \pm 1, \pm 2, \ldots$ وهكذا نجد أن قيم λ التي توافق وجود حل غير تافه هي: $\lambda = 1,4,9,16,\ldots$ (لاحظ أننا حذفنا حالة $\nu = 0$ لأنها تعطي أيضاً حلاً تافهاً، وهذا الحل هو $y = B \sin \nu x$ حيث B ثابت اختياري و $\nu = 1,2,3,\ldots$ وهكذا نحصل على القيم الذاتية

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4, \lambda_3 = 9, \ldots, \lambda_n = n^2, \ldots$$

والدوال الذاتية (نضع $B = 1$ مثلاً).

$$\phi_1 = \sin x, \phi_2 = \sin 2x, \phi_3 = \sin 3x, \ldots$$

إن المؤثر T المعرف بالعلاقة $T(y) = -\frac{d}{dx}(py') + qy$ متناظر على مجموعة الدوال التي تقبل مشتقاً مستمراً من المرتبة الثانية وتحقق الشروط الحدودية لمجموعة شتورم النظامية.

- **مجموعات منفردة:**

يمكن برهان مبرهنات مشابهة لما ورد هنا من أجل بعض مجموعات

المعادلات التفاضلية المنفردة مثل معادلة لوجاندر على الفترة [1,1-] التي يكون من أجلها $p(x) = 0$ عند طرفي الفترة كما أن الشروط الحدودية لا تستخدم ($p(x) = 1 - x^2$). كما يمكن تعميم المبرهنات السابقة عندما تكون الفترة [a,b] غير محدودة.

انظر بروفر.

- **دوال شتورم:**

هي متتالية دوال مشتقة من كثير حدود معطى f. وبالذات هي المتتالية $f_0,f_1,\ldots,f_n$ حيث

$$f_0(x) \equiv f(x),\ f_1(x) \equiv f'(x)$$

$$f_2(x) = -r_2(x),\ f_3(x) = -r_3(x),\ldots,\ f_n = -r_n(x)$$

أما $r_2,\ldots,r_n$ فتعرف كما يلي:

r_n هو باقي قسمة f_0 على f_1.

r_3 هو باقي قسمة f_1 على r_2.

r_4 هو باقي قسمة r_2 على r_3.

وهكذا بحيث يكون $\frac{r_{n-1}}{r_n}$ = صفراً.

وتجدر الإشارة إلى أن r_n في هذه الحالة هو القاسم المشترك الأعظم للدالة f(x) و f'(x) ويسمى هذا الأسلوب لإيجاد القاسم المشترك الأعظم بطريقة اقليدس.

انظر خوارزم.

مثال: ليكن $f_0 \equiv f = x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1$.

عندئذ فإن: $f_1 \equiv f' = 5x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 1$.

ونحصل على r_2 من باقي قسمة f_0 على f_1 بالشكل $r_2 = x^3 - x^2 - x + 1$.

وبقسمة f_1 على r_2 يكون الباقي صفراً. وهكذا فإن دوال شتورم هي: $f_0,f_1,f_2 = -r_2$.

● **مبرهنة شتورم لعدد جذور معادلة:**

لتكن لدينا معادلة كثير الحدود $f(x) = 0$ تنص مبرهنة شتورم على أن عدد الجذور الحقيقية لهذه المعادلة في الفترة $[a,b]$ يساوي $|v(a) - v(b)|$ حيث $v(z)$ هو عدد مرات تغير الإشارة في المتتالية:

$$f_0(a), f_1(a), f_2(a),\ldots, f_n(a)$$

$v(b)$ هو عدد مرات **تغير الإشارة** في المتتالية:

$$f_0(b), f_1(b), f_2(b),\ldots, f_n(b)$$

حيث $f(b) \neq 0, f(a) \neq 0$ على أن نستبعد الحدود المساوية للصفر في كل من المتتاليتين المعرفتين على أنهما **دوال شتورم** (انظر **دوال شتورم**). تشير إلى أن الجذور المضاعفة تحسب بمقدار تضاعفها.

انظر تغير ــ تغير الإشارة لمجموعة مرتبة من الأعداد.

● **ملاحظة مهمة:**

تبقى مبرهنة شتورم صحيحة إذا ضربنا بعض أو جميع حدود متتالية دوال شتورم بأعداد موجبة.

مثال: أوجد عدد جذور المعادلة $f_0 = x^3 - 7x + 7 = 0$ في الفترة $[-2,2]$. إن متتالية (دوال) شتورم هي:

$$f_0 = x^3 - 7x + 7, f_1 = 3x^2 - 7$$

$$f_2 = 2x - 3, f_3 = 1$$

(لاحظ هنا أننا ضربنا بعض حدود هذه المتتالية بأعداد موجبة الأمر الذي يسهل الحسابات ويبقي مبرهنة شتورم صحيحة). أما المتتاليتان العدديتان الموافقتان لـ 2 و2− فهي:

$$f_0(2) > 0, f_1(2) >0, f_3(2) > 0, f_4(2) > 0$$

$$f_0(-2) < 0, f_1(-2) < 0, f_3(-2) < 0, f_4(-2) < 0$$

وعندئذ فإن $v(a) = 0$ كما أن $v(b) = 2$ ولذلك فإن عدد الأصفار (الجذور) الواقعة بين العددين 2 و2− يساوي 2.

● **مبرهنة الفصل لشتورم:**

إذا كان v و u حلين مستقلين خطياً للمعادلة $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ في الفترة I، حيث p و q مستمران، فإن بين أي صفرين متتاليين للحل u صفراً واحداً فقط للحل.

انظر مورس.

شرط | **CONDITION**

الشرط هو افتراض أو حقيقة يكفي توفرها حتى تصبح قضية ما صحيحة أو هو افتراض يجب أن يكون صحيحاً إذا كانت القضية صحيحة. الشرط الذي ينتج عنه صحة قضية يسمى **شرطاً كافياً**. أما الشرط الذي يكون نتيجة منطقية لقضية ما فيسمى **شرطاً لازماً**. **الشرط اللازم والكافي**: هو الشرط الذي يكون لازماً وكافياً في الوقت نفسه، وقد يكون الشرط لازماً وليس كافياً أو قد يكون كافياً وليس لازماً. مثلاً: حتى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنه من اللازم أن يكون ضلعان متقابلان فيه متساويين. إذا كانت كل أضلاعه متساوية فإن ذلك شرط كاف ولكن ليس لازماً حتى يكون متوازياً للأضلاع. ولكن أن يكون ضلعان متقابلان فيه متساويين ومتوازيين فهذا شرط لازم وكاف.

انظر اقتضاء.

شرطي | **CONDITIONAL**

● **احتمال شرطي:**

انظر احتمال.

● **تقارب شرطي لمتسلسلة:**

انظر تقارب ــ تقارب شرطي.

● **قضية شرطية:**

ويقصد بها اقتضاء.

● **متباينة شرطية:**

انظر متباينة.

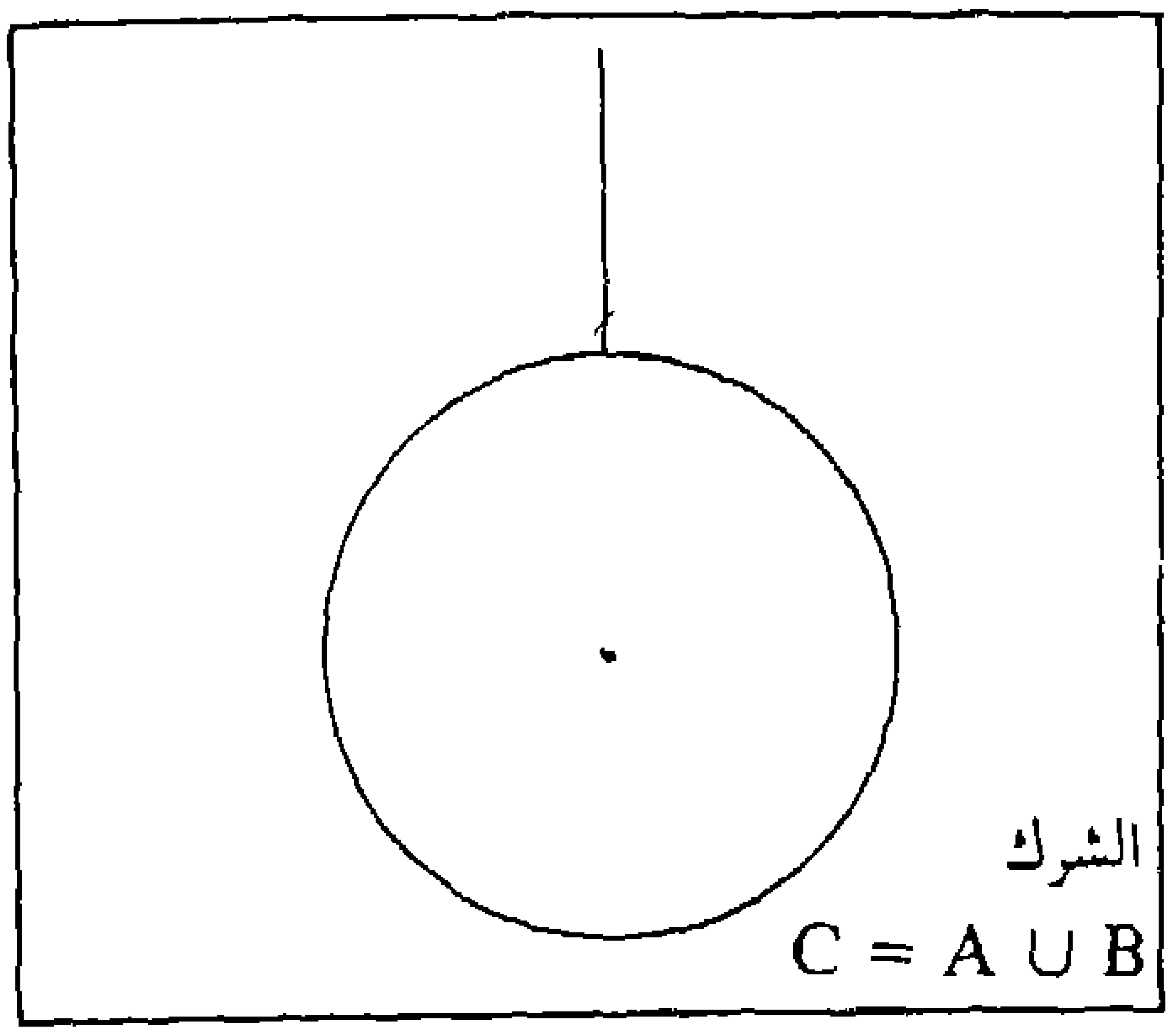
● معادلة شرطية:
انظر معادلة.

شَرَك

(1) الشرك هو تلك المجموعة الجزئية من المستوى الحقيقي (R^2) والتي تتألف من اتحاد المجموعتين:

$$A = \{ (x_1,x_2) \in R^2 | x_1^2 + x_2^2 = 1 \}$$

$$B = \{ (0,x_2) \in R^2 | 1 < x_2 < 2 \}$$



(2) الشرك: هو أي منحنى مشابه للمنحنى C أعلاه. أي أن الشرك هو أية صورة للمنحنى C تحت تأثير تحويل التشابه.

شرودر، ارنست SCHRODER, ERNST (1841-1902)

رياضي ألماني اختص بالجبر والمنطق.

● مبرهنة شرودر ــ برنشتاين:

إذا وجدت مقابلة واحد لواحد بين المجموعة A ومجموعة جزئية من المجموعة B ومقابلة واحد لواحد بين مجموعة جزئية من A والمجموعة B فإنه يوجد مقابلة واحد لواحد بين المجموعتين B,A.

شريحة

● شريحة مخطط:

لنأخذ ℱ توريقاً بعديته p على منطو M بعديته n ($p < n$). إذا كان (U,x) مخططاً بحيث ($x:U \rightarrow R^n = R^p \times R^{n-p}$) وكان التوريق معطى محلياً بواسطة ($x^{p+h} = C^h$) و C^h ثابتاً و ($h = 1,\ldots,n-p$) فإن شريحة المخطط x هي كل

مجموعة من الشكل $U_a = x^{-1}(R^p x a)$، حيث أن a هي أية نقطة في المجموعة $P_2 0 x(U)$ و $(P_2: R^p \times R^{n-p} \rightarrow R^{n-p})$ هي دالة الإسقاط على العامل الثاني (R^{n-p}).

SHEET — شطر

- **شطر السطح:**

هو جزء من السطح بحيث يمكن الوصول من أي نقطة عليه إلى أية نقطة أخرى عليه بدون ترك السطح.

انظر **مجسم قطع زائد ذا شطر أو شطرين**.

- **شطر سطح ريمان:**

هو أي جزء من سطح ريمان لا يمكن تمديده بدون إعطاء تغطية متضاعفة لجزء من المستوى الذي يقع فيه السطح. فمثلاً بالنسبة للدالة $w = z^{1/2}$ يتكون شطر سطح ريمان من مستوى z مقطوعاً بأي منحنٍ بسيط يمتد من نقطة الأصل إلى النقطة عند اللانهاية.

HAM — شطيرة

- **مبرهنة الشطيرة:**

(1) تنص هذه المبرهنة على أنه بالإمكان قطع شطيرة لحم بسكين واحدة، بحيث تقطع ما بداخل الشطيرة وكلاً من جزأي الشطيرة إلى نصفين. ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً على النحو التالي: إذا كانت X و Y و Z ثلاث مجموعات مفتوحة ومحدودة ومتصلة في الفضاء فإنه يوجد مستوى يقطع كلاً من X و Y و Z إلى مجموعتين متساويتين في الحجم (أو قياس ليبيغ).

(2) إذا كان $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ لكل x وكانت

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} h(x) = L$$

فإن $\lim_{x \to x_0} g(x) = L$

شعاع RAY

هي مجموعة تحتوي على نقطة معينة P واقعة على خط مستقيم وعلى جميع نقاط خط مستقيم تقع على جهة واحدة من نقطة معينة P. وتسمى P **نقطة الابتداء** أو أصل الشعاع. وكثيراً ما نسمي الشعاع **بنصف مستقيم**. (مع P أو بدونها). فإذا احتوى نصف المستقيم على P نسميه **نصف مستقيم مغلقاً** أما إذا لم يحتو على P فنسميه **نصف مستقيم مفتوحاً**.

وتكون النقطة P حدًّا لنصف المستقيم في كلا الحالتين.

- **مركز الشعاع:**

نفس مركز الإسقاط، انظر **إسقاط** ــ إسقاط مركزي وانظر **شعاعياً**.

- **نسبة الشعاع:** انظر **شعاعياً** ــ أشكال متعلقة شعاعياً.

شعاعي

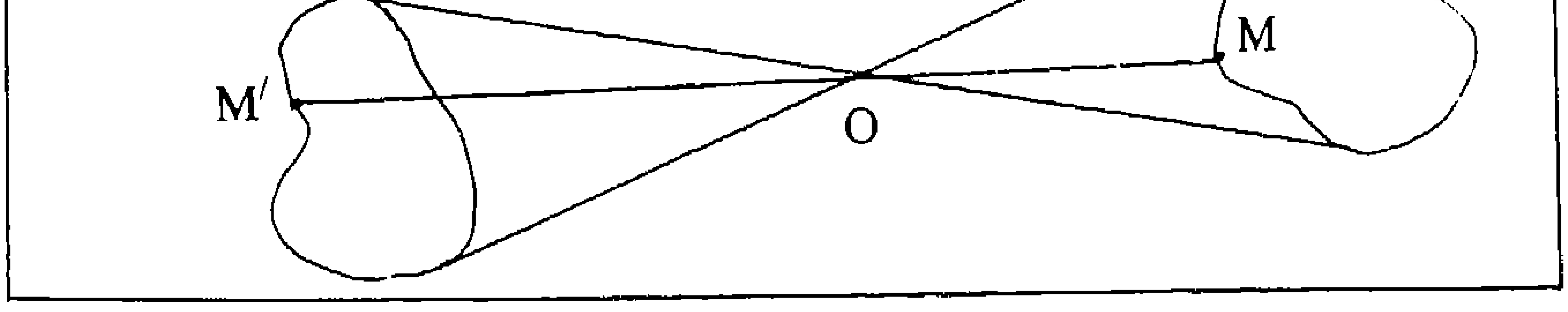
- **مجموعة شعاعية عند O.** انظر ماص.

شعاعياً RADIALLY

- **أشكال متعلقة شعاعياً:**

هي أشكال يكون كل واحد منها مسقطاً مركزياً للآخر بمعنى أنه لو رسمنا من نقطة ثابتة O مستقيمًا يمر من نقطة M من أحد الشكلين فإنه يمر من نقطة M' من الشكل الآخر بحيث تكون النسبة $\frac{OM}{OM'}$ ثابتة من أجل جميع نقط الشكلين. ويسمى O **مركز التحاكي** أو **مركز الشبه** أو **المركز الشعاعي** كما أن النسبة $\frac{OM}{OM'}$. تسمى **نسبة التحاكي** أو **النسبة الشعاعية**.

ونشير هنا إلى أن الشكلين المتعلقين قطرياً متشابهان. كما نسميهما **شكلين متحاكيين**.



شغل WORK

إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها F على جسم وازاحته مسافة S باتجاه تأثير القوة فإن الشغل w المبذول بواسطة القوة على الجسم هو $w = F.S$. فمثلاً الشغل المبذول لرفع جسم وزنه 5 كغم رأسياً إلى الأعلى مسافة مترين هو 2×5 ويساوي 10 أمتار ـ كغم. أما إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها F باتجاه يعمل زاوية θ مع اتجاه حركة الجسم وإزاحته مسافة S فإن الشغل المبذول هو $w = (F \cos \theta) . S$.

أي أن الشغل = (مقدار القوة في اتجاه حركة الجسم) × (المسافة التي تحركها الجسم).

وبصورة عامة، إذا أثرت قوة $\vec{F}$ على جسم يتحرك على منحنى C وإذا كان $\vec{p}$ هو متجه الموضع للنقاط على C فإن الشغل المبذول هو التكامل على خط $w = \int_c \vec{F} . d \vec{P}$ أو التكامل على خط $w = \int_c F_t \, ds$.

حيث F_t مقدار مركبة القوة المماسة للمنحنى C باتجاه حركة الجسم.

انظر **تكامل ـ** تكامل على خط.

وإذا كان C معرفاً بمعادلة وسيطية باستخدام الزمن t وكان $\vec{V}$ متجه السرعة $(d \vec{P}/dt)$، فإن $w = \int \vec{F} . \vec{V} \, dt$. وتجدر الإشارة هنا إلى أن الشغل الكلي المبذول على جسم بواسطة كل القوى المؤثرة عليه يساوي مقدار التغير في طاقته الحركية.

شفارتز، هيرمان أماندوس (1843-1921) SCHWARZ, HERMANN AMANDUS

هو عالم رياضي عمل في نظرية دوال المتغير العقدي والسطوح الأصغرية وحسبان التغيرات.

● **متباينة شفارتز (1):**

$$\left(\int_a^b f(x) g(x) dx \right)^2 \leq \left(\int_a^b f(x) dx \right)^2 \left(\int_a^b g(x) dx \right)^2$$

حيث f و g هما دالتان حقيقيتان مستمرتان في الفترة [a,b] وبفرض أن جميع التكاملات الواردة أعلاه موجودة. وتأخذ متباينة شفارتز من أجل الدوال العقدية الشكل:

$$\left| \int_{z_1}^{z_2} \bar{f}(z)\, g(z)\, dz \right|^2 \leq \left| \int_{z_1}^{z_2} \bar{f}(z)\, f(z)\, |dz| \right| \left| \int_{z_1}^{z_2} \bar{g}(z)\, g(z)\, |dz| \right|$$

حيث $\bar{f}(z)$ و $\bar{g}(z)$ هما مرافقا الدالتين $f(z)$ و $g(z)$ ونشير هنا إلى أن هاتين المتباينتين تنتجان من متباينة كوشي المشهورة. (انظر كوشي). كما أن هاتين المتباينتين تسميان أيضاً باسم كوشي وبونياكوفسكي.

- **متباينة شفارتز (2):**

ليكن S فضاء متجهات ولنعرف عليه الجداء الداخلي للعنصرين x و y والذي نرمز له بـ $<x,y>$. عندئذٍ تأخذ متباينة شفارتز الشكل:

$$| <x,y> | \leq ||x|| \,.\, ||y||$$

حيث $||x|| = <x,y>$

- **مأخوذة شفارتز:**

إذا كانت f دالة في المتغير العقدي z وكانت هذه الدالة تحليليـة من أجل $|z| < 1$ وكان $| f(z) | < 1$ من أجل $|z| < 1$ وكان $f(0) = 0$ عندئذٍ يتحقق أحد أمرين:

الأول: $| f(z) | < |z|$ من أجل $0<|z|<1$ و $|f'(0)|<1$.

الثاني: $f(z) = e^{i\theta}z$ حيث θ ثابت حقيقي.

- **مشتق شفارتز:**

إذا كانت الدالة f تحليلية في مجال مفتوح D وكان المشتق f' مغايراً للصفر على D فإن مشتق شفارتز على D يعطى بالعلاقة:

$$F = \left(\frac{f''}{f'}\right)^1 - {}^1\!/_2 \left(\frac{f''}{f'}\right)^2$$

وتجدر الإشارة إلى أن F لا يتغير عندما نبدل f بدالة g من الشكـل $g = \frac{af + b}{cf + d}$ عندما تحقق الثوابت a,b,c,d العلاقة $ad - bc \neq 0$ وعندما يحقق g نفس الشروط المطلوبة من f.

شفارتس، (لوران) SCHWARTZ, LAURENT (1915-   )

رياضي فرنسي مختص بالتحليل الدالي والطوبولوجيا. حائز على ميدالية فيلدز عام 1950. يبحث في الفيزياء الرياضية ونظرية التوزيعات. وهناك أكثر من عمل رياضي سمي باسمه تكريماً له.

شكل FIGURE

(1) هو رمز يعبر عن عدد مثل 12,5,1 وأحياناً يستخدم هذا التعبير للدلالة على الرقم.

(2) هو رسم تخطيطي يستخدم للمساعدة في عرض موضوع ما في الكتب والأبحاث العلمية.

- **الشكل الهندسي:**
انظر هندسي.
- **الشكل المستوي:**
انظر مستوي.

شكل FORM

(1) و **الشكل** تعبير رياضي من نوع معين.
انظر **قياسي** ــ الشكل القياسي للمعادلة.

(2) كما ويعبر **الشكل** عن كثير حدود متجانس في متغيرين أو أكثر. وعلى وجه الخصوص فإن **الشكل ثنائي الخطية** يعرف بأنه كثير حدود من الدرجة الأولى في المتغيرات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ والمتغيرات $y_1, y_2, \ldots, y_n$ أي أنه كثير حدود على الصورة:

$$p(x,y) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\, x_i\, y_j$$

وإذا كانت $(x_n,...,x_2,x_1)$, $y_n,...,y_2,y_1)$, $,...,$ $(z_n,...,z_2,z_1)$ مجموعـات عددها m في المتغيرات فإن التعبـير $\Sigma\, a_{ij...k}\, x_i\, y_j ... z_k$ يسمى **شكلاً متعـدد الخطية**.

أما الشكل التربيعي فهو كثير حدود من الدرجة الثانية أي كثير حدود على الشكل: $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\, x_i\, x_j$

وإذا كان الشكل التربيعي موجباً لكل القيم الحقيقية للمتغيرات $\{x_i\}$ بخلاف الصفر فإنه يقال إن الشكل التربيعي **موجب بالتحديد**. أما إذا كان لا سالباً فإنه يسمى **شبه الموجب بالتحديد**.

انظر **مميز** ـ مميز الشكل التربيعي، وانظر **تحويل** ـ تحويل مطابق.

● **الشكل القياسي**:

انظر **قياسي** ـ الشكل القياسي للمعادلة.

FORMAL شكلي

● **متسلسلة قوى شكلية**:

انظر **متسلسلة** ـ متسلسلة قوى.

DUMMY شكلي

● **المتغير الشكلي**:

هو رمز يمكن أن يستبدل به رمز آخر في تعبير رياضي معين بدون الإخلال بمعنى التعبير الرياضي. فمثلاً $\sum_{i=1}^{n} a_i$ له نفس معنى التعبير $\sum_{j=1}^{n} a_j$ حيث أن كليهما يعبر عن مجموع العناصر $a_1,a_2,...,a_n$ وفي هذه الحالة يسمى الحرف i (أو j) بالدليل الشكلي. وكذلك في التكامل $\int_a^b f(x)dx$ فإن الحرف x متغير شكلي يمكن أن يستبدل به أي حرف آخر دون تغيير معنى أو قيمة التكامل، أي أن:

$$\int_a^b f(z)\,dz = \int_a^b f(y)\,dy = \int_a^b f(x)\,dx = ...$$

انظر **تجميع** ـ اصطلاح التجميع.

SCHLAFLI, LUDWIG (1814-1895) شلافلي، لودفيغ

رياضي سويسري اختص بالتحليل والهندسة.

● تكامل شلافلي للدالة $P_n(z)$:

هو التكامل $P_n(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{(t^2-1)^n}{2^n (t-z)^{n+1}}\,dt$ حيث P_n يمثل كثير حدود لوجاندر من المرتبة n والتكامل بعكس عقارب الساعة حول الكفاف C الذي يحيط بالنقطة z في المستوى العقدي.

SCHLOMILCH, OSKAR XAVER (1823-1901) شلوملخ، أوسكار كسافر

رياضي ألماني اختص بالتحليل.

● صيغة شلوملخ لباقي مبرهنة تايلور:

انظر تايلور ـ مبرهنة تايلور.

NORTH شمال

● ميل زاوي شمالي:

انظر ميل زاوي ـ ميل زاوي لنقطة سماوية.

SOLAR شمسي

● زمن شمسي:

انظر زمن.

SCHMIDT, ERHARD (1876-1959) شميت، أرهارد

رياضي ألماني اختص بالتحليل.

انظر غرام ـ عملية غرام شميت، وانظر هيلبرت ـ نظرية هيلبرت ـ شميت.

شنايدر، ثيودور SCHNEIDER, THEODOR (1911-)

رياضي ألماني أسهم بصورة مهمة في نظرية الدوال والتكاملات الآبلية، وكذلك في المعادلات الديوفانتية وفي هندسة الأعداد.

انظر غيلفوند.

شور، ابساي SCHUR, LSSAI (1875-1941)

رياضي ألماني اشتغل بالجبر ونظرية الأعداد.

● تمهيدية شور:

(1) لتكن S_1 و S_2 مجموعتين لا مختزلتين من المصفوفات التي تعطيها التحويلات الخطية في فضاءي متجهات بعديتهما n و m على الترتيب. إذا كان هناك مصفوفة P من n صف و m عمود بحيث أنه لكل A في S_1 يوجد B في S_2، ولكل B في S_2 يوجد A في S_1 بحيث $AP = PB$. وفي هذه الحالة إما أن تكون كل عناصر P أصفاراً وإما أن تكون P مربعة ولا منفردة. إذا كانت P مربعة ولا منفردة تصبح المجموعتان S_1 و S_2 متكافئتين (أي أنه لكل B في S_2 يوجد A في S_1 بحيث $B = P^{-1} AP$).

(2) إذا كانت M حلقية لا مختزلة على حلقة R وكان هناك عناصر r في R و m في M بحيث $rm \neq 0$ فإن حلقة التشاكلات من M إلى M تكون حلقة قسمة.

شور، فريدريخ هاينريخ SCHUR, FRIEDRICH HEINRICH (1856-1932)

رياضي ألماني اشتغل بالهندسة التفاضلية.

● مبرهنة شور:

إذا كان التقوس الريماني k لفضاء ريماني بعديته $n (n \geq 2)$ مستقل عن التوجيه ξ_1^i ، ξ_2^i فإن k يبقى ثابتاً عند كل نقاط الفضاء.

ينتج عن هذه المبرهنة أن الشرط اللازم والكافي لفضاء ريماني بعديته

$(n \geq 2)n$ ليكون ثابت التقوس k هو أن موتر المقاس g_{ij} يجب أن يحقق جملة المعادلات التفاضلية الجزئية من المرتبة الثانية:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = k(g_{\alpha\beta}\, g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma}\, g_{\beta\delta})$$

شيبرد، وليم فليتوود SHEPPARD, WILLIAM FLEETWOOD (1863-1936)

إحصائي إنجليزي.

- **تصحيح شيبرد:**

إذا كانت لدينا عينة عشوائية $(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)$ من توزيع مستمر لمتغير عشوائي ففي كثير من الأحيان، ولغرض تلخيص البيانات نقوم بتبويب قيم العينة في فئات ونسجل تكرار كل فئة فيما يسمى بجدول تكراري. ولغرض حساب عزوم العينة في الجدول التكراري نعتبر قيم الفئة الواحدة ممثلة في قيمة منتصف الفئة ونحسب عزوم العينة اللامركزية $m'_r\ (r = 1,2,3,\ldots)$ من القيم المبوبة بالقانون التالي:

$$m'_r = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{k} f_s\, C_s^r, \quad r = 1,2,3,\ldots$$

حيث k هو عدد الفئات و f_s تكرار الفئة s و C_s مركز الفئة s. كذلك نحسب عزوم العينة المركزية (حول وسط العينة $\bar{x} = m'_1$) m_r بالقانون التالي:

$$m_1 = 0$$

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{k} f_s\, (C_s - m'_1)^r, \ r = 2,3,\ldots$$

إن اعتبارنا قيم الفئة ممثلة في منتصف الفئة وحساب العزوم بالصيغ السابقة يؤدي إلى أخطاء في تقديرنا لعزوم التوزيع.

إذا كانت الفئات متساوية الطول h وكان h صغيراً وإذا كان لتوزيع المتغير العشوائي x ذيلان مماسان تقريباً لمحور x في كلا الاتجاهين فإنه من الممكن استخدام تصحيح شيبرد لإيجاد العزوم اللامركزية المصححة $m'_{r,c}$ للعينة

والعزوم المركزية المصححة $m_{r,c}$ للعينة من عزوم العينة المبوبة حسب الصيغ التالية:

$$m'_{1,c} = m'_1$$

$$m'_{2,c} = m'_2 - \frac{1}{12} h^2$$

$$m'_{3,c} = m'_3 - \frac{1}{4} h^2 m'_1$$

$$m'_{4,c} = m'_4 - \tfrac{1}{2} h^2 m'_2 + \frac{7}{240} h^4$$

$$m'_{5,c} = m'_5 - \frac{5}{6} h^2 m'_3 + \frac{7}{48} h^4 m'_1$$

$$m'_{6,c} = m'_6 - \frac{5}{4} h^2 m'_4 + \frac{7}{16} h^4 m'_2 - \frac{81}{1344} h^6$$

الصيغة العامة لهذا التصحيح هي: $m'_{r,c} = \sum_{i=1}^{r} \binom{r}{i} (2^{1-i} - 1) B_i m'_{r-1} h^i$

حيث B_i تمثل أعداد برنولي. **انظر برنولي**.

أما العزوم المركزية المصححة $m_{r,c}$ للعينة فتحسب كالآتي:

$$m_{1,c} = m_1 = 0$$

$$m_{2,c} = m_2 - \frac{1}{12} h^2$$

$$m_{3,c} = m_3$$

$$m_{4,c} = m_4 - \tfrac{1}{2} h^2 m_2 + \frac{7}{240} h^4$$

$$m_{5,c} = m_5 - \frac{5}{6} h^2 m_3$$

$$m_{6,c} = m_6 - \frac{5}{4} h^2 m_4 + \frac{7}{16} h^4 m_2 - \frac{81}{1344} h^6$$

وهكذا.

شيرك، هاينريخ فرديناند SCHERK, HEINRICH FERDINAD (1798-1885)

هو رياضي ألماني مختص بالجبر والهندسة التفاضلية.

- **سطح شيرك:**

انظر **سطح**.

ص

صحيح CORRECT

بلا أخطاء لا في المبدأ ولا في الحسابات. نستعملها في قولنا: برهان صحيح، حل صحيح، إجابة صحيحة، حساب صحيح.

انظر دقيق.

صحيح ENTIRE

● **الدالة الصحيحة:**

هي دالة يمكن نشرها بدلالة متسلسلة ماكلورين لجميع قيم المتغير المنتهية. ويمكن تعريفها بأنها دالة في متغير عقدي تحليلية لجميع القيم المنتهية للمتغير. ويقال إن الدالة الصحيحة f من مرتبة ρ في الفترة $\theta_1 < \theta < \theta_2$ إذا كان $\frac{\log |f(re^{i\theta})}{r^{\rho+\epsilon}}$ $\lim_{r\to\infty} \sup$ بانتظام في θ ولكل $\epsilon > 0$ ولكن ليس لأي من $0 > \epsilon$.

انظر **ليوڤيل ــ نظرية ليوڤيل** و**دالة فراغمن ــ لندلوف**؛ آنظر كذلك **بيكار ــ نظريات بيكار**.

صحيح WHOLE

● **عدد صحيح:**

يقصد بالعدد الصحيح أحد المعاني التالية:

(1) أحد الأعداد ... ,0, 1, 2, 3.

(2) أحد الأعداد ... ,3 ,2 ,1 .

(3) أحد الأعداد ... ,3 ,2 ,1 ,0 ,1−, 2−, 3−, ...

CHANCE **صدفة**

نفس معنى احتمال، ولكن صدفة غير شائعة الاستعمال كاصطلاح علمي.

- **متغير صدفة أو متغير صدفي:**

ويقصد به متغير عشوائي.

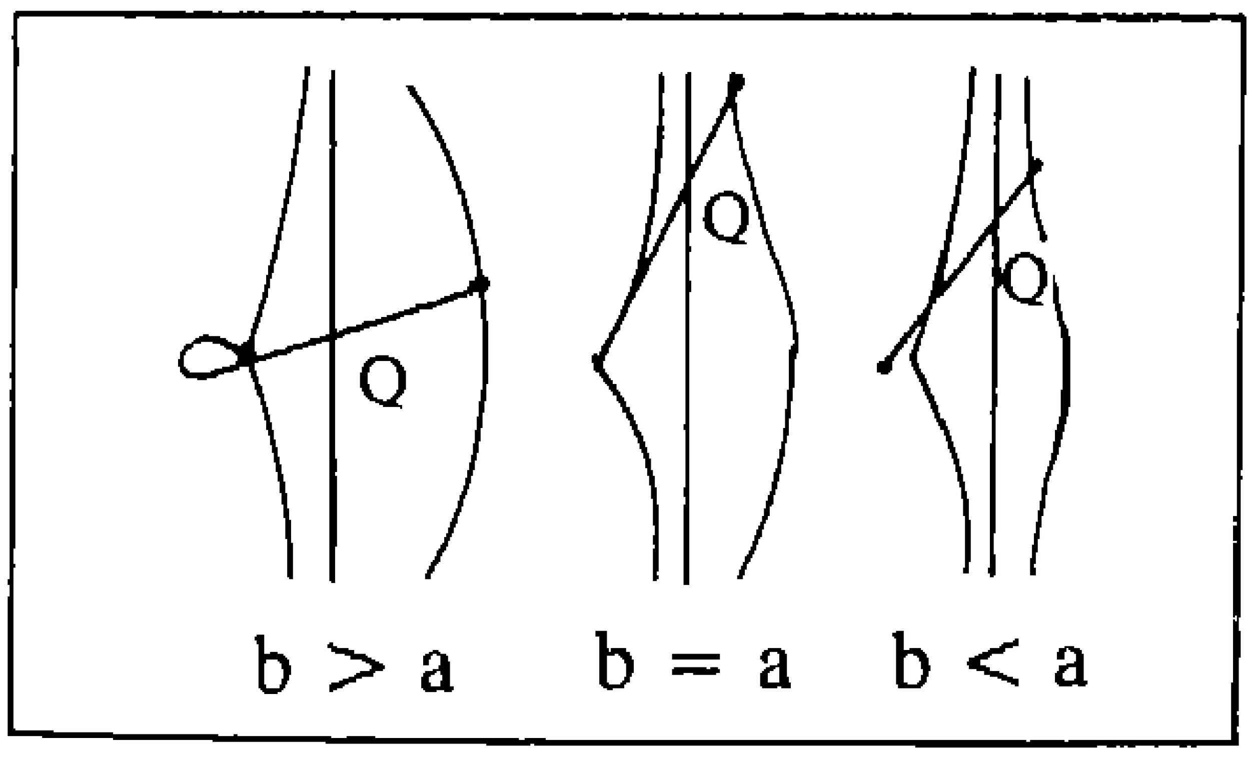
انظر عشوائي.

CONCHOID **صدفي**

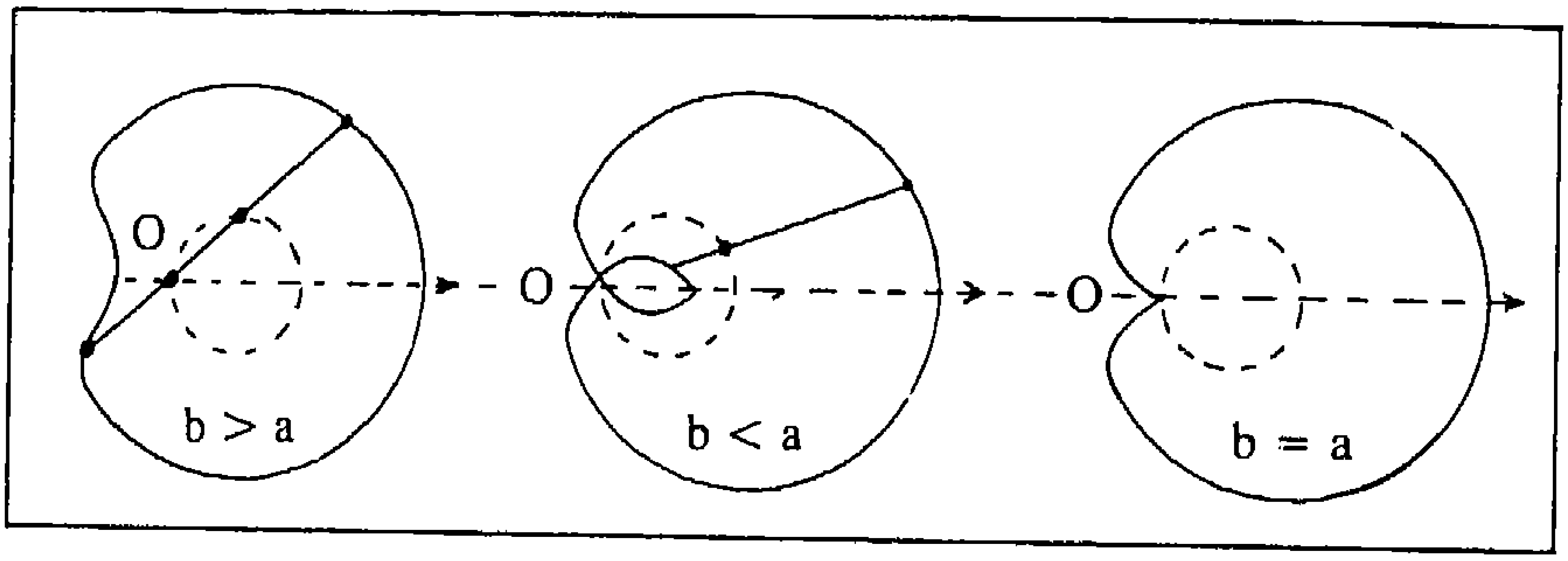
الصدفي هو المحل الهندسي لإحدى نقطتي منتهى قطعة ثابتة الطول على مستقيم يدور حول نقطة ثابتة (هي النقطة O في الشكل) أما نقطة المنتهى الثانية فهي نقطة التقاطع Q بين هذا المستقيم ومستقيم آخر ثابت لا يمر بالنقطة الثابتة. إذا أخذنا المحور القطبي خطًّا عمودياً على الخط الثابت من النقطة الثابتة وإذا أخذنا b رمزاً للطول الثابت للقطعة و a رمزاً للمسافة بين النقطة الثابتة والمستقيم الثابت، فإن المعادلة القطبية للصدفي تكون $r = b + a \sec \theta$ أما معادلته الديكارتية فتكون $(x - a)^2 (x^2 + y^2) = b^2x^2$ ويكون المنحنى مقارباً للخط الثابت في كلا الاتجاهين ومن جانبيه.

إذا كان $b > a$ فإن المنحنى يشكل عروة لها عقدة عند القطب.

إذا كان $a = b$ فإنه يشكل قرنة عند القطب. ويسمى هذا المنحنى أيضاً بصدفي نيكوميدس.



هو المحل الهندسي لنقطة M على مستقيم Δ يمر بنقطة ثابتة O على دائرة ثابتة بحيث تبقى النقطة M على مسافة ثابتة من نقطة تقاطع المستقيم Δ مع الدائرة الثابتة عندما يدور المستقيم Δ حول النقطة O. ولكتابة المعادلة القطبية لصدفي الدائرة نعتبر O هي القطب ونفرض أن المحور القطبي يمر من مركز الدائرة الثابتة التي قطرها يساوي a، أما المستقيم Δ فهو نصف القطر المتجهي المتحرك، وعندئذٍ نكتب المعادلة القطبية بالشكل $r = a \cos \theta + b$، حيث b هي المسافة الثابتة عن نقط التقاطع.



ولقد كان باسكال أول من درس هذا المنحنى، لذلك يسمى عادة صدفي **باسكال أو ليماسون باسكال.**

ونميز هنا ثلاث حالات:

أولاً: إذا كانت $b < a$ فإن المنحنى يكون ذا عروتين.

ثانياً: إذا كانت $a < b$ فالمنحنى يشبه الصدفة.

ثالثاً: إذا كانت $a = b$ فالمنحنى يكون بشكل قلب ونسميه المنحنى القلبي أو اختصاراً «قلبـي».

ملاحظة: إذا استبدلنا بالدائرة قطعاً ناقصاً مثلاً أو أي منحن آخر فإننا نحصل على عائلة منحنيات نسميها (الصدفيات).

صدق TRUTH

● مجموعة الصدق:

تعرف مجموعة الصدق للدالة الافتراضية p بأنها المجموعة الجزئية (من مجال p) والتي تكون قيمة p صادقة في كل عنصر من عناصرها. وأحياناً تسمى **مجموعة الحل** خاصة عندما نعبر عن الدالة الافتراضية بمعادلات أو متباينات.

انظر افتراضي وحل.

صدمة SHOCK

● موجة صدمية (ديناميك السوائل):

حل منقطع لمعادلة أو جملة معادلات لاخطية زائدية حيث ينتج هذا الحل من شروط ابتدائية وحدية مستمرة.

صريح EXPLICIT

● الدالة الصريحة:

انظر ضمني ــ دالة ضمنية.

صغير MINOR

● صغير عنصر في معين:

هو معين مرتبته أقل من المعين الأصلي بواحد ونحصل عليه بحذف الصف والعمود اللذين يحويان هذا العنصر. ويسمى صغير العنصر أحياناً باسم **صغير متتام**. وهكذا فإن صغير العنصر $a_{\ell m}$ في المعين $D_n = |a_{ij}|$ هو المعين Δ الناتج من حذف الصف ℓ والعمود m من المعين D. أما المعين $(-1)^{\ell+m}\Delta$ فيسمى **متعامل العنصر** $a_{\ell m}$ أو المتمم الجبري للعنصر $a_{\ell m}$ مرفقاً بإشارة.

مثال: إن صغير العنصر b_1 في المعين:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ | & & \\ b_1 & — b_2 & — b_3 \\ | & & \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

هو المعين: $\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ أما متعامل العنصر b_1 فهو: $(-1)^3 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

لأن العنصر b_1 يقع في الصف الثاني والعمود الأول.

- **صغير معين** $\Delta\upsilon$:

في المعين D_n هو معين $\Delta n -\upsilon$ ينتج من حذف جميع الصفوف والأعمدة التي تحتوي على عناصر المعين $\Delta\upsilon$ ويستخدم ذلك من أجل فك (نشر) المعين حسب عناصر عدة صفوف.

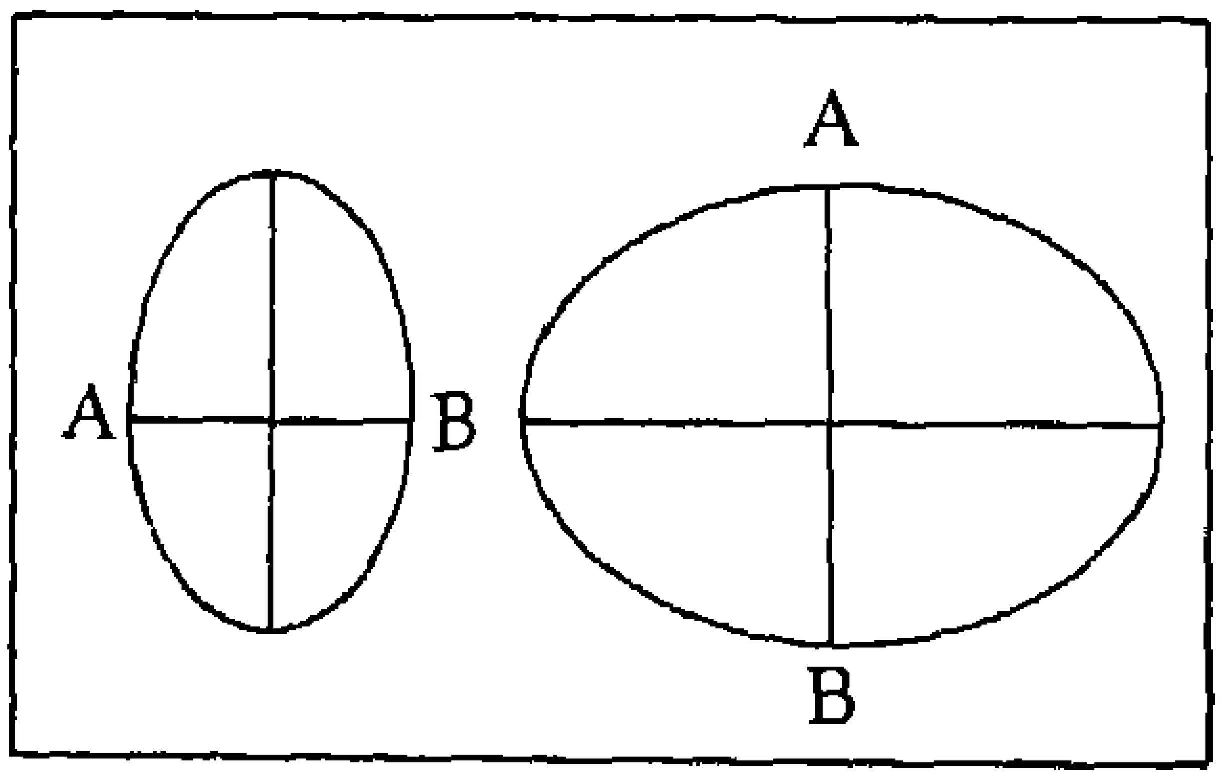
انظر معين، نشر لابلاس.

- **قوس صغير في دائرة:**

انظر قطاع ـ قطاع دائرة.

- **محور صغير لقطع ناقص:**

هو المحور AB المبين على الشكل.



صغير SMALL

- **زمرة بدون زمر جزئية صغيرة:**

انظر زمرة.

- **في الصغير:**

أي في جوار نقطة ما. مثلاً دراسة تقوس منحنى عند نقطة معينة يعني دراسة التقوس في جوار تلك النقطة. والهندسة التفاضلية التقليدية هي دراسة في الصغير. إن دراسة هندسي بكامله أو مقاطع محددة منه تسمى دراسة في الكبير. كذلك فإن دراسة دالة في فترة محددة من مجالها هي دراسة في الكبير.

إن الهندسة الجبرية هي دراسة في الكبير.

● صفير معين:

انظر معين.

ZERO **صفر**

هو العنصر المحايد لعملية الجمع على مجموعة الأعداد الحقيقية ويرمز له بالرمز 0، أي أن $x + 0 = 0 + x = x$ لجميع الأعداد الحقيقية x. كذلك فإن الصفر هو العدد الرئيسي للمجموعة الخالية.

انظر رئيسي ــ عدد رئيسي.

● قسمة على صفر:

انظر قسمة.

● قسمة الصفر:

إن خارج قسمة الصفر على أي عدد غير صفري يساوي صفراً، أي أن $0 = \frac{0}{x}$ لأي عدد $x = 0$.

انظر قسمة.

● قاسم الصفر:

انظر مجال ــ مجال صحيح.

● عامليّ الصفر:

نعرّف عاملي الصفر !0 على أنه $0! = 1$.

انظر عاملي.

● ضرب الصفر:

إن حاصل ضرب أي عدد بالصفر يساوي صفراً، أي أن $0 = x . 0 = 0 . x$ لأي عدد x.

انظر ضرب.

● صفر الطائفة:

انظر طائفة (2).

● صفر الدالة:

هو العنصر $x = a$ في مجال الدالـة $f(x)$ بحيث $f(a) = 0$ وإذا كانت $f(a) = 0$ لعدد حقيقي a فيسمى a صفراً حقيقياً.

إذا كانت f دالة تعطي قيماً حقيقية فقط لكل القيم الحقيقية x الواقعة في مجالها (مثلاً f كثير حدود بمعاملات حقيقية) فإن أصفار f الحقيقية تمثل قيم x التي يلاقي فيها المنحنى $y = f(x)$ محور x.

انظر جذر ـ جذر معادلة.

أما إذا كان z_0 صفراً لدالة تحليلية $f(z)$ بمتغير عقدي z فإنه يوجد عدد صحيح موجب k يسمى مرتبة الصفر z_0 ويحقق العلاقة:

$$f(z) = (z - z_0)^k \phi(z)$$

حيث ϕ دالة تحليلية عند النقطة z_0, $\phi(z_0) \neq 0$.

● مباراة صفرية المجموع:

انظر مباراة.

● متجه صفري:

هو متجه طوله يساوي صفراً. وهو متجه تكون جميع مركباته صفراً. فإذا كتبنا المتجهات ثلاثية البعدية بشكل $\vec{V} = a\vec{i} + b\vec{j} + \vec{c}\,\vec{k}$ فـإن المتجه الصفري هو:

$$\vec{0} = \vec{0}\, i + \vec{0}\, j + \vec{o}\, k$$

والمتجه الصفري هو العنصر المحايد لعملية الجمع في الفضاء المتجهي.

CIPHER (or CYPHER) **صفر**

هو الرمز 0 للدلالة على العدد صفر.

NAUGHT **صفر**

انظر صفر.

NULL **صفري**

هي صفة لما ليس له وجود أو ليس له قيمة.

● **مجموعة صفرية:**

أي مجموعة خالية من أي عنصر وهي نفس المجموعة الخالية.

● **مصفوفة صفرية:**

انظر مصفوفة.

● **متتالية صفرية:**

هي متتالية نهايتها تساوي الصفر.

● **صفرية:**

إذا كان V فضاء متجهات عليه شكل b ثنائي الخطية ومتناظر فإن صفرية b هي بعدية الفضاء الجزئي.

$$N = \{v \in V / b(v,v') = 0, \forall v' \in V\}$$

وهكذا تكون صفرية b صفراً إذا وفقط إذا كان b لا مضمحلاً.

ROW **صف**

هو ترتيب كميات معينة في خط أفقي ويستعمل في المعينات والمصفوفات لتمييز الصفوف الأفقية عن الصفوف العمودية والتي تسمى أعمدة.

انظر معين.

● **مصفوفة صف:**

مصفوفة تتكون من صف واحد فقط. مرادفها موجّه صف.

LAMINA **صفيحة**

هي صفيحة معدنية ذات سماكة منتظمة وذات كثافة ثابتة.

صفيف ARRAY

صفيف كائنات هو عرض هذه الكائنات على نسق نظامي معين، مثلاً صفيف مستطيلي وهو المصفوفة التي تعرض فيها الأعداد على شكل أعمدة وصفوف.

مثل آخر هو النسق الذي نرتب فيه المعطيات الاحصائية حسب التناقص أو التزايد في المقدار.

صلابة RIGIDITY

● معامل الصلابة:

نسبة إجهاد القص إلى مقدار التغير في الزاوية الناتجة من إجهاد القص هذا.

انظر لامي.

صلب RIGID

● الجسم الصلب:

هو جسم مثالي يتصف بأن البعد بين كل نقطتين فيه يبقى ثابتاً.

● الحركة الصلبة:

هي تحريك تشكل معين من موضع إلى موضع آخر دون إحداث تغير في شكله أو حجمه.

مثلاً: تحويلة تدويرية متبوعة بتحويلة انسحابية أو العكس أو الاثنتان معاً بصورة آنية.

ويكون التقايس حركة صلبة إذا لم يغير توجيه المحاور الإحداثية.

انظر تقايس.

وتراكب الأشكال في الهندسة المستوية يعطينا مثالاً آخر للحركة الصلبة.

● صلة خطية:

لنأخذ $F'(m)$ مجموعة حقول المتجهات عند النقطة m في منطو تفاضلي M. ومن المعروف أن هذه المجموعة $F'(m)$ تشكل فضاء متجهات حقيقياً.

● الصلة الخطية عند m:

هي دالة تعطى لكل $V \in T_mM$ دالة خطية $\nabla_v : F^1(m) \to T_mM$ بحيث:

(1) $\nabla_{av + bw} = a\nabla_v + b\nabla_w$

(2) $\nabla_v(fy) = (fm)\nabla_v Y + (vf)Y_m$

حيث a,b أي عددين حقيقيين، w أي نقطة في T_mM و Y أي عنصر في $F'(m)$ و f دالة تفاضلية من جوار m إلى مجموعة الأعداد الحقيقية (T_mM,R) فضاء المماس عند (m).

● الصلة الخطية في (M):

هي دالة تعطى لكل نقطة (m) صلة خطية V_m عند m بحيث أنه لو كان (X,Y) حقلي متجهات على M فإن الدالة:

$$\nabla_x Y : m \to \nabla_{(m)} X_m Y$$

هي حقل متجهات على تقاطع مجالات X، Y و ∇.

من المعروف أنه إذا كان المنطوى فضاء مثل المتراص فإنه يقبل صلة خطية.

فتل الصلة أو شكل الفتل للصلة هو الدالة:

$$T: F'_M \times F'_M \to F'_M$$

بحيث: $T(x,y) = x^Y\text{-}y^{X-x,y}$

علماً بأن (F'_M) هو فضاء حقول المتجهات على M و [x,y] هو قوس لي.

انظر لي ــ قوس لي.

ومعروف أن T ثنائي الخطية على مجموعة الدوال القابلة للاشتقاق F_m

والمعرفة من M إلى مجموعة الأعداد الحقيقية R. ويعرف تقوس الصلة أو شكل التقوس للصلة بأنه الدالة

$$R: F_M' \times F'_M \times F'_M \rightarrow F'_M$$

بحيث: $R(X,Y)Z = \nabla_x(\nabla_y Z) - \nabla_y(\nabla_x Z) - \nabla_{[x,y]}Z$

حيث يكون [x,y] هنا أيضاً قوس لي. والجدير بالذكر هنا أن R ثلاثي الخطية على F_M.

● صلة متناظرة:

نقول عن الصلة الخطية إنها متناظرة إذا كان فتلها صفراً، أي إذا كانت عديمة الفتل.

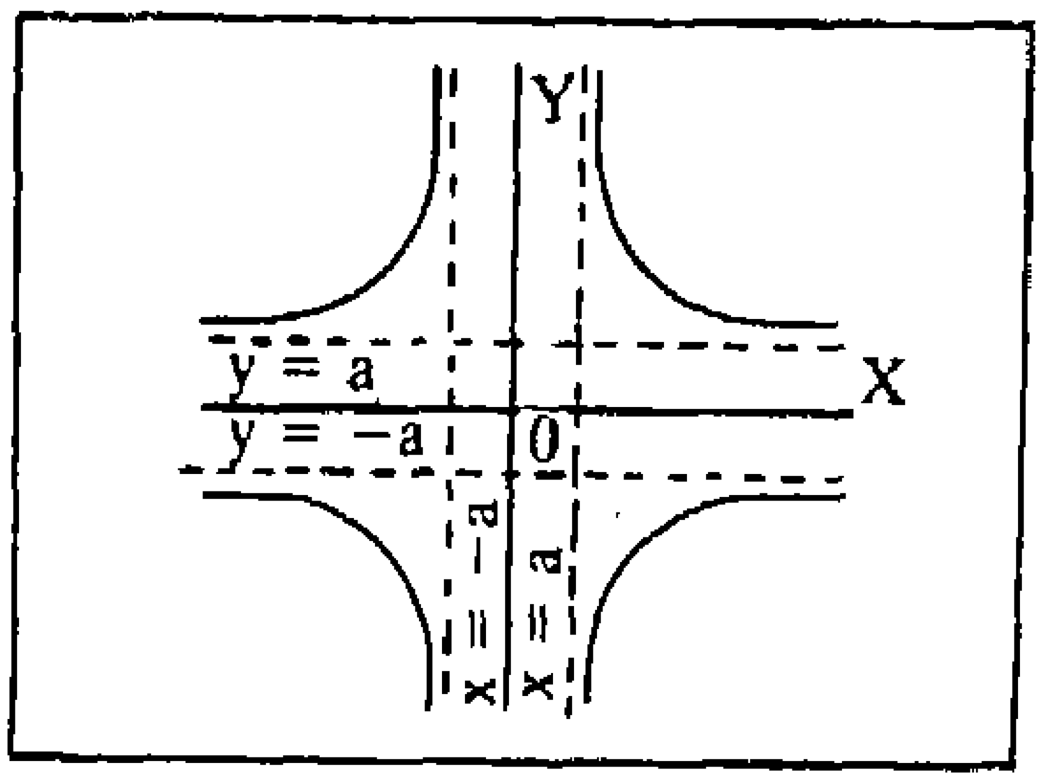
● صلة ريمانية:

إذا كان المنطوي ريمانياً أي إذا كان عليه مقاس ريماني g فبإمكاننا استعمال g لتعريف صلة خطية عديمة الفتل وحيدة وتسمى بالصلة الريمانية أو بصلة المقاس. وعندما نتحدث عن تقوس المنطوي الريماني إنما نتحدث عن تقوس هذه الصلة.

ملاحظة: الصلة الخطية هي صلة في رزمة الإطارات للمنطو. وهناك طريقة لتعريف الصلة في أي رزمة ألياف رئيسية يكون المنطوي هو فضاء أساسها.

صليبي CRUCIFORM

المنحنى الصليبي هو المحل الهندسي للمعادلة $x^2y^2 - a^2x^2 - a^2y^2 = 0$ ليكون هذا المنحنى متناظراً بالنسبة لمحاور الإحداثيات ولنقطة الأصل، كما أن له أربعة فروع يقع كل منها في ربع من أرباع المستوى. يقبل هذا المنحنى أربعة مستقيمات مقاربة وهي $(x = \pm a, y = \pm a)$ ويسمى بالصليبي لأنه يشبه الصليب.



صنف CLASS

- صنف منحنٍ مستو جبري:

هو العدد الأكبر من مماسات المنحنى التي يمكن رسمها من نقطة في المستوى وليست على المنحنى.

- صنف تكافؤ:

انظر تكافؤ.

- صنف جزئي:

نفس مجموعة جزئية.

انظر مجموعة وعدد.

صنف جزئي SUBCLASS

نفس مجموعة جزئية.

انظر مجموعة.

صوتي ACOUSTICAL

- خاصة صوتية لقطوع مخروطية:

انظر قطع ناقص؛ قطع زائد، قطع مكافىء.

صورة NUMERATOR

- صورة كسر:

وهي الكمية a في الكسر $^a/_b$. بينما نسمي b مخرج الكسر.

صورة IMAGE

إذا كانت f دالة و x عنصراً في مجال f فإن صورة x تحت تأثير f هي القيمة الدالية f(x) التي تقابل x في مدى الدالة f. وإذا كانت A مجموعة جزئية من مجال f فإن صورة A والتي يرمز لها بـ f(A) تعرف بأنها مجموعة صور عناصر A.

أما **الصورة المعكوسة** $f^{-1}(B)$ لمجموعة جزئية f من مدى فإنها تعرف بأنها المجموعة الجزئية من المجال المكونة من نقاط صورها في B. فإذا كان D يدل على المجال و R يدل على المدى فإن

$$f^{-1}(B) = \{x \in D \mid f(x) \in B\}$$

وبالتالي فإن الصورة المعكوسة $f^{-1}(y)$ لنقطة y في المدى تعرف بأنها المجموعة

$$f^{-1}(y) = \{x \in D \mid f(x) = y\}$$

FORMULA **صيغة**

هي إجابة عامة أو قاعدة أو مبدأ مذكور بلغة رياضية.

انظر تجريبيي ـ الصيغة التجريبية.

وانظر كروي ومثلثي.

وانظر مكاملة.

CHINESE **صيني**

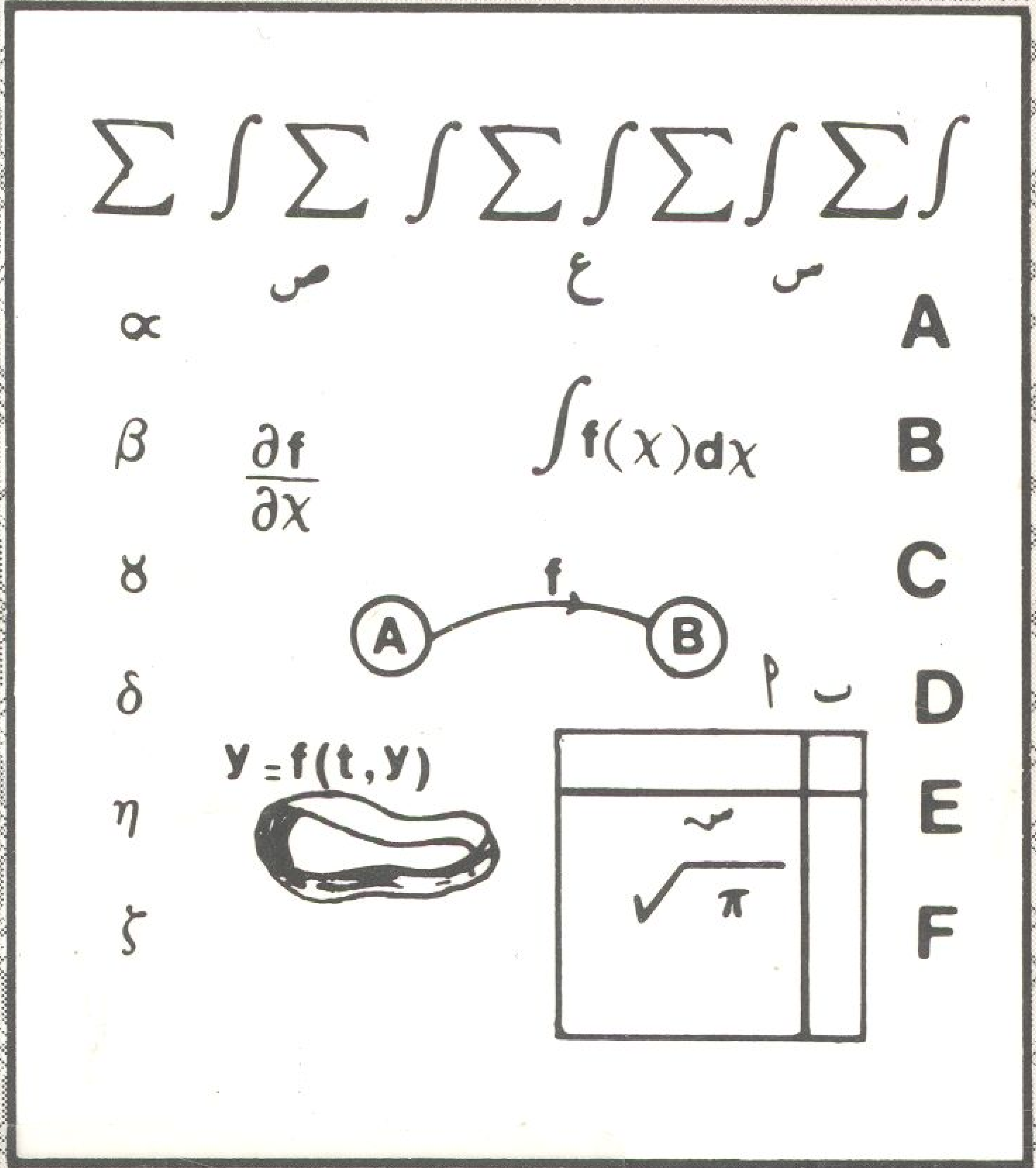
- **مبرهنة الباقي الصينية:**

إذا كانت الأعداد الصحيحة $\{m_i\}$ أولية نسبياً وذلك زوجاً زوجاً، وإذا كانت $\{b_i\}$ أية مجموعة فيها n عدداً صحيحاً فإنه يوجد عدد صحيح x يحقق كل التطابقات $x \equiv b_i (\text{mod } m_i)$ لأجل $i = 1,2,\ldots,n$ ويكون أي حلين لهذه التطابقات متطابقين مقياس

$$\prod_{i=1}^{n} m_i$$

KUWAIT FOUNDATION
FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCES

Authorship and Translation Directorate



Kuwait Science Encyclopedia

MATHEMATICS

Volume Two

Authors Committee
Head:
Dr. Fozi Mustafa Dannan
B.Sc. Ph.D

Members:
Dr. Saad Taha Bakir
B.Sc. Ph.D

Dr. Saber Nasr Elaydi
B.Sc. M.Sc. Ph.D

Dr. Hani Reda Farran
Licence C.A.P.E.S. Ph.D.

Consultant:
Dr. Adnan A. Al-Aqeel
B.Sc. Ph.D.

Bibliotheca Alexandrina
0393188

Book and Author Programme
First Edition, 1984
Kuwait

طباعة ذات السلاسل - الكويت